

高次位相関数型の回折積分を用いた うねりのある面上におけるミリ波伝搬強度の漸近計算

井原 俊夫、関 健二 (関東学院大学)

1. はじめに

ミリ波車間通信に関する伝搬実験に基づき、ミリ波車間伝搬強度に路面のうねりが影響していることを示唆する報告がある[1]。うねりのある面上におけるミリ波伝搬強度計算法の検討が必要と考えられる。

筆者等は、うねりのある面上におけるミリ波伝搬強度を、物理光学法による積分表現に基づき、漸近近似計算する方法について検討を行っている。漸近計算法では、物理光学法と遜色のない計算精度が期待されるとともに、物理光学法には無い伝搬メカニズムの分析機能が期待されるためである。

筆者等は最近、物理光学表現に現れる回折積分中の位相関数が 4 次関数近似可能な場合について、その回折積分 (Pearcey 積分) を最急降下法により Hadamard 展開評価する方法[2]を用い、受信強度を漸近計算する方法を提案した[3]。また、数値計算に基づく検討[3]、及び室内模擬実験に基づく検討[4]により、その漸近計算法の適用性が、伝送距離 D とうねりの空間波長 λ_s の比にしておおよそ 2 程度以下であることを示した。伝送距離内により複雑なうねりが存在する場合には、より高次の位相関数に対応した漸近計算法が必要である。

このような背景から、本稿では物理光学法の積分表現に基づく文献[3]の漸近計算法を拡張し、高次位相関数型の回折積分を用いた伝搬強度の漸近計算法を導出する。また、導出した漸近計算法による数値計算結果が、 $D/\lambda_s > 2$ の場合にも物理光学法による数値計算結果と良好に一致することを示す。

2. 受信強度の物理光学表現

図 1 のような、うねりの面上の伝搬路と座標系を仮定して検討する。うねりの面は、 $z=z(x)$ で表現されるものとし、 x 軸方向にのみうねりを有し、 y 軸方向には一様とする。送信点 Tx の座標を $(0, 0, z(0)+h_t)$ 、受信点 Rx の座標を $(D, 0, z(0)+h_r)$ とする。また、本研究では、うねりの面が送受信点間で照射領域にあるものとする。

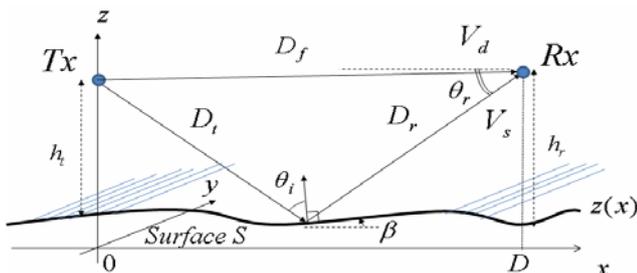


図 1 うねりの面上の伝搬路。

うねりの面上におけるマルチパス受信電圧 V は、直接波受信電圧 V_d とうねりの面からの散乱波受信電圧 V_s の和として与えられる。

$$V = V_d + V_s \quad (1)$$

ここで、 V_d は次式で与えられる。

$$V_d = \sqrt{2R_0 P_t g_{tf} g_{rf}} \frac{\lambda}{4\pi D_f} e^{-jkD_f} \quad (2)$$

ただし、 $j = \sqrt{-1}$ 、 R_0 は受信給電系のインピーダンス、 P_t は送信電力、 g_{tf} 、 g_{rf} は直接波方向の送信アンテナ利得、受信アンテナ利得、 λ とは k は電波の波長と波数、 D_f は直接波の伝搬距離である。

V_s は、Kirchhoff-Huygens の原理に基づき物理光学近似を行うことにより次式で与えられる[3]。

$$V_s = \int_{-\infty}^{\infty} F(x) e^{-jkD_s(x)} dx \quad (3)$$

$$F(x) = \frac{e^{j\pi/4}}{4\pi} \sqrt{\frac{\lambda R_0 P_t g_t g_r}{2D_t D_r D_s}} [\sin(-\beta + \theta_r) + \cos \theta_i] \sec \beta R \quad (4)$$

