

研 究

静止衛星間の衝突の確率及びその回避法

高橋 耕三*

(昭和55年1月28日受理)

PROBABILITY OF COLLISION AND METHODS
FOR COLLISION AVOIDANCE OF STATIONARY SATELLITES

By

Kozo TAKAHASHI

The collisions between stationary satellites, including those of a stationary satellite with abandoned stationary satellites which have the nearly synchronous and relatively large inclination orbit, are discussed. The general formula for calculating the probability of the three dimensional collision is introduced by the use of arguments which are the three dimensional size of satellites, orbital bounds, number of satellites and time. The numerical calculation shows that the probability is negligibly small in case of the satellites with comparable size to that of existing satellites, whereas that the probability is large enough to collide possibly in case of the satellite with size as huge as a hypothetical gigawatt solar power satellite. The probability would become large if the satellites are continued to be abandoned in the stationary orbit, as at present they are done, over several centuries, even if the size is ordinary, such as several metres. The methods for avoiding the collision are discussed in each case where a satellite collides not only in the stationary orbit with stationary satellites and abandoned satellites but also on the occasion of injection into the stationary orbit.

概 要

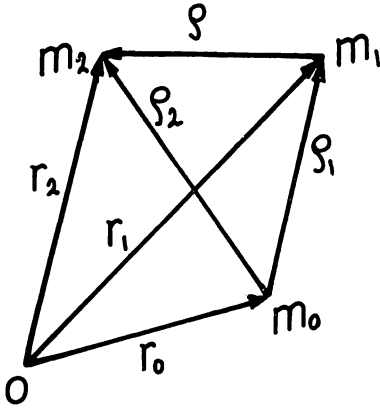
静止衛星間及び静止衛星と放棄された静止衛星間の三次元的衝突の確率を、衛星の大きさ、衛星の個数、軌道の制御範囲及び時間等の関数で表した。静止衛星の大きさと数が現在と同程度ならば、静止衛星間、及び静止衛星と放棄された静止衛星間の衝突の確率は非常に小さいが、衛星の大きさが想定されている太陽発電衛星のように極端に大きい場合、又は、現在のように不用になった静止衛星を放置し続ける場合は、衝突に対する対策が必要となることを定量的に示した。衝突回避の種々の対策

を、静止衛星間、静止衛星と放棄された静止衛星間、衛星の静止軌道投入時のそれぞれについて、比較検討した。

1. 緒 言

静止軌道は、赤道上の、厚さ数 km、幅数百 km のリング状の 1 個の有限の空間であるため、その有効利用の手段として、1 部の衛星業務の軌道に対しては、非常に強い制約が課せられている。例えば、12 GHz 帯放送衛星では、緯度、経度とも、 ± 0.1 の範囲内にその軌道位置を保持するよう技術規準で決められている。静止軌道に対する規制は、主として、隣接する静止衛星間の電

* 衛星通信部 第三衛星通信研究室



第1図 質点 \$m_0, m_1, m_2\$, 動径 \$r_0, r_1, r_2\$ 及び質点間の距離 \$\rho, \rho_1, \rho_2\$ の関係

波干渉を防ぐために設けられたものであるが、静止衛星間の衝突防止の目的が無かったわけでもない。

静止衛星と放棄された静止衛星間の二次元の衝突の確率及びその回避法は文献(1)で既に論じられているが、本文は、より一般的に、三次元の衝突の確率の計算式を誘導し、静止衛星間の衝突の確率及びその回避法をも示した。その結果、現状の大きさの衛星の場合は、衝突に関するかぎり、静止軌道に対する現在のような強い規制は無意味であるが、数 km の大きさの場合は厳しい規制が必要となり、また、たとえ、静止衛星が通常大きさでも、不用となってからの軌道の規制が将来必要となる可能性もあることが明らかになった。

2. 静止衛星間の相互干渉

静止衛星間及び静止衛星と放棄された静止衛星間の衝突を考える場合、まず、これらの衛星の運動が独立なのか、それとも相互の引力により、その運動が乱されるのかを定量的に検討する必要がある。

地球と2個の衛星の間の引力により生ずる加速度は、いわゆる三本問題の式で表すことができる(第1図参照)。

$$\ddot{\mathbf{r}}_0 = G\{m_1\rho_1/\rho_1^3 + m_2\rho_2/\rho_2^3\} \quad \dots\dots(1)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_1 = G\{-m_0\rho_1/\rho_1^3 + m_2\rho/\rho^3\} \quad \dots\dots(2)$$

ここに \$r_0\$: 原点Oから質点 \$m_0\$ までの距離

\$r_1\$: 原点Oから質点 \$m_1\$ までの距離

\$m_0\$: 地球の質量, 又は衛星の重心位置

\$m_1, m_2\$: 衛星の質量, 又は衛星の重心位置

\$\rho_1\$: \$m_0\$ から \$m_1\$ までの距離

\$\rho_2\$: " \$m_2\$ "

\$\rho\$: \$m_1\$ から \$m_2\$ "

