

UDC 629.783

人工衛星の軌道とそれに適したミッション

高 橋 耕 三*
(昭和 47. 4. 19 受理)

SUITABLE ORBITS FOR VARIOUS SATELLITE MISSIONS

By

Kozo TAKAHASHI

Characteristics of sun-synchronous, recurrent, near-recurrent, polar, synchronous and stationary orbits, and the relations between them are examined, so that suitable orbits may be selected for the various satellite missions, with special attention to sun-synchronous recurrent orbits. On sun-synchronous, recurrent or near-recurrent orbits, a method of determining orbit elements is presented, and the calculated orbit elements by this method are verified by the calculation of the ground tracks. On synchronous orbits, there are shown special cases in which satellites are nearly stationary for a few hours at medium or high latitudinal points.

1. 結 言

人工衛星のミッションは、それに適した衛星軌道を選ぶことにより、はじめて達成されることが多い。たとえば狭い範囲を詳しく短時間だけ観測するには、衛星の高度は可能なかぎり低い方がよく、広い範囲を同時に観測するには、衛星の高度は高いほうがよい。また、地表全体を観測するには、衛星直下点の地表の軌跡（以下軌跡という）が地表全体をおおるように極軌道を選ばねばならないし、地表の1部を常に観測するには静止軌道の方がよい。赤道地方だけ観測するには、軌道傾角は 0° または 180° に近い値でよい。地表のある地点の日変化を知るには、その地点の上を衛星が通るときの地方平均太陽時が毎日変わるようにしなければならないが、その地点の季節変化を知るには、その地点を衛星が通過するときの地方平均太陽時は一定の方が望ましい。地球上層大気の高さ変化を直接観測するには、衛星高度が変わるよ

うに離心率を大きくしなければならないが、地表を一定精度で観測するには、衛星高度は一定の方がよく、離心率は0であることが望ましい。観測地点の地方平均太陽時が一定であることが必要なときは、太陽同期軌道が選ばれ、衛星の地表の軌跡が一定であることが必要なときは、回帰軌道が選ばれる。また、衛星の軌跡が毎日少しずつれて一定期間後に前の軌跡に一致する必要があるときには、準回帰軌道が選ばれる。

2. 摂 動 論^{(1),(2)}

2次の摂動を考慮した軌道要素、またはその時間変化は次式で表わされるものとする^{(1),(2)}。

平均運動：

$$n = n_0 \left[1 + \frac{3}{2} J_2 \frac{\sqrt{1-e^2}}{p^2} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) + \frac{3}{128} J_2^2 \frac{\sqrt{1-e^2}}{p^4} [16\sqrt{1-e^2} + 25(1-e^2) - 15 + (30 - 96\sqrt{1-e^2} - 90(1-e^2)) \cos^2 i \right] \right]$$

* 衛星研究部衛星管制研究室

$$+ (105 + 144\sqrt{1-e^2} + 25(1-e^2)) \cos^4 i \\ - \frac{45}{128} J_4 \frac{\sqrt{1-e^2}}{p^4} e^2 (3 - 30 \cos^2 i + 35 \cos^4 i) \quad (1)$$

昇交点赤経の時間変化率:

$$\dot{\Omega} = - \left[\frac{3}{2} \frac{J_2}{p^2} n \cos i \left\{ 1 + \frac{3}{2} \frac{J_2}{p^2} \left\{ \frac{3}{2} + \frac{e^2}{6} - 2\sqrt{1-e^2} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \left(\frac{5}{3} - \frac{5}{24} e^2 - 3\sqrt{1-e^2} \right) \sin^2 i \right\} \right\} \right. \\ \left. + \frac{35}{8} \frac{J_4}{p^4} n_0 \left(1 + \frac{3}{2} e^2 \right) \left(\frac{12 - 21 \sin^2 i}{14} \right) \cos i \right] \quad (2)$$

近地点引数の時間変化率:

$$\dot{\omega} = \frac{3}{2} \frac{J_2}{p^2} n \left(2 - \frac{5}{2} \sin^2 i \right) \left[1 + \frac{3}{2} \frac{J_2}{p^2} \left\{ 2 + \frac{e^2}{2} \right. \right. \\ \left. \left. - 2\sqrt{1-e^2} - \left(\frac{43}{24} - \frac{e^2}{48} - 3\sqrt{1-e^2} \right) \sin^2 i \right\} \right] \\ - \frac{5}{4} \frac{J_2^2}{p^4} e^2 n_0 \cos^4 i - \frac{35}{8} \frac{J_4}{p^4} n_0 \left[\frac{12}{7} - \frac{93}{14} \sin^2 i \right. \\ \left. + \frac{21}{4} \sin^4 i + e^2 \left\{ \frac{27}{14} - \frac{27}{14} \sin^2 i + \frac{81}{16} \sin^4 i \right\} \right] \quad (3)$$

交点周期:

$$T = 2\pi / (n + \dot{\omega}) \quad (4)$$

ここに

$$n_0: \text{摂動を無視したときの平均運動} \\ = k a^{-3/2} \quad (5)$$

$$k: \text{地球の重力常数} (= 1.996504452 \\ \times 10^{17} \text{m}^3/\text{sec}^{-2})$$

a : 長半径

e : 離心率

i : 傾角

$$p = \frac{a}{a_0} (1 - e^2)$$

a_0 : 赤道半径 (= 6378160m)

J_2 : 地球ポテンシャル関数の第2次ハーモニク
ク常数 (= 1.082645×10^{-3})

