

調査・解説

# デジタル陸上移動通信のための適応等化器

三 瓶 政 一\*

(昭和61年5月19日受理)

## THE ADAPTIVE EQUALIZER APPLICABLE TO THE DIGITAL LAND MOBILE COMMUNICATIONS

By

Seiichi SAMPEI

### 目 次

- 1. はじめに
- 2. 等化器の基礎
  - 2.1 等化器の種類
  - 2.2 伝送路モデルと等化器
  - 2.3 等化器の構成とタップ利得更新アルゴリズム
    - 2.3.1 等化器の構成
    - 2.3.2 等化フィルタ部
    - 2.3.3 誤差推定部
    - 2.3.4 タップ利得調整部
  - 2.4 線形等化と非線形等化
  - 2.5 2次元等化器とIF等化器
  - 2.6 周波数サンプリング型等化器
  - 2.7 分数間隔等化器
  - 2.8 その他
- 3. Gradient法による等化アルゴリズム
  - 3.1 Gradient法の基礎
    - 3.1.1 線形Gradientアルゴリズム
    - 3.1.2 帰還判定型Gradientアルゴリズム
  - 3.2 アルゴリズムの高速化
- 4. Kalmanフィルタを用いた等化アルゴリズム
  - 4.1 等化器の最適タップ利得
  - 4.2 Kalmanフィルタアルゴリズム
  - 4.3 Kalmanフィルタを用いた等化器
    - 4.3.1 R. E. Lawrence, et. al.の方法
    - 4.3.2 D. Godardの方法
    - 4.3.3 拡張Kalmanフィルタ法
  - 4.4 高速Kalmanフィルタ
- 5. Latticeフィルタを用いた等化器
  - 5.1 Latticeフィルタの構成
  - 5.2 Latticeフィルタを用いた等化器の構成
  - 5.3 Lattice型等化器のGradientアルゴリズム
  - 5.4 Lattice型等化器のLSアルゴリズム
  - 5.5 帰還判定を有するLattice型等化器
  - 5.6 KalmanフィルタとLatticeフィルタの比較
  - 5.7 更に収束特性を向上させるには
- 6. 等化器の応用
  - 6.1 各種変調方式への等化器の適用法
    - 6.1.1 変調方式の種類
    - 6.1.2 第一グループの等化器構成
    - 6.1.3 第二グループの等化器構成
    - 6.1.4 第三グループの等化器構成
    - 6.1.5 その他の注意
  - 6.2 マルチパス(多重通路)フェージングキャンセラとしての等化器
  - 6.3 干渉波キャンセラとしての等化器
  - 6.4 その他の応用技術
- 7. ま と め

\* 通信技術部 通信方式研究室

In the land mobile communications, the digital wide-band-modulation techniques have been studied for developing the more convenient systems.

In this case, the multi-path fading becomes the most serious problem. As a countermeasure for the fading, various techniques, such as diversity, variable directivity antenna, adaptive equalizer and FEC (Forward Error Correcting) techniques, have been studied. Owing to the request that the modem for the land mobile communications must be small, light and less expensive, the variable directivity antenna and the adaptive equalization techniques are considered to be promising in future.

This paper reviews the adaptive equalization techniques and its applications.

As a result, it can be found that this technique is very effective in compensating the multi-path fading which is caused by several different-path delay signals, and that the diversity gain can also be obtained by the adaptive equalizer when each different-path delay signal is Rayleigh faded. Therefore, this technique seems to be effective in the land mobile communications, if the fast convergence algorithms can be operated in real time.

Moreover, it can be found that this technique is effective in the interference rejections.

## 1. はじめに

現在、陸上移動通信においては、現行のアナログ FM 方式に替わる狭帯域デジタル変調方式 (GMSK<sup>(1)</sup>~<sup>(3)</sup>, TFM<sup>(4)</sup>, 4 値 FM<sup>(5)</sup>, PLL 4 相 PSK<sup>(6)</sup>) が開発され、実用期を迎えつつある。

一方、陸上移動通信の利便性を更に向上するために、広帯域デジタル伝送技術の開発が検討されつつある。その場合、どのような形態で運用されるかは今後議論になるところであるが、それ以前に解決しておくべき技術的課題がいくつかある。その中で特に問題となるのは受信波形の歪であり、それを原因別に大きく分けると、次の 3 種類に分類できる。

まず第一は、短周期 (レイリー) フェージング及び選択性フェージングによる歪、第二は、隣接チャネル干渉による歪、第三は、無線機の送信電力制限、建物の遮蔽による熱雑音の増加のため、C/N 比 (搬送波電力対雑音電力比) が相対的に低下することによる歪である。

これらの対策技術については、まず短周期及び選択性フェージングによる歪の対策として、指向性アンテナ技術<sup>(7)</sup>、ダイバーシチ技術<sup>(8)</sup>、適応等化技術が、また、干渉雑音による歪の対策としては、各種の干渉波除去技術<sup>(9)~(12)</sup>が、熱雑音による歪の対策としては小ゾーン方式<sup>(13)</sup>やダイバーシチ技術が検討されている。ここで適応等化器は、干渉雑音対策にも有効と考えられるが、後述されるように現在では CW 波干渉対策として報告されている程度<sup>(23)</sup>で、あまり報告されておらず、今後の課題と考えられる。また、各種劣化は最終的に誤り率の増加という形で特性劣化をもたらすが、これに対する対策として、誤り制御技術がある<sup>(14)~(16)</sup>。

これらの対策のうち、小ゾーン方式は、ゾーン半径が小さいほどシステムの信頼性が向上し、周波数の利用効率の向上も望める。しかし、ゾーンをあまり小さくすることは、コスト増につながるという欠点がある。また、ダイバーシチ技術は、非常に大きな特性改善をもたらす、実績もあるが、システムが大きくなり、コスト増につながるという欠点がある。

陸上移動通信ではシステムの経済性が要求されることから、これらはどちらかといえば最後の手段であり、特性改善のためには、もっと経済的な方法を検討するほうが得策である。この観点から、比較的低コスト化が望める技術となると、指向性アンテナ技術、干渉波除去技術、適応等化技術、及び誤り制御技術となる。これらの技術は、100 kbps 以上の広帯域伝送に適用した実績が乏しく、今後かなり検討を要するが、これらの単独あるいは複合により、特性改善が期待できる技術である。

本論文では、この中で、特に広帯域伝送最大の障害である選択性フェージングや隣接チャネル干渉に効果が大きいと予想される、適応等化技術についての調査結果を報告する。

全体は 7 章 (1.~7.) から構成されている。まず 2. では、等化器概略について述べる。3. から 5. は、等化アルゴリズムの中で最も基本的な Gradient 法 (3.) と、伝送路変動による波形歪対策に特に効果的である Kalman フィルタ法 (4.) 及び Lattice フィルタを用いた方法 (5.) について説明する。6. では、広帯域伝送で適用する際参考になる、フェージング対策と、干渉波除去の例及びその他の応用技術について説明する。7. では、まとめとして今後の展望などについて述べる。