\$G = 6.672 \times 10^{-11} \text{m}^3 / (\text{kg sec}^2)\$: 万有引力常数

質点 \$m_0, m_1, m_2\$ により生ずる \$m_0\$ に相対的な \$m_1\$ の

加速度を求めるため、(2)から(1)を引くと、

$$\begin{aligned} \ddot{\rho}_1 &= \ddot{\mathbf{r}}_1 - \ddot{\mathbf{r}}_0 \\ &= G[-(m_0 + m_1)\rho_1/\rho_1^3 + m_2(\rho/\rho^3 - \rho_2/\rho_2^3)] \end{aligned} \quad \dots\dots(3)$$

右辺の第1項 \$-G(m_0 + m_1)\rho_1/\rho_1^3\$ は、2個の質点 \$m_0, m_1\$ による加速度を表し、第2項 \$Gm_2(\rho/\rho^3 - \rho_2/\rho_2^3)\$ は、質点 \$m_2\$ による擾乱の加速度を表す。本論文では、\$m_1\$ と \$m_2\$ の静止軌道での衝突だけを考えるため、\$\rho\$ は \$\rho_2\$ よりも4桁以上小さいものとし、\$\rho_2/\rho_2^3\$ の項を無視すると、擾乱は次式により表される。

$$F = Gm_2/\rho^2 \quad \dots\dots(4)$$

静止軌道の擾乱のうち、地球の重力の不均一性と、月の引力によるものは良く知られており、これらの大きさは下記のとおりである。

地球重力の不均一性による東西方向の加速度は、文献から⁽¹⁾⁻⁽³⁾

$$7.14 \times 10^{-8} \text{m/sec}^2 \text{以下}$$

月の引力による南北方向の加速度 \$\alpha\$ は、例えば文献(4)から求められる。文献(4)の(1), (2)式の絶対値の比から

$$\Delta\dot{H}/H = \alpha/r\omega = \dot{\theta}$$

ここに、\$H\$ は公転角運動量、\$\omega\$ は公転角速度、\$\alpha\$ は \$\omega\$ に直角方向の加速度。上式に \$r = 4.2166 \times 10^7 \text{m}\$、\$\omega = 2\pi/0.99727 \text{rad/day}\$ 文献(4)の(9)式の \$\dot{\theta} = 0^\circ.0023155/\text{day}\$ を代入すると

$$\begin{aligned} \alpha &= 4.2166 \times 10^7 \times \frac{2\pi}{0.99727} \times 0.0023155 \\ &\quad \times \frac{\pi}{180} \times \frac{1}{(24 \times 60 \times 60)^2} \text{m/sec}^2 \\ &= 1.43 \times 10^{-6} \text{m/sec}^2 \end{aligned}$$

上記の値は東西方向の加速度が1桁以上小さいことを示している。

衛星に働く外乱は、上記の地球重力の不均一性と月の引力のほかに、太陽の引力、太陽光圧等がある。ところで、太陽光圧は、衛星表面の反射係数と入射角の関数であるため、それによる擾乱の正確な推定は困難なことから、衛星間の引力による擾乱 \$F\$ が、上記の小さい方の擾乱である東西方向の1%以下、すなわち \$F < 7.14 \times 10^{-10} \text{m/sec}^2\$ の場合は、通常は検出不可能である。それゆえ、静止衛星間の引力は、(4)に \$F\$ と \$G\$ の数値を代入した次式が成立するときは、無視できるものとする。

$$\begin{aligned} m_2/\rho^2 = F/G &\leq 7.14 \times 10^{-10} / 6.67 \times 10^{-11} \text{kg/m}^2 \\ &\approx 10 \text{kg/m}^2 \end{aligned}$$

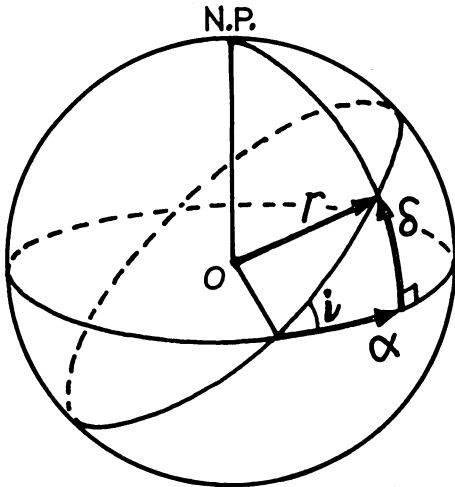
すなわち

$$\rho \geq \sqrt{m_2/10 \text{kgm}} \quad \dots\dots(5)$$

例えば、\$m_2 = 100 \text{kg}, 1000 \text{kg}\$

とすると、衛星間の距離が、それぞれ

$$\rho \geq 3\text{m}, 10\text{m}$$



第2図 動径 r , 赤経 α , 赤緯 δ , 傾角 i の関係

のときは、衛星の運動は独立と考える。

通常の衛星の大きさは、その質量を m_2 とすると、(5)の右辺よりも大きいため、衛星の衝突時、すなわち、重心間の距離が、大きさの平均に等しくなるときの相互の引力は考えなくてよいことになる。月・太陽も静止軌道を乱すが、近接した衛星にはほぼ同じ効果を及ぼすため、衝突の際問題となる衛星間の相対運動に対する影響は、無視できることになる。