J_4 : 地球ポテンシャル関数の第4次ハーモニク
ク常数 (= -1.649×10^{-6})

3. 極軌道

衛星の軌道面が地球の両極を含むときその軌道を極軌道といい、衛星の軌道面ベクトルと地球の自転角運動量

のなす角、すなわち軌道傾角が、 $\pi/2$ の軌道と定義されている。この軌道では(2)から明らかなように $\dot{\Omega}=0$ となり、軌道面は慣性系にたいしては動かず、太陽にたいしては1年間に1回転することになる。地球全体を観測する必要のあるとき、または、衛星の軌道面が回転しては都合が悪いときは、この極軌道が選ばれる。カナダのALOUETTE衛星、ISIS衛星など、地球全体を観測する目的の科学衛星は、極軌道に近い準極軌道をとっている。

4. 太陽同期軌道

気象衛星、資源探査衛星などから地表を観測する場合、観測対象それぞれに最適の太陽高度がある。たとえば地表の起伏、海水の状態等の観測は、対象物の影の長さが観測対象となるため、太陽高度があまり高くは具合が悪いが、地表の太陽反射光のスペクトル観測を主な観測手段とする森林や農作物の観測では、衛星への入射光量が多いほどよいから、太陽高度は高い方が望ましい。また、衛星から高分解能写真を撮影するときも、衛星の軌道運動および姿勢変動の影響を除くため、露出時間を短くする必要があり、これに伴って衛星への入射光量は多いほどよいから、太陽高度があまり低くは具合が悪い。いずれにしろ衛星から地表を観測する場合、緯度が同じところでは、衛星直下点の太陽高度が一定、すなわち、地方平均太陽時が一定であることが望ましい。この要求を満すには、衛星の軌道面ベクトルと地球の中心からみた太陽方向のなす角がほぼ一定となるようにすればよい。衛星軌道面の慣性系にたいする角速度を地球公転の角速度に一致するようにすれば、この目的は達せられるはずであるが、地球公転の角速度は地球の公転軌道が円でなく楕円であるためその大きさは一定でなく、またその方向は赤緯 $23^\circ.4$ を向いていて、衛星の軌道面の回転角速度と一致させることは困難なため、両者の平均角速度または周期を一致させる。すなわち、衛星の軌道面が1恒星年に地球公転と同じ方向に1回転するようにその角速度を1日約1度にとればよい。このような条件を満す軌道を太陽同期軌道といい、同緯度の地点上は毎日ほぼ同じ地方平均太陽時に衛星が同じ方向に通過する。

太陽同期軌道は、(2)で表わされる昇交点の移動速度が下記の値に等しい軌道と定義される。

$$\dot{\Omega}_0 = 2\pi/Y_0 \quad (6)$$

ここに

Y_0 : 恒星年 (= 365.25636049 T_0)

T_0 : 平均太陽日 (= 24間が)

(1)~(6)が太陽同期軌道の軌道要素間の関係を示す。

長半径 a , 離心率 e が与えられたときの, 太陽同期軌道の傾角 i は, 逐次近似法により求めることができる。第 j 回目の傾角の近似値 i_j がわかっているときの第 $j+1$ 回目の傾角の近似値 i_{j+1} は次式から得られる。

$$i_{j+1} = i_j + (\dot{\Omega}_0 - \dot{\Omega}_j) / \left(\frac{\partial \dot{\Omega}}{\partial i} \right)_j \quad (7)$$

ここに $\dot{\Omega}_j$ は(2)の i に i_j を代入した値であり, $\left(\frac{\partial \dot{\Omega}}{\partial i} \right)_j$ は下記の(8), (9)に $i=i_j$ を代入し, 次に(8)を(9)に代入すれば得られる。

(1)を i で偏微分すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial i} = & -n_0 \left[\frac{9}{2} J_2 \frac{\sqrt{1-e^2}}{p^2} + \frac{3}{128} J_2^2 \frac{\sqrt{1-e^2}}{p^4} \{ 12 \{ 5 \right. \\ & - 16\sqrt{1-e^2} - 15(1-e^2) \} + 4 \{ 105 + 144\sqrt{1-e^2} \\ & \left. + 25(1-e^2) \} \cos^2 i \right] \\ & + \frac{225}{32} J_4 \frac{\sqrt{1-e^2}}{p^4} e^2 (3-7 \cos^2 i) \} \sin i \cos i \quad (8) \end{aligned}$$

(2)を i で偏微分すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\Omega}}{\partial i} = & -\frac{3}{2} \frac{J_2}{p^2} \left(\frac{\partial n}{\partial i} \cos i - n \sin i \right) \left(1 + \frac{3}{2} \frac{J_2}{p^2} \left\{ \frac{3}{2} + \frac{e^2}{6} \right. \right. \\ & \left. \left. - 2\sqrt{1-e^2} - \left(\frac{5}{3} - \frac{5}{24} e^2 - 3\sqrt{1-e^2} \right) \sin^2 i \right\} \right) \\ & + \frac{9}{2} \left(\frac{J_2}{p^2} \right)^2 n \left(\frac{5}{3} - \frac{5}{24} e^2 - 3\sqrt{1-e^2} \sin i \cos i \right) \\ & + \frac{35}{8} \frac{J_4}{p^4} n_0 \left(1 + \frac{3}{2} e^2 \right) \left\{ \frac{12-21 \sin^2 i}{14} \right. \\ & \left. + \frac{21}{7} \cos^2 i \right\} \sin i \quad (9) \end{aligned}$$