なお、本稿は、実用性に主眼を置いたため、例えば等

化アルゴリズムの式の展開などは一部省略し、結果のみを、フローチャート形式でまとめた。詳細は、参考文献を参照されたい。また、本文の記述や図表は、できるだけオリジナルの論文の記述に沿って説明するように努力したが、本稿の論理の一貫性から、やむをえず一部変更した。その点は了承願いたい。

## 2. 等化器の基礎

### 2.1 等化器の種類

等化器には、第1図に示すように多くの方式があり、その選択は、考える上での空間、等化器の次元及び利用周波数帯、予測法、タップ利得更新アルゴリズムに応じて決定される。

考える上での空間には、時間空間と周波数空間がある。これらの選択は、信号の性質、考えやすさ等に応じて決定される。その場合どちらへもほとんど同じアルゴリズムを適用することができる。

また、等化器には、ベースバンド信号が実数成分のみである1次元ベースバンド等化器と、ベースバンド信号が複素数である2次元ベースバンド等化器がある。これは、変調方式によって決定される。また、2次元等化器の遅延線をIF帯のものにして、2次元IF等化器を構成することもできる。

予測法の違いによる分類としては、入力信号の線形結合によって出力を得る線形等化と、入力信号の非線形結合によって出力を得る非線形等化がある。前者は、線形最適受信フィルタの形状を決定するWiener-Hopfの方程式(4.参照)の解が特性の上限となる。それに対して後者は、前者より特性の向上が期待できるがアルゴリズム

が複雑になる。

最後に、タップ利得更新アルゴリズムとしては、ZF (Zero Forcing) アルゴリズムと、MS (Mean Square) アルゴリズムがある。前者は、平均値の意味での収束であり、後者は、自乗平均の意味での収束である。またこれらの選択は、要求される等化器の精度、信号の伝送速度等によって行われる。

次節以降で、これらの内容について詳しく説明する。まず2.2で等化器の概略について述べた後、2.3では、等化器のタップ利得調整アルゴリズムについて、2.4では予測法について、2.5では、等化器の次元及び利用周波数帯について、そして2.6では、考える空間の違いとして、周波数領域の等化器について述べる。

そのあと、2.7では等化器のタップ間隔について、2.8ではその他の考慮事項について説明する。

### 2.2 伝送路モデルと等化器<sup>(17)</sup>

$t=kT$  における送信データを  $a_k$ 、(T は1 bit 長である) とするとき、理想的な PAM (Pulse Amplitude Modulation) 信号  $s(t)$  を

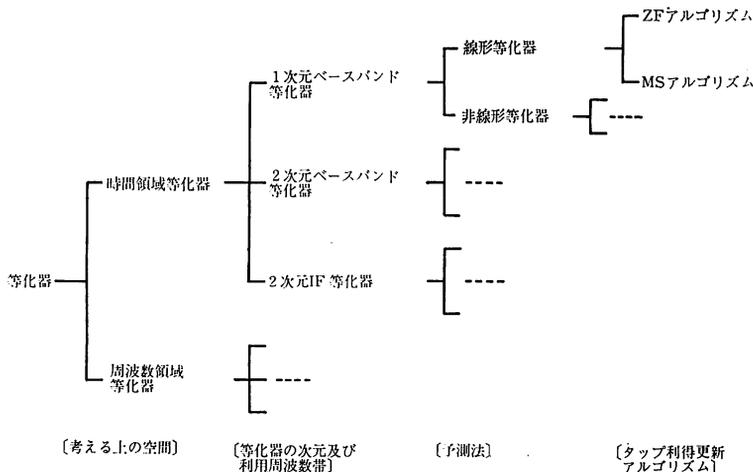
$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta(t - kT) \quad \dots\dots(2-1)$$

とし、伝送路のインパルス応答を  $h_1(t)$  とすると、受信波  $x(t)$  は

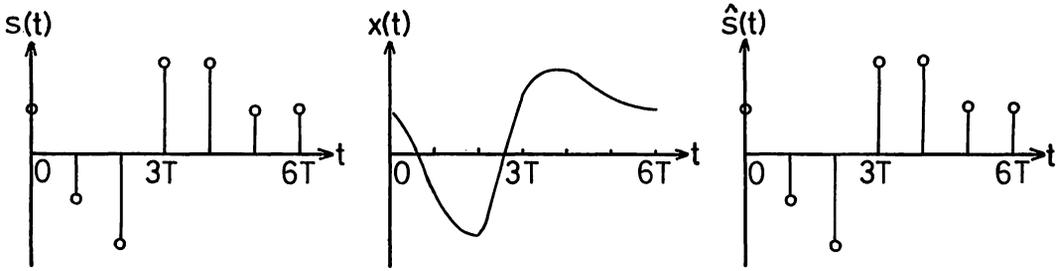
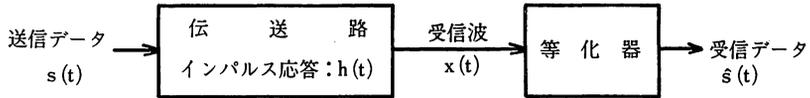
$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau) h_1(\tau) d\tau = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k h_1(t - kT) \quad \dots\dots(2-2)$$

となる。ただし、 $\delta(t)$  はディラックのデルタ関係である。

第2図に、通信系のモデルを示す。伝送路での歪と与



第1図 等化器の系統図



第2図 伝送路のモデル

える原因には、送受信フィルタによる歪、フェージング回線等がある。一般にフェージング回線は、時変化する線形フィルタとモデル化でき、送受信フィルタの歪も伝送路に含めて考えることが可能なので、第1図のモデルで、多くの伝送路のモデル化が可能である。またここでは、送信データの NRZ (Non-Return-to-Zero) 信号への変換も伝送路に含むものとする。

一方等化器は、(2-2)式のように歪んだ波形から(2-1)式に示される、元の波形に近いものを出力するものである。第3図に等化器のモデルとしてトランスバーサルフィルタを用いた等化器の構成図を示す。トランスバーサルフィルタとは、第2図に示されるように、フィルタ特性を離散的なインパルス応答の合成で与えるフィルタであり、 $c_i$  を  $t=iT$  におけるインパルス応答とすると、等化器のインパルス応答は

$$c(t) = \sum_{i=-N_1}^{N_1} c_i \delta(t-iT) \quad \dots\dots(2-3)$$

となる。一方、等化出力  $\hat{s}(t)$  は、

$$\hat{s}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)c(\tau)d\tau = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n h_2(t-nT) \quad \dots\dots(2-4)$$

ただし、

$$h_2(t) = \sum_{i=-N}^N c_i h_1(t-iT) \quad \dots\dots(2-5)$$

となる。したがって伝送路歪を補償するには、

$$h_2(t) = \begin{cases} 1 & t=0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases} \quad \dots\dots(2-6)$$