3. 静止衛星間の衝突の確率

衛星の位置は、軌道投入時を含めて、赤経 α , 赤緯 δ , 動径 r で表すことができる (第2図参照)。衛星を上記の赤道座標系で表したとき、2個の衛星が接している必要十分条件は、下記の3式が同時に成り立つことである。

$$\begin{aligned} |r\Delta\alpha| &\leq x \\ |r\Delta\delta| &\leq y \\ |r\Delta r| &\leq z \end{aligned} \quad \dots\dots(6)$$

ここに、 $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$, Δr は、それぞれ、2個の衛星の赤経、赤緯、動径の差で、左辺は、東西、南北、地心方向の衛星の重心間の距離を表し、右辺の x , y , z は、それぞれの方向の2個の衛星の平均の大きさである。

(6)の $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$, Δr の絶対値の最大値を $\Delta\alpha_m$, $\Delta\delta_m$, Δr_m とすると、接触の条件は

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_m &= x/r \\ \Delta\delta_m &= y/r \\ \Delta r_m &= z \end{aligned} \quad \dots\dots(7)$$

2. の m_1 又は m_2 に相当する静止衛星の赤道座標を α_0 , δ_0 , r_0 , 傾角を i とし、それぞれ $\pm\Delta\alpha_M$, $\pm\Delta\delta_M$, $\pm\Delta r_M$, $0 \sim i_M$ の範囲内にあるものとし、地球に対して完

全に静止している仮想上の静止衛星の位置を α_0 , δ_0 , r_0 とすると

$$\begin{aligned} \alpha_0 - \Delta\alpha_M &\leq \alpha \leq \alpha_0 + \Delta\alpha_M \\ \delta_0 - \Delta\delta_M &\leq \delta \leq \delta_0 + \Delta\delta_M \\ r_0 - \Delta r_M &\leq r \leq r_0 + \Delta r_M \end{aligned} \quad \dots\dots(8)$$

$$0 \leq i \leq i_M$$

ここで

$$\begin{aligned} \Delta\alpha &= \alpha - \alpha_0 \\ \Delta\delta &= \delta - \delta_0 \\ \Delta r &= r - r_0 \end{aligned} \quad \dots\dots(9)$$

とおくと

$$\begin{aligned} |\Delta\alpha| &\leq \Delta\alpha_M \\ |\Delta\delta| &\leq \Delta\delta_M \\ |\Delta r| &\leq \Delta r_M \end{aligned} \quad \dots\dots(8')$$

ところで、接している条件(7)を(6)に代入すると

$$\begin{aligned} |\Delta\alpha| &\leq \Delta\alpha_m \\ |\Delta\delta| &\leq \delta_m \\ |\Delta r| &\leq \Delta r_m \end{aligned} \quad \dots\dots(10)$$

上記の(8')と(10)の3式は、通常、それぞれ独立であり、 $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$, Δr は $\pm\Delta\alpha_M$, $\pm\Delta\delta_M$, $\pm\Delta r_M$ 内に一様に分布しているものと仮定すると、同時に $\pm\Delta\alpha_m$, $\pm\Delta\delta_m$, $\pm\Delta r_m$ の範囲内の値を取るときのみ2個の衛星は接しているのだから、その時間率は

$$\begin{aligned} p &= \frac{2\Delta\alpha_m}{2\Delta\alpha_M} \cdot \frac{2\Delta\delta_m}{2\Delta\delta_M} \cdot \frac{2\Delta r_m}{2\Delta r_M} \\ &= \frac{\Delta\alpha_m}{\Delta\alpha_M} \cdot \frac{\Delta\delta_m}{\Delta\delta_M} \cdot \frac{\Delta r_m}{\Delta r_M} \end{aligned} \quad \dots\dots(11)$$

しかし、本論文で求めるのは、接している時間率ではなく、衝突、すなわち、接する状態が起きる確率である。

一般論で言うと、求めるのは、独立事象又はその集合 A , B , C 及び空集合 ϕ があって、 A , B , C が同時に起きることがある確率、すなわち、事象

$$E \equiv A \cap B \cap C \cap \phi$$

が起きる確率である。 A , B , C は周期関数で、周期 T の間に、時間 a , b , c だけ起きるものとする。すなわち、 A , B , C の起きる時間率は、それぞれ

$$\begin{aligned} p_A &= a/T \\ p_B &= b/T \\ p_C &= c/T \end{aligned} \quad \dots\dots(12)$$

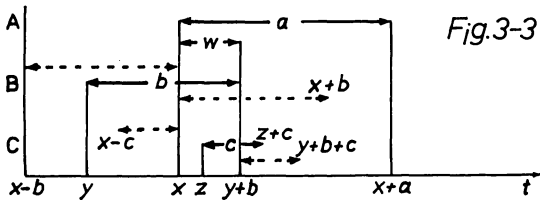
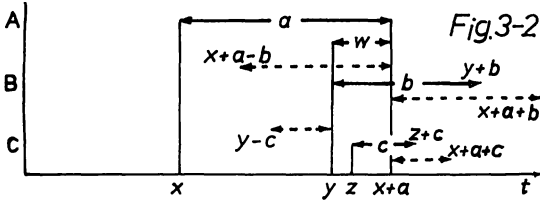
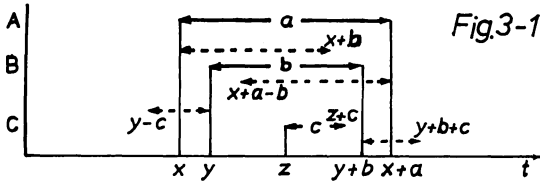
とする。求める確率、すなわち、事象 E の起こる確率は $p_E = \text{Prob}(E)$