ただし、 D_t は Tx と散乱点の間の距離、 D_r は散乱点と Rx 間の距離、 $D_s (=D_t + D_r)$ は散乱経路長、 g_t は散乱点方向における送信アンテナ利得、 g_r は散乱点方向の受信アンテナ利得、 β は散乱点における面の傾き角 (x 軸を基準に反時計方向を正)、 θ_r は水平方向と Rx から散乱点を見た方向の成す角、 θ_i は散乱点における入射角、 R は散乱点接平面におけるフレネルの反射係数である

3. 受信強度の漸近近似表現

$D_s(x)$ の関数形は D 、 h_t 、 h_r 、 $z(x)$ に依存し、散乱面が平坦な場合には下に凸な形になる。面にわずかにうねりが加わると、うねりの振幅、波長、位相に応じて $D_s(x)$ に変化が生じるが、下に凸であるというおおよその傾向には変化は生じない。従って、 $D_s(x)$ は変数 x に関して偶数次で、最高次の係数が正の多項式で近似できる。既報告の論文[2]では、 $D_s(x)$ が 4 次式の場合について、物理光学法に基づく式(3)に漸近近似を行った表現を導出し、数値計算により伝送距離 D とうねりの面の空間波長 λ_s の比 2 程度以下で有効であることを示した。また関連した論文[4]においてその妥当性を実験的に確認した。

うねりの複雑さが増すとともに、 $D_s(x)$ をより高次の多項式で表現した場合の漸近計算法が求められる。

以下その具体的計算法についての検討結果について述べる。

$D_s(x)$ が一般に p 次の偶数次多項式で表されるものと仮定すると

$$D_s(x) = \sum_{i=0}^p a_i x^i \quad (5)$$

ここで、

$$x = a_p^{-1/p} \chi t - \frac{a_{p-1}}{pa_p} \quad (6)$$

$$\chi = \left| a_{p-2} - \frac{(p-1)a_{p-1}^2}{2pa_p} \right|^{1/2} a_p^{-\frac{p-2}{2p}} \quad (7)$$

の変数変換により変数 t を用いた規範形に変形すると、

$$D_s(x) = \chi^p \sum_{i=0}^p b_i t^i \quad (8)$$

ただし、 b_0, b_1, \dots, b_p は a_0, a_1, \dots, a_p より容易に求められる係数であり、 $b_p = 1$ 、 $b_{p-1} = 0$ 、 $|b_{p-2}| = 1$ である。

(3)式の被積分関数の位相関数 $-kD_s(x)$ を変数 t の関数として $-kD_s(x) = -k\chi^p \psi(t)$ とすると

$$\psi(t) = \sum_{i=0}^p b_i t^i \quad (9)$$

となる。ここで、 $\psi(t)$ のアクティブな停留点を t_{ai} ($i=1, \dots, N$)、 t_{ai} を通る複素 t 平面上の最急降下路を Γ_i とすると、

$$V_s = a_p^{-p} \chi \sum_{i=1}^N \int_{\Gamma_i} H(t) e^{-jk\chi^p \psi(t)} dt \quad (10)$$

$$H(t) = F(x)$$

ただし、 $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_N$ を連結した経路は、複素 t 平面上で連続変形により実軸へと変形できる経路である。停留点は $\psi(t)$ の 1 次導関数 $\psi^{(1)}(t)$ の零点なので、 $p-1$ 個の停留点が存在する。停留点は鞍部点なので、上式の最急降下路に沿った経路での積分には停留点近傍領域が主要な寄与をする。このことから被積分関数中の $H(t)$ を $H(t_{ai})$ で代表できるものとして近似すると、 V_s を計算するための漸近近似表現が得られる。

$$V_s \cong a_p^{-p} \chi \sum_{i=1}^N H(t_{ai}) \int_{\Gamma_i} e^{-jk\chi^p \psi(t)} dt \quad (11)$$

式(11)を具体的に計算するには、 p 次の位相関数を有する回折積分

$$\kappa_i = \int_{\Gamma_i} e^{-jk\chi^p \psi(t)} dt, \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (12)$$