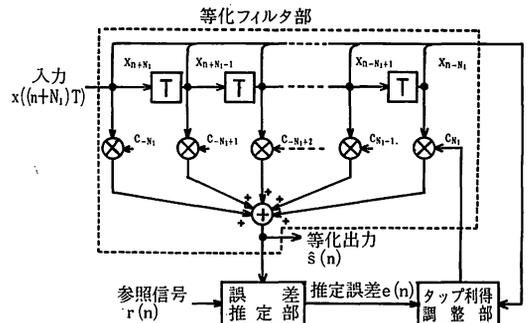
であればよく、これを満たすように  $c_j (-N_1 \leq j \leq N_1)$

を決定すればよい。ここで、 $N_1$  はトランスバーサルフィルタの片側タップ数（センタータップを中心として左右各々のタップ数）であり、全タップ数は  $N=2N_1+1$  となる。しかし実際には、等化器のタップ数が有限であるためこの条件を満足することは不可能である。したがって等化器のタップ利得の最適化が必要であり、そのために、後述するいろいろなタップ利得更新アルゴリズムや予測法が考えられている。

2.3 等化器の構成とタップ利得更新アルゴリズム

2.3.1 等化器の構成

等化器は第3図に示されるように、等化出力を計算する等化フィルタ部、サンプル点において理想的な参照信号と等化出力の差（推定誤差）を計算する誤差推定部、推定誤差を基にタップ利得を更新するタップ利得調整部から成る。このタップ利得は、信号の歪が最小になるように自動調整される。



第3図 等化器の構成

次に等化器の各部の動作について説明する。

2.3.2 等化フィルタ部

本部は、間隔  $T$  ( $T$  は1ビット長) で  $2N_1+1$  個のタップ係数  $c_j$ , ( $-N_1 \leq j \leq N_1$ ) をもつトランスバーサルフィルタで構成され、入力信号の合成により伝送路の等化を行う。ただし後述するように、このほか、Lattice フィルタを用いることもできる。

2.3.3 誤差推定部

本部では、推定誤差

$$e(t) = \hat{s}(t) - r(t) \quad \dots\dots(2-7)$$

を計算する。ここで  $\hat{s}(t)$  は等化出力、 $r(t)$  は参照信号である。その際、 $r(t)$  の選び方には、次の三つの方法がある。

(1) プリセット型アルゴリズム<sup>(18)</sup>

$r(t)$  をある既知パターンとする方法で、通信を行う前にある特定のパターンを送信し、等化器のタップ利得の調整を行い、その後タップ利得は固定する方法である。

この方法は、伝送路特性の時間変動が非常に緩やかで、通信中には特性の変化がほとんどない、有線通信などに適している。また、この方法は既知のパターンを用いているため、タップ利得の収束が非常に速いという特徴を持つ。

(2) 適応型アルゴリズム<sup>(19)</sup>

$r(t)$  を、等化器出力から推定する方法である。この場合、 $r(t)$  は、例えば PAM の場合、次のように推定する<sup>(20)</sup>。

PAM において、データのとり得る値 (判定値) は、第4図のように、A から H の8種類であるとする。そして  $r(t)$  の判定値は、等化出力を  $m$  とするとき、

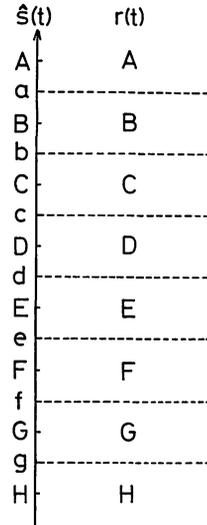
$$\left. \begin{array}{ll} a < m \text{ のとき} & r(t) = A \\ b < m \leq a \text{ のとき} & r(t) = B \\ \vdots & \vdots \\ g < m \leq f \text{ のとき} & r(t) = G \\ m \leq g \text{ のとき} & r(t) = H \end{array} \right\} \quad \dots\dots(2-8)$$

とする。この方法は、 $r(t)$  を推定しているので、誤りの多い回線では、タップ利得の収束速度が遅くなる。したがって、タップ利得の収束速度より伝送路変動が遅いときに適しているといえる。

(3) トレーニング区間を含む適応型アルゴリズム<sup>(21)</sup>

$r(t)$  として、既知の特定パターンと等化出力の判定値を切替えて用いる方法である。

この方法は、伝送路の変動が激しいときに適している。ただし既知パターンの挿入割合は、伝送路の変動速度、伝送効率、残留歪等によって決定される。



第4図 PAM における参照信号  $r(t)$  の与え方

2.3.4 タップ利得調整部

タップ利得の調整は、最適設定にいかにか近づいたかを判定しながら行う必要がある。この基準を評価関数といひ、通常次の2種類のものを用いる。

$$(1) D_{ZF} = E[\max|e(t)|] \quad \dots\dots(2-9)$$

$$(2) D_{MS} = E[e^2(t)] \quad \dots\dots(2-10)$$

ただし、 $E[\cdot]$  はアンサンブル平均を示す。

$D_{ZF}$  は、歪の最大値に相当する。また、 $D_{MS}$  は、歪の自乗平均値に相当する。

$D_{ZF}$  を最小にし、サンプル点の値を理想値に近づけると、結果的に伝送路の  $t=T, 2T, \dots$  におけるインパルス応答を0にすることになる。そのような意味で、このアルゴリズムを、ZF (Zero-Forcing) アルゴリズムという。また、 $D_{MS}$  を最小にするアルゴリズムを、MS (Mean-Square) アルゴリズムという。

ZF アルゴリズムは、アルゴリズムが簡易であるが、初期歪が100%を超えると収束しないという欠点を持つ。それに対して、MS アルゴリズムは、自乗平均誤差を最小にするので、歪が大きい場合にも収束する。本稿の目的は、マルチパスフェージング回線のように伝送路歪の大きい回線に適用できる等化技術の検討なので、以下では MS アルゴリズムのみに限定して説明を進めることとする。なお、ZF アルゴリズムの詳細については、参考文献を参照されたい<sup>(22), (23)</sup>。

まず、第3図を基に、MS アルゴリズムの概略について説明する。

$t=nT$  における等化出力を  $\hat{s}(n)$ 、参照信号  $r(n)$ 、受信信号を  $x_n$ 、送信シンボルを  $a_n$  とすると、

$$\hat{s}(n) = \sum_{k=-N_1}^{N_1} c_k x_{n-k} \quad \dots\dots(2-11)$$

$$r(n) = a_n \quad \dots\dots(2-12)$$

なので、推定誤差  $e(n)$  は、

$$e(n) = \sum_{k=-N_1}^{N_1} c_k x_{n-k} - a_n \quad \dots\dots(2-13)$$

となる。

$D_{MS}$  は  $c_j (-N_1 \leq j \leq N_1, j \neq 0)$  に関して下に凸なので<sup>(18)</sup>、自乗平均誤差が最小になるためには、すべての  $j$  に対して  $\partial D_{MS} / \partial c_j = 0$  となればよい。