で表すことにする。更に A , B , C は、各周期に1回連続して起きるものとし、

$$c \leq b \leq a \leq T \quad \dots\dots(13)$$

となるように、 A , B , C を選ぶものとする。

確率 p_E は、第3図のように、 A , B , C の開始時刻



第3図 事象A, B, Cが同時に起こることがある場合の関係

- 第3-1図 事象Bは, Aが起きているときのみ起きる場合
- 第3-2図 事象Bは, Aが終わってからも起きている場合
- 第3-3図 事象Bは, Aが始まる前も起きている場合

を, それぞれ, x, y, z とし, これらを独立変数とする三次元空間 X, Y, Z を考えると, 確率空間 T^3 の中の E の体積の比率となろう。 E の体積を, 下記のように3個の空間に分けて求める。(以下 i, ii, iii では, x, y, z は衛星の大きさではない)。

i. Bは, Aが起きている時にのみ起きる場合, すなわち $A \cap B = B$ の場合 (第3-1図参照)

上記の条件を不等式で表すと

$$x \leq y \leq x+a-b$$

x, y, z とも, 1周期だけ考えるのだから, x の範囲は,

$$0 \leq x \leq T$$

とする。 E が起こるには, T の間のどこかで, A, B, C が同時に起きている, すなわち第3-1図のように, t のどこかで a, b, c が重なっている必要があるから

$$y-c \leq z \leq y+b$$

ただし, z の範囲は T 以下に限定されているから, 上式の両辺の差は T 以下, すなわち

$$b+c \leq T$$

求める体積は

$$\begin{aligned} V_i &= \int_0^T \int_x^{x+a-b} \int_{y-c}^{y+b} dz dy dx \\ &= (b+c)(a-b)T \\ &= (ab-bc+ca-b^2)T \end{aligned} \quad \dots\dots(14)$$

ii. Bの終わりが, Aの終わりよりも遅い場合, すなわち

$$\phi \subset A \cap B \subset B \text{ \& } x+a \leq y+b$$

の場合 (第3-2図参照)

上記の条件を不等式で表すと

$$x+a-b \leq y \leq x+a$$

iと同じ理由から

$$0 \leq x \leq T$$

$$y-c \leq z \leq x+a$$

$A \cap B$ の長さ, すなわち, a, b の重なっている部分の長さを w とすると

$$y = x+a-w$$

上式を上記の y 及び z の不等式に代入すると, それぞれ

$$0 \leq w \leq b$$

$$x+a-w-c \leq z \leq x+a$$

ここで, x, w, z を独立変数と考えると, 求める体積は

$$\begin{aligned} V_{ii} &= \int_0^T \int_0^b \int_{x+a-w-c}^{x+a} dz dw dx \\ &= \int_0^T \int_0^b (w+c) dw dx \\ &= \left(\frac{1}{2} b^2 + bc\right) T \end{aligned} \quad \dots\dots(15)$$

iii. Bの始めが, Aの始めよりも早い場合, すなわち

$$\phi \subset A \cap B \subset B \text{ \& } y \leq x$$

の場合 (第3-3図参照)

上記の条件を不等式で表すと

$$x-b \leq y \leq x$$

i, iiと同じ理由から

$$0 \leq x \leq T$$

$$x-c \leq z \leq y+b$$

w の定義を ii と同じにすると

$$y = x-b+w$$

上式を上記の y 及び z の不等式に代入すると

$$0 \leq w \leq b$$

$$x-c \leq z \leq x+w$$

求める体積は

$$V_{iii} = \int_0^T \int_0^b \int_{x-c}^{x+w} dz dw dx = \left(\frac{1}{2} b^2 + bc\right) \dots\dots(16)$$

上記の i, ii, iii の y 範囲の和は

$$x-b \leq y \leq x+a$$

ところで, (i) の x 同様, y の範囲の大きさは T 以下という前提から, 上式の両辺の差も T 以下となり

$$a+b \leq T \quad \dots\dots(17)$$

上記の i, ii, iii は背反事象となるように選んだから,

Eの体積は

$$V_E = V_i + V_{ii} + V_{iii} \\ = (ab + bc + ca)T$$

求める確率を p とすると

$$p = V_E / T^3 \\ = (ab + bc + ca) / T^2$$

(12)を代入すると、下記の三次元の衝突の一般式が得られる。

$$p = p_A p_B + p_B p_C + p_C p_A \quad \dots\dots(18)$$

p_a, p_b, p_c 間に(17)以外に下記の特別の関係がある場合は

$$p_a = p_b = p_c \leq 0.5$$

(18)は次式のようになる。

$$p = 3p_a^2 \quad \dots\dots(18')$$

(18)を導く過程では条件(13)を用いたが、(18)は、 a, b, c の大小関係に無関係だから、以後条件は(17)のみとし、(13)の a, b の大小関係は無視する。