i の初期値 i_0 は次のようにして求められる。

$\dot{\Omega}$ の 1 次近似式は, (2)から

$$\dot{\Omega} = -1.5 \frac{k J_2 a_e^2 \cos i_0}{(1-e^2)^2 a^{7/2}}$$

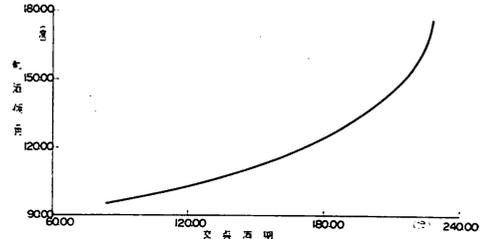
かきかえると

$$i_0 = \cos^{-1} \frac{-a^{7/2} \dot{\Omega}}{3 \frac{J_2 a_e^2}{2 (1-e^2)^2 k}} \quad (10)$$

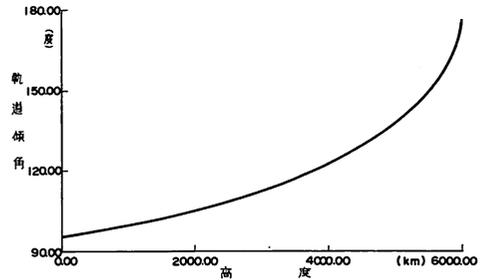
ϵ_1 を $\dot{\Omega}$ の最大許容誤差とし

$$|\dot{\Omega}_0 - \dot{\Omega}_j| < \epsilon_1 \quad (11)$$

となるまで, (1)(2)(8)(9)(7)の順に計算をくりかえせば, 所要精度の傾角が得られる。



第1図 太陽同期軌道の傾角と高度の関係



第2図 太陽同期軌道の傾角と周期の関係

第1表 太陽同期軌道の軌道要素

高度 (km)	長半径 (km)	傾角の初期値 (度)	傾角 (度)	交点周期 (分)
300	6678.16	96.67168	96.66666	90.64717
400	6778.16	97.02968	97.02455	92.68622
500	6878.16	97.40143	97.39619	94.74035
600	6978.16	97.78727	97.78191	96.80943
800	7178.16	98.60267	98.59708	100.99201
1000	7378.16	99.47884	99.47301	105.23307
1500	7878.16	101.95632	101.94989	116.08613
2000	8378.16	104.88928	104.88221	127.28697
3000	9378.16	112.41296	112.40455	150.68607
4000	10378.16	122.92678	122.91683	175.34453
5000	11378.16	138.59375	138.58140	201.18292

第1図は離心率が0の場合の傾角(度, 縦軸)と高度(km, 横軸)の関係を示し, 第2図は同じく離心率が0の場合の傾角(度, 縦軸)と交点周期(分, 横軸)の関係を示す。第1表は離心率が0の場合の代表的な衛星高度, 長半径, 傾角, 交点周期間の関係を示す。この場合の高度は赤道半径 a_e を半径とする球面から衛星までの最短距離である。参考までに(10)から得られた初期値 (J_4 および J_2 の二乗を含む項を無視した場合の i の値) も示してある。アメリカの気象衛星, TIROS, Nimbus, ESSA, ITOS などみなこの太陽同期軌道をとっている。

5. 回帰軌道

衛星が地表の特定の地域だけを繰り返し観測するためには、衛星の軌跡が毎日または、毎周期同じになる軌道が適ばれる。衛星の周期が1恒星日以下のときは、その軌跡は数周期毎に同じになり、周期が1恒星日以上ときは、その軌跡が毎周期同じになる軌道を回帰軌道といい、交点周期 T と昇交点の変化率 $\dot{\Omega}$ が下記の関係を満足する軌道と定義される。

$$NT\omega_0 = 2\pi + NT\dot{\Omega} \quad (12)$$

ここに

N : ほぼ1日の回帰数(正の整数または、その逆数)

ω_0 : 地球の自转角速度

$$= 2\pi/T_0 \quad (13)$$

T_0 : 地球の自転周期

$$= \frac{Y_0}{Y_0 + T_0} T_0 \quad (14)$$

(12)は衛星が地球を N 周する間の地球の自转角を示し、右辺の $NT\dot{\Omega}$ はその間の衛星軌道面の回転角を示す。よって(12)は、衛星が丁度地球を N 周する間に、地球は1回転と $NT\dot{\Omega}$ 自転し、軌道面は $NT\dot{\Omega}$ だけ回転し、両者の回転角の差は丁度 2π であること、すなわちこの間の地球の自转角と軌道面の回転角とは法 2π に関して等余であることを示している。地球が約1回転しても、地表と衛星の軌道面の関係は変わらず、前と同じであるから、衛星の軌跡はその周期が1恒星日以下ならば毎日同じとなる。周期が1恒星日以上ならば毎周期同じになる。 N が正の整数ならば、衛星の軌跡は等間隔で N 回赤道を同じ方向によぎるのだから赤道上の隣り合う軌跡の間隔は次式で表わされる。

$$D = 2\pi a_0 / N \quad (15)$$

回帰極軌道の場合は(2)から明らかなように $\dot{\Omega} = 0$ であるから(12)は次式のようになる。

$$NT\omega_0 = 2\pi$$

書きかえると

$$T = \frac{2\pi}{N\omega_0}$$

(12)を代入すると

$$T = T_0 / N$$

この軌道の場合は、軌道面が回転しないため、回帰軌道

は地表にたいして回帰であると同時に慣性系にたいしても回帰となる。その交点周期は上式から明らかなように、地球の自転周期の整数分の1または整数倍となり、回帰周期は地球の自転周期に等しくなる。