(2-13) 式を (2-10) 式に代入し、 $D_{MS}$  を  $c_j$  で微分すると

$$\frac{\partial D_{MS}}{\partial c_j} = E[x_{n-j}e(n)] \quad \dots\dots(2-14)$$

となる。(2-14) 式の1つの解法は、次式である。

$$c_j(n+1) = c_j(n) - \alpha \frac{\partial D}{\partial c_j} = c_j(n) - \alpha E[x_{n-j}e(n)] \quad \dots\dots(2-15)$$

ただし、 $c_j(n)$  は  $t=nT$  における  $c_j$  の値、 $\alpha$  は1より十分小さい正の数である。

これは、 $c_j$  の最適値を求めるため、 $D_{MS}$  の最大傾斜方向へ少しずつ進むという意味で、Gradient法<sup>(24)(25)</sup>という。またこのほかに(2-14)式の解法には、Kalmanフィルタを用いる方法、Latticeフィルタを用いる方法がある。これらは、常に累積自乗誤差が最小になるようにタップ利得を決定するアルゴリズムであることから、LS (Least Square) 法といわれる。

ここで Gradient 法と LS 法の収束特性の様子を第5図に示す。図の曲線は、タップ利得に対する自乗平均誤差の等高線を示したものである。 $c_0$  はタップ利得の初期値 ( $c$  はタップ利得ベクトル: 3. 参照)、 $c_{opt}$  は最適タップ利得である。

Gradient 法は、常に最大傾斜の方向を計算し、少しずつ収束するアルゴリズムである。したがって最適タッ

プ利得への収束過程は、第5図の点線のように、等高線と直交する曲線となる<sup>(26)</sup>。

それに対して LS 法は、まず、最大傾斜の方向へ進むところまでは Gradient 法と同じであるが、その距離は、更新後、自乗平均誤差が最小となるように決定される。したがって最適タップ利得への収束過程は、第5図の太線のようになる。

### 2.4 線形等化と非線形等化

第3図に示した等化器出力は、入力信号時系列の線形結合で表されるので、これを線形等化という。それに対し、推定出力  $\hat{s}(n)$  に  $sgn$  ( $sgn(x)$  は  $x$  が正又は0のとき1、負のとき-1とする関数) 等の非線形変換を行い、等化器に加える型のを、非線形等化器という。

このタイプの等化器は非線形演算を含むので、線形自乗推定では等化しきれない歪を除去する可能性を持つ。一般には非線形変換は、任意だが、この選択によって特性が大きく左右される。その中でよく用いられるものが、次式である。

$$f(\hat{s}(n)) = sgn(\hat{s}(n)) \quad \dots\dots(2-16)$$

この形式のものを、帰還判定型 (Decision Directed) 等化器<sup>(20)(27)(28)</sup>という。またその構成は、第6図のようになる。このアルゴリズムについては、3. 以後、各アルゴリズムの解説のところで詳しく述べることにする。

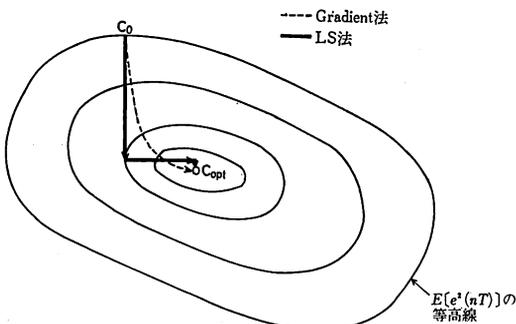
この形式の等化器を用いると、符号間干渉以外の歪を除去できる可能性があり、CW 波干渉の除去に効果があるという報告がある<sup>(29)</sup>。これについては、6. で述べる。

### 2.5 2次元等化器と IF 等化器

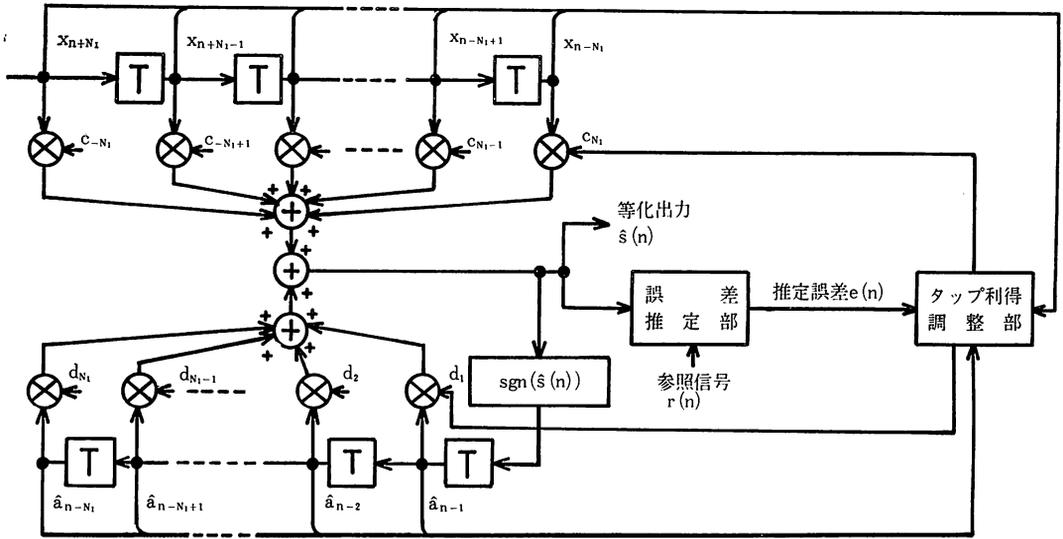
第3図及び第6図に示した等化器は、扱うベースバンド信号が同相成分のみである、1次元ベースバンド等化器である。それに対して、直交成分を含む変調方式に対して等化を行う場合、第7図に示す構成の2次元ベースバンド等化器を用いる。この場合、復調器の同相及び直交出力が等化器入力となるため、遅延線は2組必要となる<sup>(29)</sup>。また、フェージング等の基準位相変動による直交間干渉を補償するため、直交した信号も合成するタップが加えられている。

一方、2次元ベースバンド等化器の拡張として、第8図に示す、2次元 IF 等化器も可能である<sup>(30)</sup>。この場合、IF 信号がそのまま遅延線入力となるので、遅延線は、IF 帯のものを用いる。また、等化出力は合成器で合成された後、復調される。この場合、IF 信号の基準位相の不確実性は、復調器で補償できるので、遅延素子、タップ数とも2次元ベースバンド等化器の半分でよい。