(18)の p を(11)と同じ変数で表すため、まず

$$p_A = p_a = \Delta\alpha_m / \Delta\alpha_m \\ p_B = p_b = \Delta\delta_m / \Delta\delta_m \\ p_C = p_c = \Delta r_m / \Delta r_m \quad \dots\dots(19)$$

とすることが可能なことを示す。

(9)で定義された変数 $\Delta\alpha, \Delta\delta, \Delta r$ は、いずれも約1日の周期で変動する。その理由は、静止衛星の赤経、赤緯、動径はみな約1日(ほぼ1恒星日)の周期を持ち、同一周期を持つ変数の差も、元の変数と同じ周期を持つからである。ところで、 $\Delta\delta$ と Δr は、それぞれ傾角及び離心率が零でないことに対応して、約半日(以下静止軌道の周期である1恒星日の2分の1を半日という)に1回零となる。月、太陽による約1日周期の擾乱も考えると、半周期に2回以上零となることもあるはずであるが、通常はその間の時間は短いため、以後1回と数えることにする。一方、 α は α_0 を中心にして変化するとは限らないため、 $\Delta\alpha$ は約半日では1回も零にならず、接触の条件(10)は満たされないことが多いが、この場合は衝突は起きないため、当分は、半日に1回零となる場合のみを考える。 $\Delta\delta$ や Δr 同様半日に2回以上零になることもあるが、上記と同じ理由で1回と数えることにする。以上のことから、条件(10)は、半日周期で、それぞれ独立に、一回だけ連続して起こるものとしてとすることができるため、(18)の誘導の条件は、 T を半日に取れば、すべて満足されることになる。なお、(18)は、(12)で示される時間率に対して誘導したが、(19)の角度比又は長さの比に対しても、同じように誘導できる。よって、(19)を(18)に代入すると

$$p = \frac{\Delta\alpha_m}{\Delta\alpha_m} \frac{\Delta\delta_m}{\Delta\delta_m} + \frac{\Delta\delta_m}{\Delta\delta_m} \frac{\Delta r_m}{\Delta r_m} + \frac{\Delta r_m}{\Delta r_m} \frac{\Delta\alpha_m}{\Delta\alpha_m} \quad \dots\dots(20)$$

ところで、(8)、(9)の仮想上の赤経 α_0 は、地球に対して完全に静止しているのだから、静止衛星の赤経の変動範囲 $\Delta\alpha_m$ は、その経度の変動範囲 $\Delta\varphi_m$ に等しくなる。すなわち

$$\Delta\alpha_m = \Delta\varphi_m \quad \dots\dots(21)$$

また一般に、 α, δ, i の間には、次の関係がある。

$$\tan \delta = \tan i \sin \alpha$$

静止衛星の場合は、 δ と i は、ともに零に近いから、上式は、次式で近似することができる。

$$\delta \approx i \sin \alpha$$

上式の $|\delta|$ を $|\alpha|$ で平均すると

$$|\bar{\delta}| = \frac{i}{\pi} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{2}{\pi} i$$

上式は、 α が任意のときの、 i と $|\delta|$ の平均的關係とみなすことができよう。そこで $\Delta\delta_m$ を次式で定義することにする。

$$\Delta\delta_m = \frac{2}{\pi} i_m \quad \dots\dots(22)$$

(20)に、(7)、(21)、(22)を代入すると

$$p = \frac{\pi}{2r} \frac{1}{\Delta\varphi_m \Delta r_m i_m} \left\{ \frac{\Delta r_m}{r} x y + \Delta\varphi_m y z + \frac{2}{\pi} i_m z x \right\} \quad \dots\dots(23)$$

上式で

$$l = x = y = z$$

とおくと

$$p = \frac{\pi}{2r} \frac{l^2}{\Delta\varphi_m \Delta r_m i_m} \left\{ \frac{\Delta r_m}{r} + \Delta\varphi_m + \frac{2}{\pi} i_m \right\} \quad \dots\dots(23')$$

前述の α_0, δ_0, r_0 の定義は、理想的静止衛星の位置であったが、ほぼ静止した位置としてもこれまでの議論は成り立つから、以後、 α_0, δ_0, r_0 と α, δ, r をそれぞれ移動範囲の狭い静止衛星と、同期衛星を含めた移動範囲の広い静止衛星の位置と考えることにする。

2.の結果によると、 $\Delta\alpha_m, \Delta\delta_m, \Delta r_m$ の範囲内にある $N+1$ 個の衛星の運動は、互いに独立と考えてよいため、このうちの特定の1個が他の N 個のどれかと約半日間に衝突する確率は、特定の2個のその間の衝突の確率を p とすると

$$p_N = 1 - (1-p)^N$$

上記の特定の衛星が n 日間に他のどれかと衝突する確率は

$$p_{n,N} = 1 - (1-p_N)^{2n}$$

p が十分小さい場合は、上式は近似的に次式で表される。

$$p_{n,N} = 2nNp \quad \dots\dots(24)$$

(数値計算例)