の計算法と、アクティブな停留点の決定法が必要である。以下、節を改めてこれらの方法について述べる。

なお、本稿では、全ての停留点は 1 次停留点である場合について取り扱う。また、ある停留点を通る最急

降下路上には他の停留点があることはないものとする。これらの例外的な場合については別途個別の扱いを行う対応と、より単純な現実的対応としては、停留点の融合、あるいはある停留点の最急降下路上に他の停留点がある、などの状態に十分に近い状態での V_s の計算値により上述の例外的な場合を近似することが考えられる。 V_s は、停留点の状態を制御する係数 b_1, b_2, \dots, b_p を制御変数と見なした場合、制御変数に対して連続な関数であることから、後者の対応が可能と考えられる。本稿では後者の対応を想定し、全ての停留点は 1 次停留点であり、また、最急降下路上には複数の停留点が存在しない場合について考察する。

4. 最急降下法による回折積分

ここでは、文献[1]に述べられている 4 次位相関数型の回折積分 (Pearcey 積分) を最急降下法で Hadamard 展開評価する方法を、任意の偶数次位相関数の場合に適用するための定式化を行う。これは文献[2]の手法の直接的な拡張であるが、記述の自己完結性を保つため、本節では拡張した手法の基本的ステップを簡潔に記述する。

回折積分 $\kappa_1, \kappa_2, \dots, \kappa_N$ の計算手法は同様なので、下添え字を取り、 κ として説明する。また、これに関わるアクティブな停留点、及びそれを通る最急降下路についても下添え字を取り、 t_a, Γ とする。

$\psi(t)$ を t_a で Taylor 展開すると、

$$\psi(t) = \psi(t_a) + \sum_{i=2}^p \psi^{(i)}(t_a) \frac{(t-t_a)^i}{i!} \quad (13)$$

ただし、 $\psi^{(i)}(t)$ は $\psi(t)$ の i 次の導関数である。新たに非負の実変数 u を導入すると、 t_a を通る最急降下路上の点は次式を満足する。

$$-ju = \psi(t) - \psi(t_a) \quad (14)$$

ここで、 $\tau = t - t_a$ とすると最急降下路は、Lagrange の定理[4]により、次式により求められる。

$$\tau^\pm = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \frac{[\pm(-ju)^{1/2}]^i}{i!} \quad (15)$$

$$g_i = \left[\frac{d^{i-1}}{d\tau^{i-1}} \left(\frac{\tau}{(\psi(t) - \psi(t_a))^{1/2}} \right)^i \right]_{\tau=0}$$

(15)式右辺の括弧中の複号は τ^\pm の複号に対応し、最急降下路が t_a から u の増加に伴い両側に延びて行くことに対応している。式(15)右辺の級数の u に関する収束半径を ω_0 とし、これに対応する u を $u_1 (= \omega_0)$ 、最急降下路上の t を t_1^\pm 、対応する τ を τ_1^\pm とする。 $u_0 = 0$ とすると、区間 $[u_0, u_1]$ に対応する区間 $[t_1^-, t_1^+]$ における積分は、

$$\begin{aligned}\kappa(u_0, u_1) &= \int_{t_1^-}^{t_1^+} e^{-jk\chi^p \psi(t)} dt \\ &= e^{-jk\chi^p \psi(t_a)} \int_{u_0}^{u_1} e^{-k\chi^p u} \left(\frac{d\tau^+}{du} - \frac{d\tau^-}{du} \right) du\end{aligned}\quad (16)$$

ただし、

$$\frac{d\tau^+}{du} - \frac{d\tau^-}{du} = \sum_{i=0}^{\infty} (-j)^{i+\frac{1}{2}} \frac{g_{2i+1}}{(2i)!} u^{i-\frac{1}{2}} \quad (17)$$

さらに、(17)を(16)に代入し整理すると

$$\begin{aligned}\kappa(u_0, u_1) &= e^{-jk\chi^p \psi(t_a)} \\ &\cdot \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-j)^{i+\frac{1}{2}} g_{2i+1}}{(2i)!} k^{-(i+\frac{1}{2})} \chi^{-p(i+\frac{1}{2})} \gamma\left(i+\frac{1}{2}, k\chi^p \omega_0\right)\end{aligned}\quad (18)$$