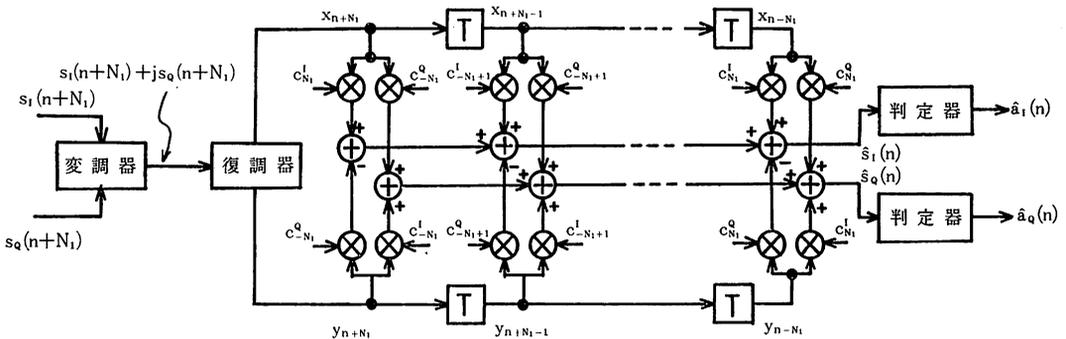
ここで、第7図及び第8図の等化器はトランスバーサルフィルタ部のみ示してある。



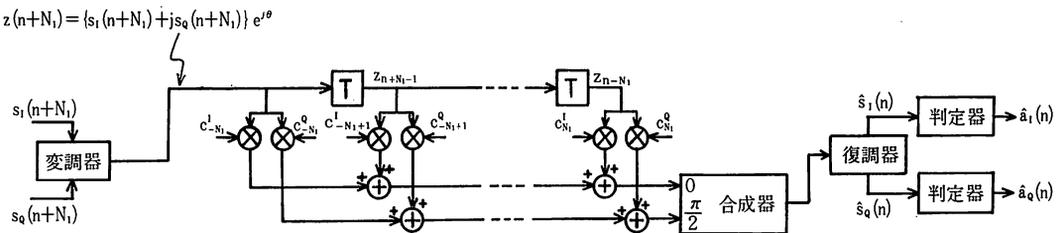
第5図 Gradient 法及び LS 法の収束過程



第6図 非線形等化器の構成



第7図 2次元ベースバンド等化器の構成



第8図 2次元 IF 等化器

2次元ベースバンド等化器及び2次元IF等化器のタップ利得更新アルゴリズムは、次のように行われる。

$t = nT$  における復調器出力の同相及び直交成分を  $\hat{s}_I(n)$  及び  $\hat{s}_Q(n)$ , 対応する参考信号を,  $r_I(n)$  及び  $r_Q(n)$  とし, それぞれの誤差を

$$e_I(n) = \hat{s}_I(n) - r_I(n) \quad \dots\dots(2-17)$$

$$e_Q(n) = \hat{s}_Q(n) - r_Q(n) \quad \dots\dots(2-18)$$

とすると,  $e(n) = e_I(n) + je_Q(n)$  の絶対値の自乗平均値が最小となるように調整される. その際のタップ利得更新アルゴリズムは, 1次元ベースバンド等化器のアルゴリズムを複素アルゴリズムに替えたものとなる.

2.6 周波数サンプリング型等化器

これまで述べたアルゴリズムは、フィルタのインパルス応答に相当するトランスバーサルフィルタのタップ利得を調整する形式であった。すなわち、入力を  $x(t)$ 、等化器の最適インパルス応答を  $h(t)$  とすると、等化アルゴリズムは、最適出力

$$\hat{s}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)h(\tau)d\tau \quad \dots\dots(2-19)$$

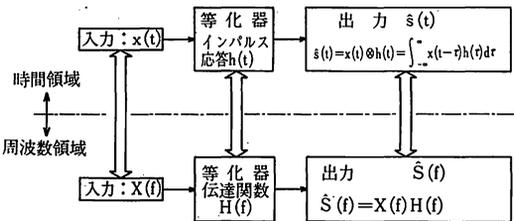
を与えるためのインパルス応答  $h(t)$  を求めるものである。

一方、入力信号のフーリエ変換、 $X(f)$  を求め、周波数応答調整型の等化器、 $H(f)$  に通すと、等化出力のフーリエ変換

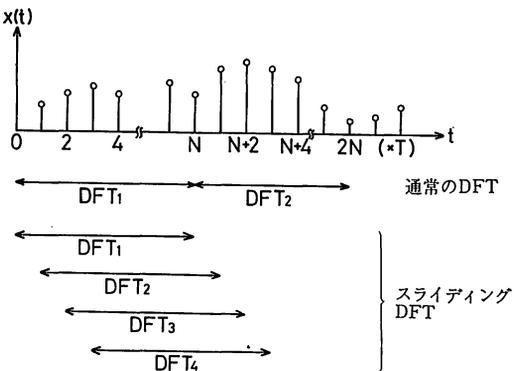
$$\hat{S}(f) = X(f)H(f) \quad \dots\dots(2-20)$$

が得られる。したがって、これを逆フーリエ変換すると等化出力を得ることができる。そこで、(2-20)式で示される最適出力を与えるための伝達関数  $H(f)$  を求めるという考えに基づいたのが、周波数サンプリング型等化器である<sup>(31)~(38)</sup>。以上の相互関係をまとめると第9図のようになる。

ここで入力信号のフーリエ変換を求めるアルゴリズムが問題になる。一般に離散的な時系列のフーリエ変換には、DFT (Discrete Fourier Transformation) が用いられる。これは、N 個の時系列を並列に投入し、N 個



第9図 時間領域等化器と周波数領域等化器の関係



第10図 通常の DFT とスライディング DFT の違い

の周波数成分を並列に出力するので、これを等化器に用いると、 $H(f)$  は、 $NT(\text{sec})$  ごとには調整できない。その場合、変動の激しい伝送路の等化において、追従性に問題が出てくる。そこで、周波数サンプリング型等化器では、このような障害のないスライディング DFT が用いられる。

スライディング DFT は、DFT を計算する時系列ブロックを1点ずつずらしながら各時点における DFT 係数を計算するものである。第10図に通常の DFT とスライディング DFT のアルゴリズムの違いを示す<sup>(35)</sup>。

次に、スライディング DFT の計算アルゴリズムについて説明する<sup>(33)</sup>。

まず  $N$  点の DFT 及びその逆変換を次のように定義する。

$$DFT : X_k(m) = \frac{1}{N} \sum_{p=0}^{N-1} x(m-(N-1)+p) W^{pk} \quad \dots\dots(2-21)$$

$$IDFT : x(m-(N-1)+p) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k(m) W^{-pk} \quad \dots\dots(2-22)$$

$$W = \exp(-j2\pi/N) \quad \dots\dots(2-23)$$

ただし、 $t=mT$  における入力信号の時系列及び  $k$  番目の DFT 係数をそれぞれ、 $x(m)$ 、 $X_k(m)$  とする。

$x(m-N)$  は、(2-22) 式において、 $p=0$ 、 $m \rightarrow m-1$  とすると

$$x(m-N) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k(m-1) \quad \dots\dots(2-24)$$

と求められる。一方、(2-21) 式より

$$\begin{aligned} X_k(m-1) &= \frac{1}{N} \sum_{p=0}^{N-1} x(m-N+p) W^{pk} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{p=-1}^{N-2} x(m-(N-1)+p) W^{(p+1)k} \\ &= \frac{1}{N} [x(m-N) - x(m)] + X_k(m) W^k \end{aligned} \quad \dots\dots(2-25)$$