数値計算の1例として、軌道制御の範囲が東西、南北とも $\pm 0^\circ.1$ の場合を考える。この場合、傾角 i は $0 \sim 0^\circ.1$ となるから、その平均値を i_M とすると

$$i_M = 0^\circ.05 = 0.05 \times \pi / 180$$

Δr_M は離心率 e や東西方向の制御範囲(以下 $\delta\varphi$ という)のみではなく、経度 φ にも依存するので⁽²³⁾、 $\delta\varphi = 0^\circ.1$ のときの Δr_M を φ で平均して、下記の値に取る。

$$\Delta r_M = 2000 \text{ m}$$

静止衛星の経度 φ は、前述の地球重力の不均一性による変化に、月、太陽の引力、太陽光圧、離心率が零でないことによるほぼ1日周期の変動が重畳した変化をする。 $\delta\varphi$ が $0^\circ.1$ の場合、 φ の1日間の変動は、 $\pm 0^\circ.01$ 程度であるから

$$\Delta\varphi_M = 0^\circ.01 = 0.01 \times \pi / 180$$

前述のように、衝突の可能性があると考えるのは、半日の間に、 $\Delta\alpha$ が必ず $\Delta\alpha_m$ 以下となることがある場合のみであり、本例では、大部分の日には、 $\Delta\alpha$ は零に近づかず、衝突の確率は零である。東西方向の軌道制御周期を30日とすると、15日間で $0^\circ.2$ 、1日平均約 $0^\circ.013$ 一定方向に漂動することになる。この運動に、1日に約 $\pm 0^\circ.01$ の変動が重畳するのだから、15日のうちの1.5($\approx 2 \times 0^\circ.01 / 0^\circ.013$)日間に約3回、 α が特定の α_0 にほぼ一致して、衝突の可能性が出てくる。衝突の確率の計算を行う半日単位で考えると、10周期に1回程度となる。よって、上記の i_M 、 Δr_M 、 $\Delta\varphi_M$ の値と、静止衛星の動径の値

$$r = 4.216 \times 10^7 \text{ m}$$

を(23)、(23')に代入し、それを10で割ると、下記の、半日間の衝突の確率の平均値が得られる。

$$p = \frac{1}{10} \frac{\pi}{2 \times 4.216 \times 10^7} \frac{1}{\frac{0.01\pi}{180} \times 2000 \times \frac{0.05\pi}{180}} \left\{ \frac{2000}{4.216 \times 10^7} xy + \frac{0.01\pi}{180} yz + \frac{2}{\pi} \frac{0.05\pi}{180} zx \right\}$$

$$= 6.795 \times 10^{-9} \{zx + 0.31416yz + 0.08539xy\} \quad \dots\dots(25)$$

$$= 9.510 \times 10^{-9} p^2 \quad \dots\dots(25')$$

$\Delta\varphi_M = 0^\circ.1$ とし、衝突の可能性は一樣にあるものとしても、上記と同じオーダの値が得られる。

衛星の大きさの例として、INTELSAT IV-Aの値をとると

$$x = z = 2.4 \text{ m}, y = 7 \text{ m}$$

上記の値を(25)に代入すると、半日間の衝突の確率

$$p = 8.475 \times 10^{-9}$$

が得られる。この値を(24)に代入して、1年間の衝突の確

率を求めると

$$p_{\text{年}} = 2 \times 365.24 p = 6.19 \times 10^{-5}$$

11個の衛星が上記の範囲内に在る場合、特定の1個が10年間に、他のどれかと衝突する確率は、同じく(24)から

$$p_{10\text{年},10\text{個}} = 10^2 \times 6.19 \times 10^{-5} = 0.00619$$

上記の例は、現在のように静止衛星の移動範囲が重ならない場合はもちろん、年間数十個、数百年にわたり増え続け、数千個になっても、特定の範囲に集中しないかぎり、静止衛星間の衝突の確率は、あまり大きくならないことを示している。しかし、想定されているような太陽発電衛星の場合は、状況がかなり変わってくる。例えば、百万kWの発電衛星の太陽電池パネルの面積は約 10 km^2 だから、相手の衛星がどんなに小さくても、 x 、 y 、 z の平均値は1000m以上となる。 $\Delta\varphi_M$ 、 Δr_M 、 i_M が前と同じ式(25')に $l = 1000 \text{ m}$ を代入すると、半日間の衝突の確率

$$p = 0.00951$$

が得られる。この数値は、発電衛星がその軌道制御範囲からはみ出して、他の衛星の軌道範囲に入ったり、他の衛星が発電衛星の軌道範囲に迷い込んで来ると、数日間でも、衝突が起きる確率がかなり大きくなることを示している。それゆえ、太陽発電衛星は、他の衛星と衝突しても致命的とはならないように製作するか、衝突回避の軌道制御が容易にできるように製作する必要がある。

4. 静止衛星間の衝突の回避法

静止衛星間の衝突を回避する方法として、例えば、次の3種類の方法が考えられよう。

- I. 各静止衛星に、それぞれ固有の空間を割り当て、各衛星は、常にその空間内にとどまるように軌道制御を行う。
- II. 各静止衛星は、互いに、隣接する静止衛星の運動を予測して、衝突しないように軌道制御を行う。
- III. 各静止衛星は、東西方向の軌道制御を、一定周期で、同期させて、例えば同じ日に、 $\Delta\varphi$ がほぼ一定に保たれるように行う。