6. 準回帰軌道

衛星が地表の大部分の地域を一定期間毎に繰り返し観測するためには、衛星の軌跡が毎日すこしずつずれ、数日後に再び同じ軌跡を通るような軌道が選ばれる。衛星の高度を回帰軌道の高度よりも少し高くまたは、低くすると、交点周期はそれぞれ少し長くまたは短くなり、衛星の軌跡は前日のそれとは少し異り、それぞれ西または東にずれる。というのは、回帰軌道の周期よりも周期が少し長くまたは、短くなれば、衛星が地球を N 周する間に、地球は軌道面にたいして1回転よりもそれぞれ少し多くまたは、少なく自転するため、衛星の軌跡は西または、東へ移動するからである。このような軌道を準回帰軌道といい、 T と $\dot{\Omega}$ が(12)に類似の下記の関係を満す軌道と定義される。

$$(MN \pm 1)T\omega_0 = 2\pi M + (MN \pm 1)T\dot{\Omega} \quad (16)$$

ここに複号同順。 $(MN \pm 1)$ は約 M 日間の回帰数を示し、 M は2以上の整数である。正符号の場合軌跡は東方にずれ、負符号の場合軌跡は西方にずれる。

(16)は衛星が地球を $(MN \pm 1)$ 周する間(約 M 日間)の地球の自转角を示し、右辺の $(MN \pm 1)T\dot{\Omega}$ はその間の衛星軌道面の回転角を示す。よって(16)は、衛星が丁度 $(MN \pm 1)$ 公転する間に地球は M 回転と $(MN \pm 1)T\dot{\Omega}$ 自転し、その間に軌道面は $(MN \pm 1)T\dot{\Omega}$ だけ回転し、両者の回転角の差は丁度 $2\pi M$ であること、すなわちこの間の地球の自转角と軌道面の回転角とは法 2π に関して等余であることを示す。よって、地球が約 M 回転しても地表と軌道面の関係は変わらず、衛星の軌跡は $(MN \pm 1)$ 周期毎に同じになる。

衛星の軌跡は等間隔で $(MN \pm 1)$ 回赤道を同じ方向によぎるのだから赤道上の隣り合う軌跡の間隔は次式のようになる。

$$D = 2\pi a_0 / (MN \pm 1) \quad (17)$$

ここに(16)、(17)の複号は同順である。

準回帰極軌道の場合は $\dot{\Omega} = 0$ であるから(16)は次式のようになる。

$$(MN \pm 1)T\omega_0 = 2\pi M$$

書きかえると

$$T = \frac{2\pi M}{(MN \pm 1)\omega_0}$$

(4)を代入すると

$$T = \frac{MT_0}{MN \pm 1}$$

上式は準回帰軌道の交点周期の回帰数倍、すなわち、回帰周期は、地球自転周期の整数倍であることを示す。

地球全体の季節変化と日変化を1個の衛星で観測するときには、太陽同期でない準回帰軌道が便利であろう。

7. 太陽同期回帰軌道⁽³⁾

衛星が地表の特定の地域を毎日特定の時刻に繰り返し観測するためには太陽同期回帰軌道が選ばれる。(6)、(4)がそれぞれ太陽同期と回帰の定義式であるから、太陽同期回帰軌道は、軌道要素が(6)および(4)の関係を同時に満足する軌道と定義される。(4)を書きかえると、

$$T = \frac{2\pi}{N(\omega_0 - \Omega)}$$

(6)と(4)を代入すると

$$T = \frac{1}{N\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{Y_0}\right)}$$

(4)を代入すると

$$T = T_0/N \tag{4a}$$

上式は太陽同期回帰軌道の交点周期は常に平均太陽日の整数分の1であること、または、その回帰周期は平均太陽日に等しいことを示している。(Nが整数の逆数の場合、交点周期は平均太陽日の整数倍となるはずであるが、そのような解は実在しない。第2図参照) (6)と(4a)を同時に満足する軌道を太陽同期回帰軌道と定義しても同じことになる。(1)~(4)と(4a)が太陽同期回帰軌道の軌道要素間の関係を示すことになる。

回帰数Nまたは、交点周期Tと、離心率eが与えられたときの太陽同期回帰軌道の傾角iと長半径aは、(7)と下記の(4a)から逐次近似法により求めることができる。第j回目の長半径a_jが与えられたときの第j+1回目の長半径a_{j+1}は

$$a_{j+1} = a_j + (T - T_j) \left(\frac{dT}{da} \right)_j \tag{4b}$$

ここにT_jは(4)にi_jとa_jを代入したときの値であり、 $\left(\frac{dT}{da}\right)_j$ は下記の式のiにi_jをaにa_jを代入したときの値である。(4)をaで微分すると

$$\frac{dT}{da} = \frac{\partial T}{\partial a} + \frac{\partial T}{\partial i} \frac{di}{da} \tag{20}$$