ただし、 $\gamma(v, w)$ は不完全ガンマ関数であり、

$$\gamma(v, w) = \int_0^w e^{-\xi} \xi^{v-1} d\xi \quad (19)$$

不完全ガンマ関数は合流形超幾何微分方程式の解であり、Kummerの合流形超幾何関数を用いて以下のように表現される[6]。

$$\gamma(v, w) = w^v e^{-w} F(1; v+1; w)/v \quad (20)$$

以上の関係を用いると、

$$\begin{aligned}\kappa(u_0, u_1) &= e^{-jk\chi^p \psi(t_a)} \\ &\cdot \sum_{i=0}^{\infty} e^{-k\chi^p \omega_0} \frac{2(-j)^{i+\frac{1}{2}} g_{2i+1}}{(2i+1)!} \omega_0^{i+\frac{1}{2}} F\left(1; i+\frac{3}{2}; k\chi^p \omega_0\right)\end{aligned}\quad (21)$$

以上により、停留点 t_a を含む最急降下路の区間 $[t_1^-, t_1^+]$ における経路積分の解析的表現が得られた。

同様に、 $u > u_1$ の領域を取り扱うため、 t_1^- 、 t_1^+ において $\psi(t)$ を Taylor 展開する。

$$\psi^\pm(t) = \psi(t_1^\pm) + \sum_{i=1}^p \psi^{(i)}(t_1^\pm) \frac{(t-t_1^\pm)^i}{i!} \quad (22)$$

このとき、 $\psi(t_1^\pm) - \psi(t_a) = -ju_1$ なので、

$$-j(u-u_1) = (t-t_1^\pm) \sum_{i=1}^p \frac{\psi^{(i)}(t_1^\pm)}{i!} (t-t_1^\pm)^{i-1} \quad (23)$$

上式から Lagrange の定理により、 $u > u_1$ の領域の最急降下路を計算できる。 $\tau^\pm = t - t_1^\pm$ とおくと、

$$\begin{aligned}\tau^\pm &= \sum_{i=1}^{\infty} h_{1,i}^\pm \frac{[-j(u-u_1)]^i}{i!} \\ h_{1,i}^\pm &= \left[\frac{d^{i-1}}{d\tau^{i-1}} \left(\frac{\tau^\pm}{\psi^\pm(t) - \psi(t_1^\pm)} \right)^i \right]_{\tau^\pm=0}\end{aligned}\quad (24)$$

式(24)の $u-u_1$ に関する収束半径を ω_1 と表し、 $u_2 = u_1 + \omega_1$ とする。また、 $t_2^\pm = t_1^\pm + \tau^\pm(u_2)$ とする。このとき、区間 $[u_1, u_2]$ に対応する t の最急降下路区間における回折積分は

$$\begin{aligned}\kappa(u_1, u_2) &= \left(\int_{t_2^-}^{t_1^-} + \int_{t_1^+}^{t_2^+} \right) e^{-jk\chi^p \psi(t)} dt \\ &= e^{-jk\chi^p \psi(t_a)} \int_{u_1}^{u_2} e^{-k\chi^p u} \left(\frac{d\tau^+}{du} - \frac{d\tau^-}{du} \right) du\end{aligned}\quad (25)$$

最急降下路の式を用いて整理すると、

$$\begin{aligned}\kappa(u_1, u_2) &= e^{-jk\chi^p \psi(t_a)} e^{-k\chi^p u_1} \\ &\sum_{i=1}^{\infty} e^{-k\chi^p \omega_1} \frac{(-j)^i \omega_1^i}{i!} (h_{1,i}^+ - h_{1,i}^-) F(1; i+1; k\chi^p \omega_1)\end{aligned}\quad (26)$$

のように解析的表現が得られる。 $u > u_2$ に対応する経路の区間についても同様の手順を繰り返すことにより、以下のように Hadamard 展開による経路積分の解析的表現が得られる。

$$\begin{aligned}\kappa &= \sum_{l=0}^{\infty} \kappa(u_l, u_{l+1}) \\ \kappa(u_l, u_{l+1}) &= e^{-jk\chi^p \psi(t_a)} e^{-k\chi^p u_l} S_l \\ S_l &= \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=0}^{\infty} e^{-k\chi^p \omega_0} \frac{2(-j\omega_0)^{i+\frac{1}{2}}}{(2i+1)!} g_{2i+1} F(1; i+\frac{3}{2}; k\chi^p \omega_0), (l=0) \\ \sum_{i=1}^{\infty} e^{-k\chi^p \omega_1} \frac{(-j\omega_1)^i}{i!} (h_{1,i}^+ - h_{1,i}^-) F(1; i+1; k\chi^p \omega_1), (l \geq 1) \end{array} \right\}\end{aligned}\quad (27)$$