Iの方法は、電波干渉を防ぐために、現在広く用いられているが、静止軌道の有効利用の見地からは、最悪の方法であろう。IIの方法は、理論上は可能であるが実用的方法ではない。というのは、隣接する衛星と衝突しないように軌道制御するためには、隣接する衛星の軌道も計算する必要があるため、ただでさえ煩雑な軌道計算が益々煩雑となり、静止衛星の実用化に伴う管制費用の軽減という強い要望に反することになるためである。IIIの方法は、ほぼ同一経度の静止衛星は、ほぼ同一の東西方

向の運動をする特性を利用するものであり、隣接する静止衛星の東西方向の軌道制御を同じ日に行うことは、IIの方法と違って、決して困難なことではない。例えば、東西方向の制御範囲が±0°.1の場合は3~4週間ごとのほぼ同じ日に行う程度で可能となる。

5. 静止衛星と放棄された静止衛星の衝突の確率

静止衛星を放置すると、東西方向は、東経約75°又は西経約105°の安定平衡点の回りを数年の周期で漂動し、南北方向は、その変動範囲が、約54年の周期で、±14°.7の範囲内で変動することがよく知らされている⁽¹⁾、⁽²⁾、⁽³⁾。後者を正確に表現すると、放置された静止衛星の公転角運動量ベクトルは、赤経約270°、赤緯約82°.65(=90°-7°.35)の点の回りを約54年の周期で回転する⁽⁴⁾。静止衛星の位置をα₀、δ₀、r₀、放棄された静止衛星の位置をα、δ、rと考えるとよいから、静止衛星と放棄された静止衛星の衝突の確率は、(23)、(23')に上記の結果、すなわち、下記の値を代入すれば得られる。

$i_M = 7°.35 = 7.35 \times \pi / 180 : 0 \sim 2 \times 7°.35$ の平均値
 静止衛星の動径 r₀ と放棄された静止衛星の動径の差の絶対値 Δr_M は、通常 100 km 以下であり、大部分は 0~60 km なので、その平均を取ると

$$\Delta r_M = 30 \text{ km}$$

上記の値に対応する衛星のドリフト率は約0°.4/日であり、離心率が零でないことによるφの変動の振幅Δφを0°.2以下(定量的説明は後述)とし、1日の漂動0°.4の中にこの変動が含まれるものとする、半日間の変動範囲は、

$$\Delta \varphi_M = 0°.1 = 0.1 \times \pi / 180$$

半日間のドリフトが0°.2だから、ドリフトによりφが特定のφ₀に一致するのは、1周期を半日とすると

$$360^\circ / 0°.2 = 1800$$

周期ごととなる。離心率が零でないことによるφの変動も考えると、衛星の軌道の1周期、すなわち約1日に平均2回φとφ₀が一致する日があるわけだから、900回の半日周期のうち平均1周期だけ衝突の可能性があることになる。φの変動が±0°.2以上の場合は、Δφ_Mは0°.1以上となり、1800周期のうち衝突の可能性のある周期が3周期以上となるが、その確率は小さい。というのは、軌道の長半径をr₀、動径の変動を±Δrとすると、離心率の定義から

$$e = \Delta r / r_0$$

静止軌道の経度の変動を±Δφとすると、eが小さいときは、次の近似式が成立する。

$$\Delta \varphi = 2e$$

Δr=60 km を上式に代入すると

$$\Delta \varphi = 2 \times 6 \times 10^4 / 4.216 \times 10^7 \text{ rad} \approx 0°.15 < 0°.2$$

よって、(23)、(23')を900で割り、上記のi_M、Δr_M、Δφ_Mの値を代入すると、下記の、半日間の衝突の確率の平均値が得られる。

$$p = \frac{1}{900} \frac{1}{2 \times 4.216 \times 10^7 \times \frac{0.1\pi}{180} \times 30000 \times \frac{7.35\pi}{180}}$$

$$\left\{ \frac{30000}{4.216 \times 10^7} xy + \frac{0.1\pi}{180} yz + \frac{2}{\pi} \frac{7.35\pi}{180} zx \right\}$$

$$= 5.033 \times 10^{-13} \{zx + 0.02137yz + 0.008713xy\} \dots\dots(26)$$

$$= 5.185 \times 10^{-13} l^2 \dots\dots(26')$$

静止衛星間の衝突の確率の1例を示す(26)も、静止衛星と放棄された静止衛星との衝突の確率を示す上式も、共に、衝突に寄与するx、y、zの順は、z、x、yの順であること、衛星は、南北方向に長くなるように作ると、衝突回避に有利となることを示している。このことは、(26)で、特に顕著であるが、放棄された衛星が、その姿勢を保持し続けるわけではない。

[数値計算例]