ここに

$$\frac{\partial T}{\partial a} = -\frac{2\pi\left(\frac{\partial n}{\partial a} + \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial a}\right)}{(n + \dot{\omega})^2} \tag{21}$$

$$\frac{\partial T}{\partial i} = -\frac{2\pi\left(\frac{\partial n}{\partial i} + \frac{\partial \dot{\omega}}{\partial i}\right)}{(n + \dot{\omega})^2} \tag{22}$$

$$\frac{\partial n}{\partial a} = -\frac{3}{2} \frac{n}{a} + n_0 \left[\frac{3}{2} J_2 \frac{\sqrt{1-e^2}}{p^2} \left(-\frac{2}{a}\right) \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i\right) \right.$$

$$\left. + \frac{3}{128} J_2^2 \frac{\sqrt{1-e^2}}{p^4} \left(-\frac{4}{a}\right) (16\sqrt{1-e^2} \right.$$

$$\left. + 25(1-e^2) - 15 + (30 - 96\sqrt{1-e^2} - 90(1 \right.$$

$$\left. - e^2) \cos^2 i + (105 + 144\sqrt{1-e^2} \right.$$

$$\left. + 25(1-e^2) \cos^4 i \right]$$

$$- \frac{45}{128} J_4 \frac{\sqrt{1-e^2}}{p^4} \left(-\frac{4}{a}\right) e^2 (3 - 30 \cos^2 i$$

$$\left. + 35 \cos^4 i \right) \tag{23}$$

$$\frac{\partial \dot{\omega}}{\partial a} = \frac{3}{2} \frac{J_2}{p^2} n \left(2 - \frac{5}{2} \sin^2 i \right) \left[1 + \frac{3}{2} \frac{J_2}{p^2} \left(2 + \frac{e^2}{2} \right. \right.$$

$$\left. - 2\sqrt{1-e^2} - \left(\frac{43}{24} - \frac{e^2}{48} - 3\sqrt{1-e^2} \right) \sin^2 i \right]$$

$$\times \left(\frac{-2}{a} + \frac{\partial n}{\partial a} / n \right) - \frac{3}{2} \frac{J_2}{p^2} n \left(2 - \frac{5}{2} \sin^2 i \right) \frac{3J_2}{p^2}$$

$$\times \frac{1}{a} \left[2 + \frac{e^2}{2} - 2\sqrt{1-e^2} - \left(\frac{43}{24} - \frac{e^2}{48} \right. \right.$$

$$\left. - 3\sqrt{1-e^2} \right) \sin^2 i \right] + \frac{5}{4} \frac{J_2^2}{p^4} \left(\frac{11}{2a} \right) e^2 n_0 \cos^4 i$$

$$+ \frac{35}{8} \frac{J_4}{p^4} \left(\frac{11}{2a} \right) n_0 \left[\frac{12}{7} - \frac{93}{14} \sin^2 i \right.$$

$$\left. + \frac{21}{4} \sin^4 i + e^2 \left\{ \frac{27}{14} - \frac{27}{4} \sin^2 i - \frac{81}{16} \sin^4 i \right\} \right] \tag{24}$$

$$\frac{\partial \dot{\omega}}{\partial i} = \frac{3}{2} \frac{J_2}{p^2} \left\{ \frac{\partial n}{\partial i} \left(2 - \frac{5}{2} \sin^2 i \right) \right.$$

$$\left. - 5n \sin i \cos i \right\} \left[1 + \frac{3}{2} \frac{J_2}{p^2} \left\{ 2 + \frac{e^2}{2} - 2\sqrt{1-e^2} \right. \right.$$

$$\left. - \left(\frac{43}{24} - \frac{e^2}{48} - 3\sqrt{1-e^2} \right) \sin^2 i \right]$$

$$+ \left[-2 \left(\frac{3}{2} \frac{J_2}{p^2} \right)^2 n \left(2 - \frac{5}{2} \sin^2 i \right) \left(\frac{43}{24} - \frac{e^2}{48} \right. \right.$$

$$\left. - 3\sqrt{1-e^2} \right) + 5 \left(\frac{J_2}{p^2} \right)^2 n_0 e^2 \cos^2 i$$

$$-\frac{35}{8} \frac{J_4}{p^4} n_0 \left\{ -\frac{93}{7} + 21 \sin^2 i \right. \\ \left. + e \left(-\frac{27}{2} + \frac{81}{4} \sin^2 i \right) \right\} \sin i \cos i \quad (25)$$

$\frac{di}{da}$ の近似値は(2)に(6)を代入し高次の項を無視すれば得られる。すなわち

$$\dot{\Omega}_0 \doteq -\frac{3}{2} \frac{J_2}{p^2} \cos i n \\ \doteq -\frac{3}{2} \frac{J_2}{p^2} \cos i n_0 \left\{ 1 + \frac{3}{2} J_2 \sqrt{1-e^2} \right. \\ \left. \times \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) / p^2 \right\}$$

$$= -\frac{3}{2} \frac{J_2 a_0^2 k}{a^{11/2} (1-e^2)^2} \left\{ a^2 + \frac{3}{2} J_2 \sqrt{1-e^2} \right. \\ \left. \times \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \left(\frac{a_0}{1-e^2} \right)^2 \right\} \cos i$$

書きかえると

$$\dot{\Omega}_0 a^{11/2} = -\frac{3}{2} \frac{J_2 a_0^2 k}{(1-e^2)^2} \left\{ a^2 + \frac{3}{2} J_2 \sqrt{1-e^2} \right. \\ \left. \times \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \left(\frac{a_0}{1-e^2} \right)^2 \right\} \cos i$$