ただし、 S_l は κ を Hadamard 展開表現した場合の第 l 区間の項、 $h_{1,i}^\pm$ は式(24)の $h_{1,i}^\pm$ の下添字 1 を l に置き換えたものである。 $\kappa(u_l, u_{l+1})$ の大きさは Hadamard 展開項 S_l と、指数関数的に減少する $e^{-k\chi^p u_l}$ の積による。なお、最急降下路計算式の収束半径については、Lagrange の定理の成立条件[5]を満たすように決める必要がある。

5. アクティブな停留点の決定原理

5.1 停留点を通る最急降下路の性質

5.1.1 一般的性質

任意の停留点を t_s とするとその近傍では、

$$-j\psi(t) \cong -j\psi(t_s) - j\frac{1}{2}\psi^{(2)}(t_s)(t-t_s)^2 \quad (28)$$

ここで、 $\psi^{(2)}(t_s) = \alpha e^{j\phi}, t-t_s = \delta e^{j\theta}$ とすると

$$-j(\psi(t) - \psi(t_s)) \cong \frac{1}{2}\alpha\delta^2 \sin(\phi+2\theta) - j\frac{1}{2}\alpha\delta^2 \cos(\phi+2\theta) \quad (29)$$

停留点を通る最急降下路は、 $\sin(\phi+2\theta) = -1$ 、 $\cos(\phi+2\theta) = 0$ の条件を満たすので、停留点 t_s の両側に、 $\theta = 3\pi/4 - \phi/2$ の方向と、その逆方向の $\theta = -\pi/4 - \phi/2$ 方向に出て行く曲線となる。即ち、停留点において最急降下路は一意に定まる。

次に、最急降下路上の任意の点 t_{ns} (非停留点) においてその振る舞いを調べる。非停留点近傍では、

$$-j(\psi(t) - \psi(t_{ns})) \cong -j\psi^{(1)}(t_{ns})(t-t_{ns}) \quad (30)$$

ここで、 $\psi^{(1)}(t_{ns}) = \gamma e^{j\sigma}, t-t_{ns} = \rho e^{j\zeta}$ とすると、

$$-j(\psi(t) - \psi(t_{ns})) \cong j\gamma\rho \sin(\sigma+\zeta) - j\gamma\rho \cos(\sigma+\zeta) \quad (31)$$

最急降下路は $\sin(\sigma+\zeta) = \pm 1$ 、 $\cos(\sigma+\zeta) = 0$ の条件より、 t_{ns} の両側に $\zeta = -\pi/2 - \sigma$ 方向と、その逆の $\zeta = \pi/2 - \sigma$ 方向に延びる曲線となる。即ち停留点以外の任意の点においても最急降下路は一意に定まる。また、最急降下路上の任意の点は端点になっていないので、最急降下路は停留点を通して無限遠点から無限遠点へと走ることになる。また、最急降下路の一意性より、最急降下路はそれ自身あるいは他の停留点を通る最急降下路と交差しない。

5. 1. 2 最急降下路の無限遠点での振る舞い

無限遠点においては、

$$-j\psi(t) \sim -jt^p \quad (32)$$

ただし、 \sim の記号は無限遠点で漸近することを表すものとする。 $t = \rho e^{j\Phi}$ とすると

$$-j\psi(t) \sim \rho^p \sin(p\Phi) - j\rho^p \cos(p\Phi) \quad (33)$$

無限遠点における最急降下路では、 $\sin(p\Phi) = -1$ 、 $\cos(p\Phi) = 0$ となるので、この条件を満たす Φ の値は

$$\Phi_q = 2q\pi/p - \pi/2p, \quad (q=1,2,\dots,p) \quad (34)$$

となる。複素 t 平面上で偏角が Φ_q となる無限遠点の谷を V_q で表わすことにすると、無限遠点に V_1, V_2, \dots, V_p の p 個の谷が存在することになる。従って、停留点を通る最急降下路はこれらの無限遠点の谷から無限遠点の谷へと走ることになる。