なので、

$$\begin{aligned} X_k(m) &= [X_k(m-1) \\ &+ \frac{1}{N} \{x(m) - x(m-N)\}] W^{-k} \end{aligned} \quad \dots\dots(2-26)$$

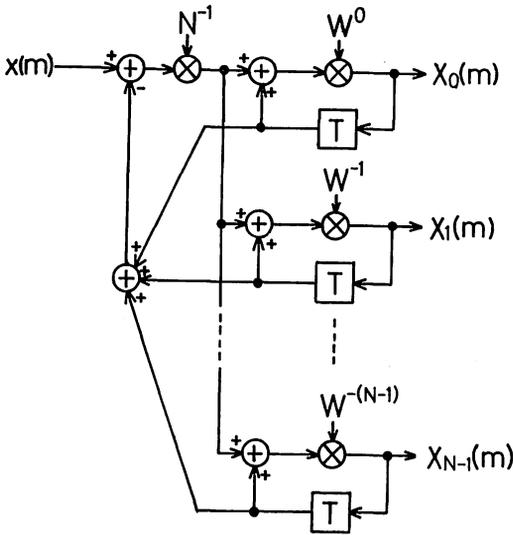
となる。したがって、(2-24)、(2-26) より

$$\begin{aligned} X_k(m) &= [X_k(m-1) \\ &+ \frac{1}{N} \{x(m) - \sum_{k=0}^{N-1} X_k(m-1)\}] W^{-k} \end{aligned} \quad \dots\dots(2-27)$$

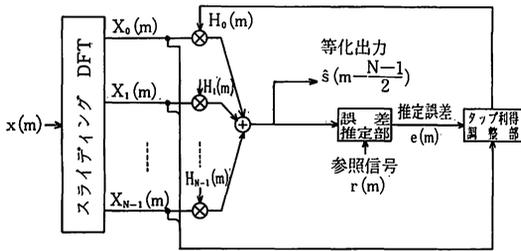
が得られ、スライディング DFT は、このアルゴリズムによって計算される。

第11図に、スライディング DFT の構成を示す。

このようにして入力信号の DFT を求めた後、次のよ



第11図 スライディング DFT の構成



第12図 周波数サンプリング型等化器

うなアルゴリズムによって等化を行う。

まず、 $t=mT$  における  $k$  番目の DFT 係数を  $H_k(m)$  とすると等化出力は、

$$\hat{S}_k(m) = X_k(m)H_k(m) \quad \dots\dots(2-28)$$

なので、これを逆フーリエ変換すると

$$\hat{s}\left(m - \frac{N-1}{2}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{S}_k(m) W^{-\frac{N-1}{2}k} \quad \dots\dots(2-29)$$

となる。ここで、 $H_k(m) W^{-\frac{N-1}{2}k}$  を新たに  $H_k(m)$  とすると、

$$\hat{s}\left(m - \frac{N-1}{2}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k(m)H_k(m) \quad \dots\dots(2-30)$$

となり、等化出力が得られる。ただし  $(N-1)/2$  は、等化器内における遅延時間に相当する。

その後、等化出力と参照信号を比較し、等化器の周波数特性  $H_k(m)$  を調整し、最適等化出力を得る。その構成を第12図に示す。

誤差推定部、タップ利得調整部は、トランスバーサル型等化器と同じであり、タップ利得更新アルゴリズム

は、Gradient 法の場合、次式のようなになる<sup>(36)</sup>。

$$e(m) = \hat{s}(m) - r(m) \quad \dots\dots(2-31)$$

$$H_k(m+1) = H_k(m) - \beta X_k(m)e(m) \quad \dots\dots(2-32)$$

$$\beta \ll 1 \quad \dots\dots(2-33)$$

また、後述する LS 法に基づく Kalman フィルタ法等も適用可能である。

2.7 分数間隔等化器

これまで述べた等化器は、すべてタップ間隔は1ビット長( $T$ )であった。これには、次のような欠点がある。

- (1)  $-1/2T \leq f \leq 1/2T$  より外の帯域の雑音や歪を除去することができない。
- (2) クロックの位相が大きくずれた場合、等化が困難である。

この欠点を補う等化器として、分数間隔等化器(英語では Fractional Tap-spacing Equalizer)がある。この場合、遅延線に入力するデータのサンプリング周期  $T_p$  は

$$T_p = \frac{N}{M} T \quad \dots\dots(2-34)$$

$$M > N \quad (M, N \text{ は整数}) \quad \dots\dots(2-35)$$

となる。等化出力は、等化出力をデータ判定にのみ使う場合は、 $T$  sec ごとに出力すればよい。しかし、等化器を一つのフィルタとし、サンプル点以外の波形情報を搬送波再生やクロック再生にも一部利用する場合には、等化出力のサンプルレートをもっと速く、例えば  $T_p$  とする必要がある。

第13図にその構成例を示す。ただし、 $T_p = 3/4 T$ 、トランスバーサルフィルタの片側タップ数は  $N_1$ 、全タップ数は  $N = 2N_1 + 1$  である。

分数間隔等化器のタップ利得更新における評価関数は、MS 法を用いる場合、 $T_p = T$  の場合同様、次式のように自乗平均値となる。

$$D_{fMS} = E[e^2(n)] \quad \dots\dots(2-36)$$

ただし、

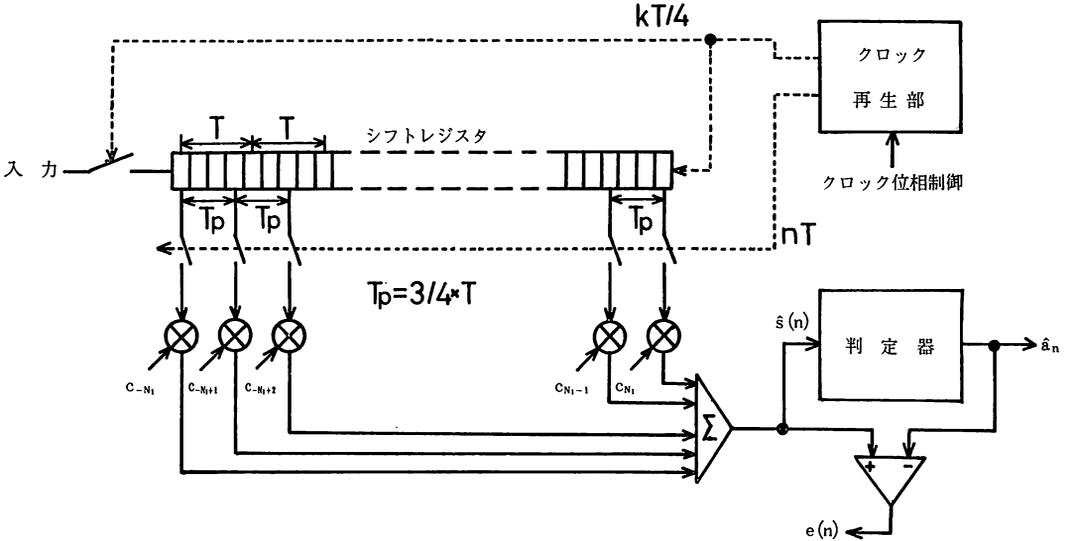
$$e(n) = \hat{s}(n) - r(n) \quad \dots\dots(2-37)$$