上式を a で微分すると

$$5.5 \dot{\Omega}_0 a^{4.5} = \frac{3}{2} \frac{J_2 a_0^2 k}{(1-e^2)^2} \left\{ \left[a^2 + \frac{3}{2} J_2 \sqrt{1-e^2} \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \left(\frac{a_0}{1-e^2} \right)^2 \right] \sin i \frac{di}{da} \right. \\ \left. + \left\{ -2a \cos i + \frac{3}{2} J_2 \sqrt{1-e^2} \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(\frac{a_0}{1-e^2} \right)^2 3 \sin i \cos^2 i \right\} \frac{di}{da} \right\}$$

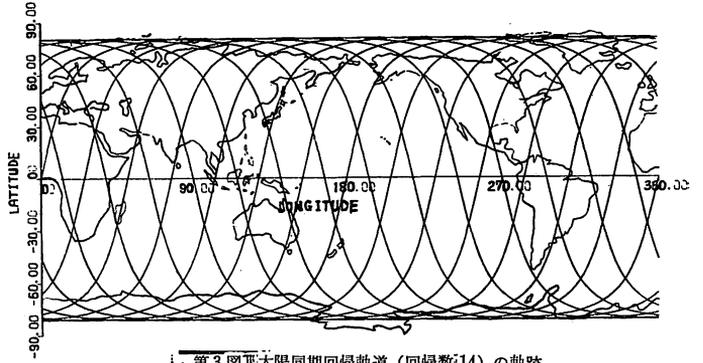
上式から

$$\frac{di}{da} = \frac{5.5 \dot{\Omega}_0 a^{4.5} + 3 J_2 k \left(\frac{a_0}{1-e^2} \right)^2 a \cos i}{\frac{3}{2} J_2 k \left(\frac{a_0}{1-e^2} \right)^2 \left\{ a^2 + \frac{3}{2} J_2 \sqrt{1-e^2} \right.} \\ \left. \times \left(\frac{a_0}{1-e^2} \right)^2 \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i + 3 \cos^2 i \right) \right\} \sin i} \quad (26)$$

a の初期値 a_0 は摂動が無視されている(5)から得られる。すなわち

$$a_0 = \left(\frac{kT}{2\pi} \right)^{2/3}$$

i の初期値 i_0 は、上の値を(10)に代入すれば得られる。所要精度の太陽同期回帰軌道の長半径 a および傾角 i は



第3図 太陽同期回帰軌道(回帰数14)の軌跡

第2表 太陽同期回帰軌道の軌道要素

1日の回帰数	高度(km)	長半径の初期値(km)	長半径(km)	傾角の初期値(度)	傾角(度)	交点周期(分)
7	5171.0	11543.497	11549.176	142.08125	142.19507	205.71429
8	4183.5	10560.297	10561.669	125.28854	125.29670	180.0
9	3383.6	9762.801	9761.736	116.03221	116.01256	160.0
10	2719.8	9100.588	9097.998	110.07328	110.04441	144.0
11	2158.5	8540.323	8536.693	105.94915	105.91754	130.90909
12	1676.5	8059.015	8054.619	102.96139	102.92958	120.0
13	1257.1	7640.244	7635.247	100.72428	100.69333	110.76923
14	888.3	7271.948	7266.454	99.00579	98.97610	102.85714
15	561.0	6945.048	6939.125	97.65793	97.62965	96.0
16	268.1	6652.570	6646.265	96.58223	96.55534	90.0

(1)と下記の(7)の条件が満たされるようになるまで上記の計算を繰り返せば得られる。

$$|T - T_j| < \varepsilon_2 \quad (27)$$

ここに ε_2 は T の最大許容誤差。

第2表は離心率が0の場合の太陽同期回帰軌道の軌道要素を示す。太陽同期回帰軌道は第2表に示されている10種類だけであるが、回帰数16の場合は衛星高度が、低いため、地球大気の影響で軌道が変わり太陽同期回帰の条件は持続されない。第3図は回帰数が14の場合の太陽同期回帰軌道の軌跡である。縦軸は北緯(度)を、横軸は東経(度)を示す。

8. 太陽同期準回帰軌道

衛星が地表の大部分を、同緯度の地点では同一の地方平均太陽時で一定期間毎に繰り返し観測するためには、太陽同期準回帰軌道が選ばれる。(6)と(10)がそれぞれ太陽同期と準回帰の定義式であるから、太陽同期準回帰軌道は、軌道要素が(6)と(10)の関係を同時に満足する軌道と定義される。(10)を書きかえると

$$T = \frac{2\pi}{(MN \pm 1)(\omega_0 - \dot{\Omega})}$$

(6)と(8)を代入すると

$$T = \frac{M}{MN \pm 1} \frac{1}{\frac{1}{T_0} - \frac{1}{Y_0}}$$

(4)を代入すると

$$T = \frac{M}{MN \pm 1} T_0 \tag{28}$$

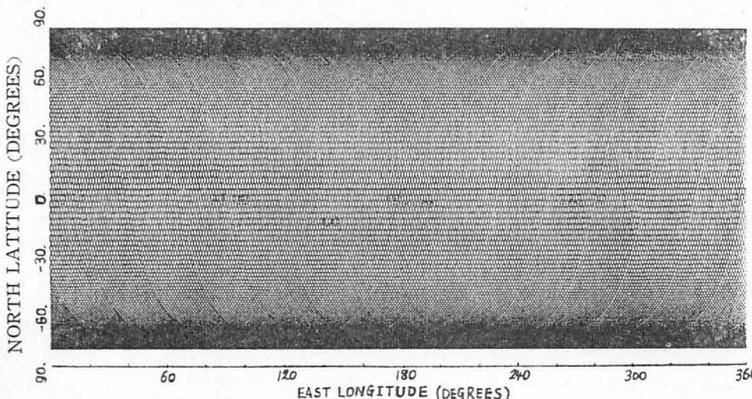
上式は太陽同期準回帰軌道の交点周期と平均太陽日の関係を示し、交点周期の回帰数倍は平均太陽日の整数倍であること、すなわち、回帰周期は平均太陽日の整数倍であることを示している。