このような経路のうち、 $(-\infty, +\infty)$ の実軸に連続変形可能な積分路は、必ず $V_{p/2}$ ($\Phi_{p/2} = \pi - \pi/2p$) に始まり、 V_p ($\Phi_p = 2\pi - \pi/2p$) に終わる経路となる。

5. 1. 3 実停留点を通る最急降下路に固有の性質

これまで停留点を実数か複素数かを区別せず t_s の記号で表してきた。ここでは、実停留点を $r_i, (i=1,2,\dots,m)$ 、複素停留点を $c_l, (l=1,2,\dots,n)$ のように記号を区別して扱う。なお、 r_i の下添え字 i は、 r の値の昇順の番号であり、 c_l の下添え字 l は c の実部の値の昇順の番号である。ただし、複素共役な対については虚部が正の方に若い番号を振るものとする。このようにして停留点を一意に識別できる。このとき、

$$\psi^{(1)}(t) = p \prod_{i=1}^m (t-r_i) \prod_{l=1}^n (t-c_l) \quad (35)$$

複素停留点は共役対から成るので、 n は必ず偶であり、 p 次多項式関数の停留点個数は $p-1 (= m+n)$ なので、 p が偶の場合は m は奇となる。このとき、実停留点 r_s において、

$$\psi^{(2)}(r_s) = p \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq s}}^m (r_i - r_s) \prod_{l=1}^n (c_l - r_s) \quad (36)$$

上式右辺の第1の乗積の値は s が奇の場合に正、偶の場合に負となる。また、第2の乗積は複素共役対に関する積から構成されるので正值である。従って、 $\psi^{(2)}(r_s)$ の符号は、 s が奇の場合に正、偶の場合に負となる。5. 1. 1における考察を踏まえると、実停留点を通る最急降下路は、奇数番目の実停留点では $3\pi/4$ 方向と $-\pi/4$ 方向へ出て行く曲線となり、偶数番目の実停留点では $-\pi/4$ 方向と $\pi/4$ 方向へ出て行く曲線となる。また、実軸上では $-j\psi(t)$ が純虚数となり等レベル線となるので、実停留点で一度実軸を横切った最急降下路が再度実軸を横切り直すことはない。即ち、実停留点を通る最急降下路は上半平面の無限遠点の谷と下半平面の無限遠点の谷を結ぶように走る。即ち、実停留点を通る最急降下路は複素 t 平面を左右に2分割する。

5. 1. 4 複素停留点を通る最急降下路に固有の性質

複素停留点を通る最急降下路は、以下に示すように、実軸を横切らない。もし複素停留点 c_l を通る最急降下路が実軸を t_c で横切るものとする。 $\psi^{(1)}(t_c)$ は実数なので、5. 1. 1における議論で t_{ns} を t_c におきかえ、 $\sigma = 0, \pi$ とすることにより、 t_c を通る最急降下路は t_c 近傍で $-\pi/2$ 方向と $\pi/2$ 方向に延びる曲線となる。即ち t_c の両側で最急降下路は複素共役な経路をなす。このとき、最急降下路上には停留点 c_l と複素共役な停留点 c_l^* が存在することになる。本論文ではある停留点の最急降下路上に他の停留点がない場合を検討対象としており、上述の状況はこの条件と反している。従って、最急降下路上に複数の停留点が存在する場合を除外すると、複素停留点の最急降下路は実軸を横切らないことになる。

この性質に加えて、最急降下路は他の最急降下路と交差しないことを考慮すると、複素停留点を通る最急降下路は、実軸と実停留点を通る最急降下路で区切られた領域に閉じ込められることがわかる。また、複素 t

平面の上半平面にあるアクティブな複素停留点と下半平面のアクティブな複素停留点を通る最急降下路は、無限遠点の谷を介して実停留点を通る最急降下路により連結される。

5. 2 アクティブな停留点の決定

実停留点は、幾何光学における鏡面反射点に対応するので常にアクティブな停留点である。従ってここでは、アクティブな複素停留点の決定法について述べる。

複素 t 平面は実軸と実停留点を通る最急降下路により分割される。分割された領域を $A(w_1; w_2, w_3; w_4)$ の形式で表現する。ここで、 w_1 は領域の左側の境界を、 w_2 、 w_3 は領域の実軸上の境界の始点と終点を、 w_4 は領域の右側の境界を表す。 i 番目の実停留点 r_i を通る最急降下路を L_i とし、その上半平面上の部分を L_i^+ 、下半平面上の部分を L_i^- とする。また、左右の境界が開放の場合を記号 o で表すものとする。