である。

$D_{fMS}$  は、各タップ利得  $c_j (-N_1 \leq j \leq N_1)$  に対して下に凸なので、タップ利得更新アルゴリズムは Gradient 法の場合、

$$c_j(n+1) = c_j(n) - \alpha \frac{\partial D_{fMS}}{\partial c_j} \quad \dots\dots(2-38)$$

となり、(2-15) 式と同じ形となる。また、 $\alpha$  は1より十分小さい正の数である。しかし、分数間隔等化器はタップ数が多くなり、デジタル等化器の場合、量子化誤差の加算によって、動作が不安定になることがある。その場合には、(2-38) 式の替りに次式を用いる<sup>(37), (38)</sup>。



第13図 分数間隔等化器の構成

$$c_j(n+1) = (1 - \beta)c_j(n) - \alpha \frac{\partial D_{jMS}}{\partial c_j} \quad \dots\dots(2-39)$$

$$0 < \beta < 1 \quad \dots\dots(2-40)$$

分数間隔等化器は、タップ間隔がナイキスト間隔を満たすように設定すると整合フィルタの特徴を有することになるので、タップ間隔が T の場合の前述 (1) の欠点を補うことになる。また、1 シンボル中に複数のサンプル点を持っており、クロックの位相がずれても、EYE パターンが最も開いている点の重みを大きくして等化するので、(2) の欠点も補うことになる。

2.8 その他

以上が等化器の概略である。等化器を適用する場合には、対象となるシステムの特徴を考えて、これまで述べたいくつかの手法を組合せることになる。その方法はまだ体系化されていないが、適用例は、6. で若干述べることにする。

また、これまで述べてきたこと以外に重要なことは、タップ利得のアルゴリズムとその収束速度である。特に、フェージング伝送路において等化を行う場合、伝送路特性の変化が速いので、高速に等化を行う必要がある。そこで、3. 以後では、等化アルゴリズムについて述べる。

3. Gradient 法による等化アルゴリズム

等化器の性能は、最適タップ利得の収束速度、収束後の推定誤差、演算アルゴリズム等によって決定される。初期に開発された等化器は、主にハードウェア技術の未熟さからアルゴリズムの簡易さが求められ、Gradient

法及びその簡易型アルゴリズムがいろいろ考えられた。一方最近では、ハードウェア技術、デジタル信号処理技術等の進歩に伴い、収束速度が速く、急激な伝送路変動にも追従可能な、LS 法が多く検討されている。

しかし、等化器の基本的な考え方は、Gradient 法に準じているので、ここでは、Gradient 法の概略について述べる。詳細については、参考文献を参照されたい。

3.1 Gradient 法の基礎

3.1.1 線形 Gradient アルゴリズム

2. で述べたように、Gradient 法において、 $t = nT$  における j 番目のタップ利得の更新は、

$$c_j(n+1) = c_j(n) - \alpha \frac{\partial D}{\partial c_j} = c_j(n) - \alpha E[x_{n-je}(n)] \quad \dots\dots(3-1)$$

というアルゴリズムで行われる。ここで、(3-1) 式の右辺第 2 項のアンサンブル平均を、その時点とそれ以前の K 個のデータの平均値と定義すれば、

$$E[x_{n-je}(n)] = \frac{1}{K} \sum_{k=n-K+1}^n x_{k-je}(k) \quad \dots\dots(3-2)$$

となる。

また、

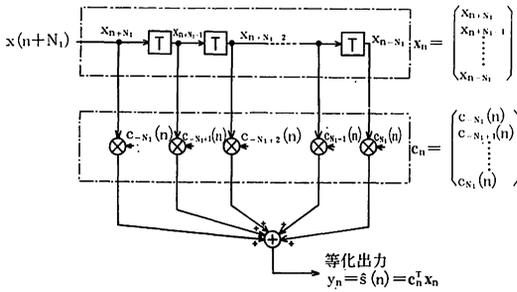
$$\frac{\alpha}{K} \rightarrow \alpha \quad \dots\dots(3-3)$$

と置き替えると、(3-1) 式は

$$c_j(n+1) = c_j(n) - \alpha \sum_{k=n-K+1}^n x_{k-je}(k) \quad \dots\dots(3-4)$$

$$1 \leq j \leq N = 2N_1 + 1 \quad \dots\dots(3-5)$$

となる。ここで、 $N_1$  はトランスバーサルフィルタの片



第14図 等化器のベクトル表示モデル

側タップ数,  $N$  は全タップ数である。

等化器の解析においては, タップ利得やタップのデータをベクトルで記述すると便利である<sup>(21)</sup>。

第14図に等化器のベクトル表示モデルを示した。図中に示したように, 変数を

$$\mathbf{x}_n = [x_{n+N_1}, x_{n+N_1+1}, \dots, x_{n-N_1+1}, x_{n-N_1}]^T \quad \dots\dots(3-6)$$

$$\mathbf{c}_n = [c_{-N_1}(n), c_{N_1+1}(n), \dots, c_{N_1-1}(n), c_{N_1}(n)]^T \quad \dots\dots(3-7)$$

とすると,  $t=nT$  における出力  $y_n$  は

$$y_n = \mathbf{c}_n^T \mathbf{x}_n \quad \dots\dots(3-8)$$

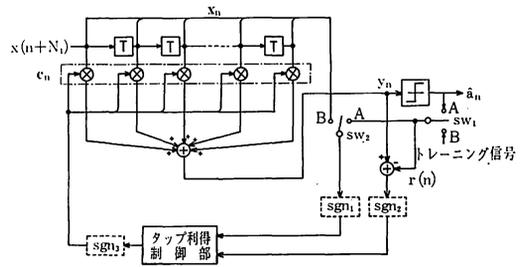
となる。ただし,  $\mathbf{a}^T$  は  $\mathbf{a}$  の転置マトリクス (ベクトル) を示す。これより (3-4) 式は,

$$\mathbf{c}_{n+1} = \mathbf{c}_n - \alpha \sum_{k=n-K+1}^n \mathbf{x}_k e(k) \quad \dots\dots(3-9)$$

$$e(k) = y_k - r(k) = \mathbf{c}_k^T \mathbf{x}_k - r(k) \quad \dots\dots(3-10)$$

となる。

(3-9) 式は, 現在では, MPU (Micro Processing Unit) 等を用いて容易に計算することができる。しか



第15図 第1表の各種アルゴリズムの実現モデル

し, 等化技術の初期のころは, MPU の性能が低く, また, メモリも高価であったため, (3-9) 式の近似法がいくつか考えられた。それらは第1表に示すように6種類に分類されている<sup>(39)</sup>。またその実現モデルを第15図に示す。第1表の6種類のアルゴリズムは, 第15図における  $SW_1$  の切替え, 及び3個の極性判定器 ( $sgn_1, sgn_2, sgn_3$ ) の有無によって切り替えられる。ただし,  $SW_2$  をAに切り替えるとZFアルゴリズムとなる。