3. の計算例の前半と同じ値

$$x = z = 2.4 \text{ m}, y = 7 \text{ m}$$

を(26)に代入すると

$$p = 3.154 \times 10^{-12}$$

(26)から、1年間に衝突する確率は、約

$$p_{\text{年}} = 2 \times 365.24 \times p = 2.30 \times 10^{-9}$$

1個の静止衛星が、1万個の放棄された静止衛星のどれかと、10年間に衝突する確率は

$$p_{10\text{年}, 10000} = 10^5 \times 2.3 \times 10^{-9} = 0.00023$$

上記の値は、静止衛星が通常の大きさの場合でも、毎年、数十個、数世紀にわたり、放棄され続ければ、静止軌道の静止衛星と放棄された静止衛星との衝突の確率は、無視できない値となることを示している。

3. の計算例の後半の値

$$l = 1000 \text{ m}$$

を(26')に代入すると、半日間の確率は

$$p = 5.185 \times 10^{-7}$$

上式の値を(26)に代入し、1年間に1000個のどれかと衝突する確率を求めると

$$p_{\text{年}, 1000} = 2 \times 365.24 \times 5.185 \times 10^{-7} \times 10^3 = 0.379$$

上記の値は、放棄される衛星がどんなに小さくても、現在のように、放棄され続けると、数十年後には、太陽発電衛星のような大型の静止衛星は回避が不可能になるほど衝突の確率が大きくなることを示している。

6. 静止衛星と放棄された静止衛星との衝突の回避法

静止衛星と放棄された静止衛星との衝突を回避する方法としては、下記のような原始的な方法しかないであろう⁽¹⁾。

- I. 各静止衛星は、寿命末期に、約百 km 高い円軌道に移動させる。
- II. 放棄された静止衛星の軌道を計算し、その運動を予測して、それらと衝突しないように各静止衛星の軌道を制御する。
- III. 特別の静止衛星が、放棄された静止衛星を機械的に捕えて、約百 km 高い円軌道に移動させる。

I の方法は、容易ではあるが必ずしも実際的ではない。軌道半径を約 100 km 増加させるのに必要な公転速度の増分は約 4m/s で、それに必要な燃料の量は、南北方向の軌道制御の燃料の約 1 箇月分にすぎない^{(4), (5)}。しかし、衛星が制御不能となって、その結果として寿命が終わることもあり、この場合は、衛星を自力で高い軌道に移動させるのは不可能となる。II の方法では、放棄された静止衛星の運動を考えて静止衛星の軌道制御を行う必要があるばかりでなく、放棄された静止衛星の軌道を光学観測又はレーダにより決定する必要も生じてくる。このため 4. の II の方法よりもはるかに煩雑な方法となろう。III の方法は、将来、静止衛星の保守、修理を目的とする衛星が打ち上げられるようになれば、その衛星の機能の一つとして表現されるであろう。

7. 静止軌道投入時の衝突回避法

衛星を静止軌道に投入する際は、2 種類の衝突が考えられる。一つは、投入する衛星と既に静止軌道上にある衛星との衝突であり、他方は、投入する衛星と放棄された静止衛星との衝突である。これらの衝突を回避する方法として、次の方法が考えられる。

まず、衛星を、静止軌道よりも約 100 km 低い東向きのドリフト軌道に投入する。この場合は、静止衛星はもちろん、放棄された静止衛星とも、高度の違いから、衝突する確率はほとんど零となる。次に、この約 1°.25/日ドリフトしている衛星が、ほぼ所要の経度に来たとき、すでに静止軌道にある衛星や、放棄された静止衛星と衝突しないように、時間を適当に選んで、静止軌道に投入

する。この際、既に静止軌道にある衛星の運動の予測は、軌道要素が既知ならば、容易であるが、放棄された衛星の運動の予測は、6. でも述べたように、非常に困難である。

8. 結 言

静止衛星の大きさと数が、現在と同程度ならば、静止衛星間の衝突も、静止衛星と放棄された静止衛星との衝突も、共に無視できる程度である。しかし、3. の例のように、非常に狭い範囲に多数の静止衛星を置く場合や、発電衛星のような極端に大きな衛星の場合は、衝突に対する対策が必要である。また、今後とも、これまでと同じように不用になった静止衛星を放置し続けると、数十年後には、静止軌道の利用の際には衝突に対する対策が必要となろう。静止衛星間の衝突は、軌道制御を東西方向の動きが同期するよう行えば、容易に防ぐことができ、放棄された静止衛星との衝突は、寿命末期に 100 km 以上高い軌道に移すことによって、防ぐことができる。発電衛星のような大型の衛星が、静止軌道よりも高い軌道に移される前に、軌道制御が不能となると、静止軌道から除去しないかぎり、全静止軌道の利用を、かなり制約することになる。

参 考 文 献

- (1) Committee on the Peaceful Uses of Outer Space; "Physical nature and technical attributes of the geostationary orbit", United Nations General Assembly, Rep. A/AC. 105/203, Aug. 29, 1977.
- (2) The ATS-F Data Book. NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland 20771, 1971, p. A-4.
- (3) 高橋耕三; "静止衛星の運動方程式の数値積分法", 電波研季報, 24, 114, pp. 89-94, July 1977.
- (4) 高橋耕三; "燃料消費最少の静止衛星の軌道制御法", 電波研季報, 25, 132, pp. 23-29, Mar. 1977.
- (5) 高橋耕三; "人工衛星の打上げ方式の比較", 電波研季報, 20, 101, pp. 129-138, March 1973.