無限遠点の谷 $V_{p/2}$ から始まる積分路は、まず上半平面上の $A(o; -\infty, r_1; L_1^+)$ の領域に存在するアクティブな複素停留点を通る最急降下路を経て実停留点 r_1 に至る。領域内にアクティブな複素停留点が存在しない場合は、 $V_{p/2}$ と r_1 が最急降下路で直接結ばれる。次に L_1^- を経て、下半平面上の領域 $A(L_1^-; r_1, r_2; L_2^-)$ に存在するアクティブな複素停留点を経て r_2 に至る。さらに、 $A(L_2^+; r_2, r_3; L_3^+)$ 、 $A(L_3^-; r_3, r_4; L_4^-)$ 、 \dots 、 $A(L_{m-1}^+; r_{m-1}, r_m; L_m^+)$ 、 $A(L_m^-; r_m, +\infty; o)$ の順に無限遠点の谷 V_p へと至る経路となる。

積分路に関する領域は、実軸上の境界が (r_i, r_{i+1}) で i が奇のときには $A(L_i^-; r_i, r_{i+1}; L_{i+1}^-)$ 、また、 i が偶のときには $A(L_i^+; r_i, r_{i+1}; L_{i+1}^+)$ となる。これらをまとめて、 $A(L_i^\pm; r_i, r_{i+1}; L_{i+1}^\pm)$ と表すと、この領域におけるアクティブな複素停留点は以下のようにして決めることができる。まず領域中の複素停留点について、Lagrange の定理により、それらを通る最急降下路を計算し、それらが出入りする無限遠点の谷を求める。次から、これらの中から、 L_i^\pm から L_{i+1}^\pm へと連続に接続されて行く経路を決定する。この経路により接続される複素停留点がアクティブな複素停留点と判定される。 L_i^\pm と L_{i+1}^\pm が無限遠点で直接接続される場合は、領域内にアクティブな複素停留点が無いものと判定される。同様のことを積分路に関する全ての領域で行うことにより、実軸の $(-\infty, +\infty)$ に連続的に変形可能な最急降下路の組み合わせとアクティブな停留点の組を決定することができる。以上の考察に基づき、アクティブな停留点が決定されるので、式(11)を具体的に計算することが可能になる。

6. 数値計算例

本稿で提案した漸近法の妥当性を数値計算で検討するため、本節では、物理光学法と漸近法の数値的比較を行う。このため、これら2つの方法により、図1に

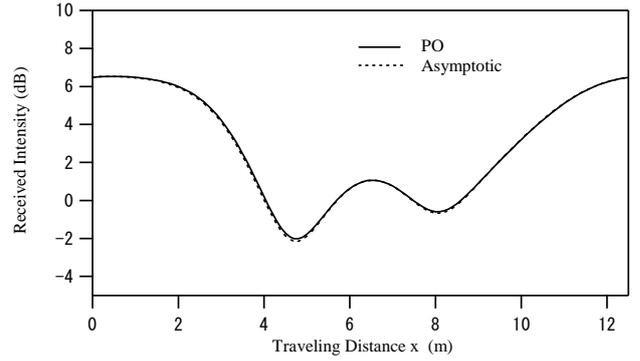


図2 漸近法と物理光学法による計算値の比較

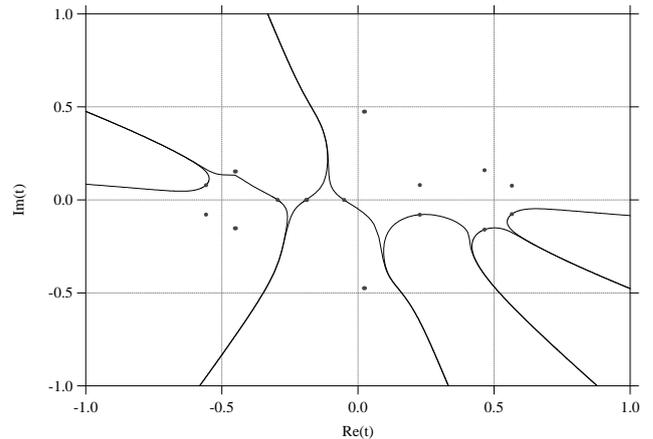


図3 複素 t 平面における 16 次位相関数の停留点と最急降下路の様子 ($x = 1.6\text{m}$ の場合)