太陽同期準回帰軌道の軌道要素は太陽同期回帰軌道と同じ方法で求められる。ただし、回帰条件(8)のかわりに(16)が用いられ、交点周期は(8)のかわりに(28)が用いられる。

米国の資源探査衛星 ERTS は太陽同期準回帰軌道をとる予定で、その仕様によれば、極地方を除く地球全体を、赤道上での地方平均太陽時が9時30分になるように観測し、その軌跡は毎日西方に移動し、赤道上での隣り合う軌跡の間隔は約86海里で、その観測周期は約18日となっている。(17)に $D \doteq 86\text{nm}$, $2\pi a_0 \doteq 360 \times 60\text{nm}$, $M = 18$ を代入し、軌跡が西方に移動するのだから負の符号をとると $N=14$ が得られる。よって $MN-1=251$ となるから軌跡は251周毎に同一地点を同一方向に通る

第3表 太陽同期準回帰軌道 (回帰数: 251)

高度 (km)	長半径の初期値 (km)	長半径 (km)	傾角の初期値 (度)	傾角 (度)	交点周期 (分)
907.6	7291.249	7285.781	99.09044	99.06067	103.26693



第4図 太陽同期準回帰軌道 (回帰数 251) の軌跡

ことになる。上記の値を(28)に代入して求めた軌道要素が第3表に示されている。第4図は ERTS の予定軌跡がこの軌道要素を用いてえがいたものである。

9. 同期軌道

回帰数が1の回帰軌道を特に同期軌道という。周期はほぼ地球の自転周期と等しく約 $23^h 56^m 04^s$ で、高度は約 35787 km である。回帰軌道の定義式(2)に $N=1$ を代入すると

$$T_{\omega_0} = 2\pi + T\dot{\Omega}$$

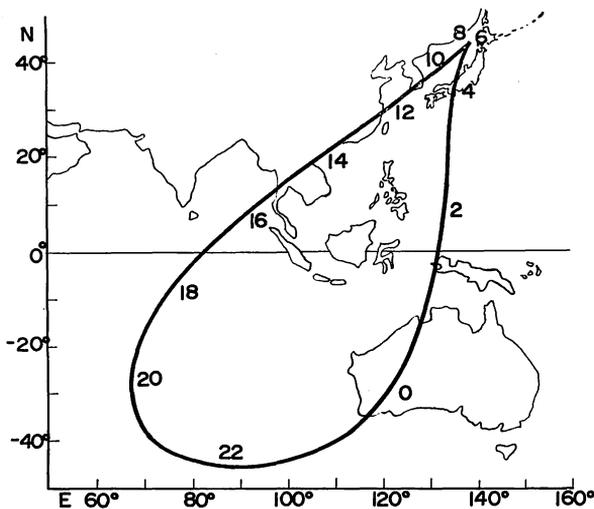
(4)を代入して書きかえると

$$n + \dot{\omega} + \dot{\Omega} = \omega_0 \tag{29}$$

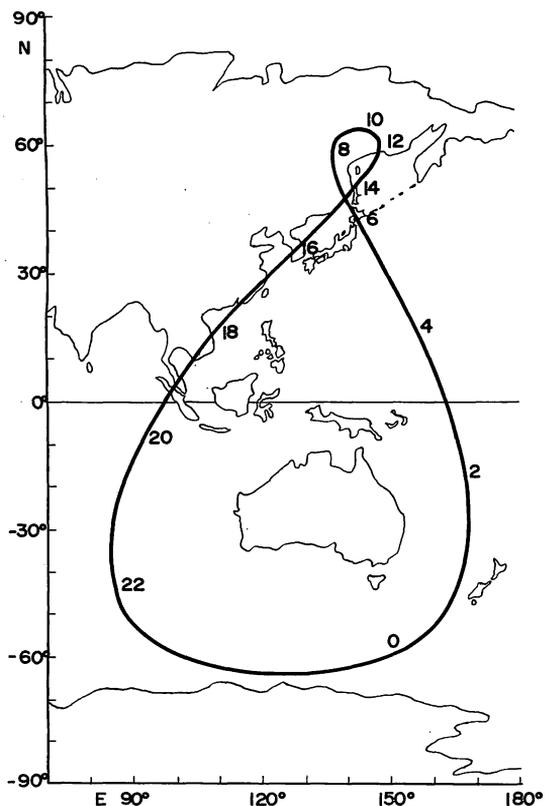
軌道要素が上記の関係を満たす軌道が同期軌道と定義される。通常、衛星の公転周期が惑星の自転周期に等しい軌道を同期軌道と定義しているが、この定義は軌道の摂動を考慮しない場合のもので、(29)の $\dot{\omega} + \dot{\Omega}$ を無視したときに相当する。同期衛星の軌跡は、軌道傾角、離心率、近地点引数の組合せに応じて種々の閉曲線をえがく。衛星による特定地点の連続観測または宇宙通信には静止軌道が一番望ましいが、高緯度地方では仰角が低くなりすぎて利用できない。これにたいし同期軌道の傾角、離心率、近地点引数を適当に選べば、その軌跡は約4時間程度なら高緯度でもほぼ静止するようにできる。近地点通過時刻と昇交点赤経以外は同じ軌道要素の衛星を数個等時間間隔(交点周期Tの整数分の1)で赤道上の同一地点を通るように軌道上におくと、高緯度地方の衛星による連続観測、連続通信などに非常に便利であろう。たとえば、 $i=45^\circ$, $e=0.2$, $\omega=300^\circ$ のときは、近地点通過後7~11時間にわたり、また $i=45^\circ$, $e=0.3$, $\omega=315^\circ$ のときは近地点通過後5~9時間にわたり衛星の軌跡は