示す配置で、正弦波状のうねりを持った誘電体面上を、 Tx と Rx が一定の距離 D を保って x 軸方向にうねりの面と平行な状態で移動する場合の受信強度（直接波強度を基準とした値）を計算する。

図2に、うねりの状態が $z(x) = z_a \cos(2\pi/\lambda_s x)$ 、 $z_a = 0.015\text{m}$ 、 $\lambda_s = 12.5\text{m}$ であり、伝送条件が $D = 50\text{m}$ 、 $h_t = 0.47\text{m}$ 、 $h_r = 0.87\text{m}$ の場合の計算例を示す。以前報告した4次位相関数近似に基づく漸近法の適用範囲を明らかに超える $D/\lambda_s = 4$ の場合である。送受信アンテナは、主偏波が水平偏波、仰角方向のビーム幅が 7.2° 、アンテナビームの中心方向は水平方向であるものと仮定している。散乱体の複素屈折率は $n = 2.0 - j0.05$ とする。この値は、アスファルト舗装面の場合の測定値である[7]。なお、図2に示した漸近計算の結果は位相関数を16次式で近似した場合のものである。

漸近法による受信強度の計算値は物理光学法による計算値とよく一致している。図2に示した漸近法による計算に際して、 $x = 1.6\text{m}$ の場合における複素 t 平面上における停留点と最急降下路の様子を図3に例示する。図中の点は合わせて15個の停留点を、実線は実軸 $(-\infty, +\infty)$ に連続的に変形可能な最急降下路を示している。実停留点が3個、アクティブな複素停留点が4個の例である。伝搬構造を決める停留点と最急降下路の複雑な分布が具体的に計算されていることがわかる。

7. まとめ

回折積分を最急降下法により Hadamard 展開評価す

る方法を高次位相関数の場合に拡張するとともに、高次位相関数のアクティブな停留点を系統的に決定する半理論的・半数値的方法を新たに導入することにより、複雑なうねりのある面上におけるミリ波伝搬強度計算のための漸近計算法を導いた。 D/λ_s の値が大きい場合にも、導出した漸近法による計算値が物理光学法の計算値と良好な一致を示すことを例示した。

参考文献

- [1] 川上 茂、加藤明人、佐藤勝善、高橋 賢、藤瀬雅行、堀松哲夫、“60GHz ミリ波車々間通信における高速走行時フェージング特性”、信学技報 AP2003-28(2003).
- [2] R.B.Paris and D.Kaminski, "Hyperasymptotic evaluation of the Pearcey integral via Hadamard expansions," J. Comput. Appl. Math., Vol. 190, pp.437-452 (2006).
- [3] T.Ihara and K.Seki, "Asymptotic calculation of the received intensity of multi-path millimeter waves transmitted over an undulating surface", IEICE Trans. Commun., Vol.94-B, No.8, pp.2298-2305 (Aug. 2011). 1
- [4] 関健二、金子和正、井原俊夫、“路面のようにゆるやかなうねりを持つ面上におけるミリ波マルチパス伝搬模擬実験”、電子情報通信学会論文誌、Vol.J95-B, No.03, (Mar. 2012) . (掲載予定)
- [5] E.T.Whittaker and G.N.Watson, *A Course of Modern Analysis*(2nd ed.), Merchant Books, pp.132-133 (2008).
- [6] M.Abramowitz, and I.Stegun (eds), *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications, New York, p.262 (1965)
- [7] 佐藤勝善、梁 起碩、藤瀬雅行、“ミリ波帯における各種アスファルト路面の反射特性”、1998年電子情報通信学会通信ソサイエティ大会、B-1-10(1998).