北緯 45° のあたりではほぼ静止する。

第5図に $i=45^\circ$, $e=0.3$, $\omega=315^\circ$ の場合の同期軌道の軌跡を示す。図中の数字は衛星の近地点通過後の時間(時)である。縦軸は北緯(度)を、横軸は東経(度)を示す。(3)から明らかなように $i=45^\circ$ のときは近地点は移動するがその量は $e=0.2$ の場合 $\dot{\omega} = 0.^\circ 0109$ /日 $= 3.^\circ 98$ /年、 $e=0.3$ の場合 $\dot{\omega} = 0.^\circ 0121$ /日 $= 4.^\circ 42$ /年でもとに実用上問題になるような量ではない。 $i=63.^\circ 435$ にすれば(3)から明らかなように近地点は移動しなくなる。第6図



第5図 同期軌道 ($i=45^\circ, e=0.3, \omega=315^\circ$) の軌跡、
図中の数字は近地点通過後の時間



第6図 同期軌道 ($i=63.435^\circ, e=0.3, \omega=285^\circ$) の
軌跡、図中の数字は近地点通過後の時間

に $i=63.435^\circ, e=0.3, \omega=285^\circ$ の場合の軌跡を示す。
オホック海の流水・気象等の常時観測、同一半球の高緯
度にある地球局間の衛星通信等には、第5図と第6図の

比較から傾角が 45° に近い同期軌道の方が適当と思われ
る。

10. 静止軌道

地表にたいする衛星の軌跡が常に静止している軌道を
静止軌道といい、傾角と離心率がともに0の同期軌道と
定義される。(9)に(10)を代入して書きかえると

$$\frac{2\pi}{n+\omega+\dot{\Omega}} = T_0 \tag{9}$$

$i=0$ の場合 $n, \omega, \dot{\Omega}$ のベクトル方向は一致している
から、上式は静止衛星の慣性系にたいする公転周期が地
球の自転周期 $23^h 56^m 04^s$ に等しいことを示す。
高度は、約 35787 km で同期軌道とほぼ同じである。
静止軌道は低緯度地方の衛星による常時観測、衛星通
信などにひろく利用されている。

地球は完全な回転楕円体ではなく、その赤道面とゼオ
イド面の交線は円ではなく楕円に近い形をしている。こ
のため静止軌道は正確には2体問題としてよりもむしろ
3体問題に近い形で扱う必要がある。3体問題の場合安
定平衡点は2点しかなく秤動点と呼ばれている。静止軌
道の安定点も赤道面内の東経 72° (インド洋上)と西経
 108° (太平洋上)のあたり2点だけである。衛星を安
定点以外のところに長時間静止させることは困難であ
り、一時静止させても安定点のまわりをゆっくりと回
るようになる。たとえば、衛星の初期静止位置が安定
点から経度で 45° ずれると約2.5年の周期で、 55° ず
れると約3年の周期で安定点のまわりを回るようになる。
静止軌道は地球ポテンシャルの不均一の影響のほか
に、太陽や月の影響も受けて傾角と離心率も変化する。
特に傾角は1年に約 0.86 度程度変化するため、たとえ
安定平衡点にある衛星でも、その軌跡の緯度のある範
囲内に保持するためには、保持精度に応じて傾角を時
々修正し0に近づける必要がある。安定点以外の点の
ある範囲に衛星を保持するには、傾角の修正のほか
に、長半径の修正も一定期間毎に行なわなければならない。
衛星を静止させる位置が、近い方の安定点の東側
ならば、衛星が漂動して許容経度範囲の西端(安定
点に近い方)にきたとき軌道長半径を静止軌道の半
径よりも小さい円軌道にして漂動方向を逆転させ
ねばならない。もし衛星の静止位置が近い方の安
定点の西側ならば、衛星が許容経度の東端にきた
とき軌道長半径を大きくしなければならぬ。

11. 結 言

2 次の摂動を考慮した太陽同期，回帰，準回軌と同期軌道の定義およびそれら間の関係が示され，太陽同期，太陽同期回帰および太陽同期準回帰軌道に関してはそれらの軌道要素の誘導方法も得られた。これらの軌道のさらに正確な軌道要素を求めるには，高次の摂動，特に月や太陽による摂動も考慮しなければならない。

参 考 文 献

(1) 高橋耕三，地球観測に適した人工衛星軌道，宇宙

科学調査，8. 科学技術庁研究調整局 昭和47年7月。
(2) Escobal, P. R., Method of Orbit Determination. pp.306-392, Jhon Wiley & Sons, New York, 1965.
(3) Sibilila, A. I., "Small Payload Potential for Earth Resouces," British Interplanetary Society, International Summer School on Earth Resources Survey Satellite, 14-25 July 1969, Cambridge, England.