アルゴリズムは, まず, ADA (Amplitude Dependent Algorithms) 法と FIA (Fixed Increment Adjustment) 法に分けることができる。前者は, タップ利得 ( $c_j$ ) の修正量が,  $(\partial D_{MS} / \partial c_j)$  に依存しており, 第15図で,  $sgn_3$  を入れない場合に相当する。一方後者は,  $sgn_3$  を入れた場合に相当する。前者の方が多くの情報量を基にタップ利得を計算しているのだから, 収束が速い。ハードウェアは, 後者の方が簡易である。

また, ADA 法, FIA 法とも,  $(\partial D_{MS} / \partial c_j)$  の計算法の簡略化に, 3種類ある。

(3-9) 式の右辺第2項において, (3-9) 式をそのまま計算するものを, MSE (Mean Square Error) 法,  $e(k)$

第1表 Gradient 法の近似アルゴリズム

	アルゴリズム	タップ修正アルゴリズム	$SW_1$	$SW_2$	$sgn_1$	$sgn_2$	$sgn_3$
ADA 法	MSE 法	$\mathbf{C}_{n+1} = \mathbf{C}_n - \alpha \sum_k \mathbf{x}_k e_k$	テスト信号時はA 適応時はB	B	なし	なし	なし
	HYB 法	$\mathbf{C}_{n+1} = \mathbf{C}_n - \alpha \sum_k \mathbf{x}_k sgn(e_k)$		B	なし	あり	なし
	ME 簡便法	$\mathbf{C}_{n+1} = \mathbf{C}_n - \alpha \sum_k sgn(\mathbf{x}_k) sgn(e_k)$		B	あり	あり	なし
FIX 法	MSE 法	$\mathbf{C}_{n+1} = \mathbf{C}_n - d \cdot sgn \{ \sum_k \mathbf{x}_k e_k \}$		B	なし	なし	あり
	HYB 法	$\mathbf{C}_{n+1} = \mathbf{C}_n - d \cdot sgn \{ \sum_k \mathbf{x}_k sgn(e_k) \}$		B	なし	あり	あり
	ME 簡便法	$\mathbf{C}_{n+1} = \mathbf{C}_n - d \cdot sgn \{ \sum_k sgn(\mathbf{x}_k) sgn(e_k) \}$		B	あり	あり	あり

(注) ただし  $\sum_k$  は  $\sum_{k=n-K+1}^n$  を示す。

を  $sgn(e(k))$  に置き替えるものを, HYB (ハイブリッド) 法 ( $sgn_1$ : 無,  $sgn_2$ : 有),  $x_k, e(k)$  とも,  $sgn(x_k), sgn(e(k))$  に置き替えるものを, ME (Mean Error) 簡便法 ( $sgn_1$ : 有,  $sgn_2$ : 有) という. また, これら3種類の方法を総称して, ME (Mean Error) 法という.

第16図に, ADA 法における3方式の収束速度の比較を示す<sup>(39)</sup>. ここで, 受信信号の初期自乗平均歪は2.6としている.

収束速度は, MSE 法が最も速く, ME 簡便法が最も遅い. ハードウェアの簡易さは, この逆になる.

以上のアルゴリズムはすべて,  $\partial D_{MS} / \partial c_j$  を求めるため,  $x_k$  と  $e(k)$  の相関計算の際, 平均化回数を  $K$  回としている. これに対して,  $K=1$  の場合も収束することが, A. Lender によって示されている<sup>(20)</sup>. これにより, 更にアルゴリズムの簡略化, 収束速度の短縮化が可能となる.

3.1.2 帰還判定型 Gradient アルゴリズム

2.において, 非線形等化器の例として, 帰還判定型等化器について説明した. その中で, Gradient 法に基づくアルゴリズムについて説明する.

帰還判定型等化器の構成は, 第6図に示されるように, 線形等化器に帰還のためのタップが加わった形であり, 等化出力  $y_n$  は, 判定して帰還するデータ  $\hat{a}_n$  を,

$$\hat{a}_n = sgn(\hat{s}(n)) \quad \dots\dots(3-11)$$

帰還部分のタップデータベクトル  $\hat{\mathbf{a}}_n$  及びそのタップ利得ベクトル  $\mathbf{d}_n$  を

$$\hat{\mathbf{a}}_n = [\hat{a}_{n-1}, \hat{a}_{n-2}, \dots, \hat{a}_{n-N_1}]^T \quad \dots\dots(3-12)$$

$$\mathbf{d}_n = [d_1, d_2, \dots, d_{N_1}]^T \quad \dots\dots(3-13)$$

とすると次式のようになる.

$$y_n = \mathbf{c}_n^T \mathbf{x}_n + \mathbf{d}_n^T \hat{\mathbf{a}}_n \quad \dots\dots(3-14)$$

ここで, タップ利得は, 線形等化器の場合と同様に, 等化出力の推定誤差

$$e(n) = y_n - r(n) \quad \dots\dots(3-15)$$

の自乗平均誤差が最小になるように決定される.  $r(n)$  は  $t=nT$  における参照信号である. したがって帰還タップ利得を含めたタップ利得更新アルゴリズムは, 次のようになる.

$$\mathbf{c}_{n+1} = \mathbf{c}_n - \alpha e(n) \mathbf{x}_n \quad \dots\dots(3-16)$$

$$\mathbf{d}_{n+1} = \mathbf{d}_n - \beta e(n) \hat{\mathbf{a}}_n \quad \dots\dots(3-17)$$

ただし,  $\alpha, \beta$  は1より十分小さい正の数である.

3.2 アルゴリズムの高速化

ハードウェア技術の進歩するにつれて, タップ利得更新のためのより複雑なアルゴリズムが可能となり, 収束速度の高速化がいろいろと検討されるようになった.

Gradient 法において高速化をはかるためには, 当然, ADA 法における MSE 法を使う必要がある. この際,  $\alpha$  の値の最適化が問題となる.

$\alpha$  の最適値は, 入力信号の共分散行列の固有値に依存する<sup>(40)</sup>. ここで収束の意味として, タップ利得の最適値への, 平均値の意味での収束と, 自乗平均誤差の意味での収束という二つがある. それぞれの意味における  $\alpha$  の最適値は, 以下に示す (3-18) 式<sup>(40)</sup> 及び (3-19) 式<sup>(21)</sup> のとおりである.

$$\alpha = \frac{2}{\rho_{min} + \rho_{max}} \quad \dots\dots(3-18)$$

$$\alpha_{opt} = \alpha_{opt}(n) = \frac{1}{NE[x^2]} \frac{E[e_n^2] - E[e_{opt}^2]}{E[e_n^2]} \quad \dots\dots(3-19)$$

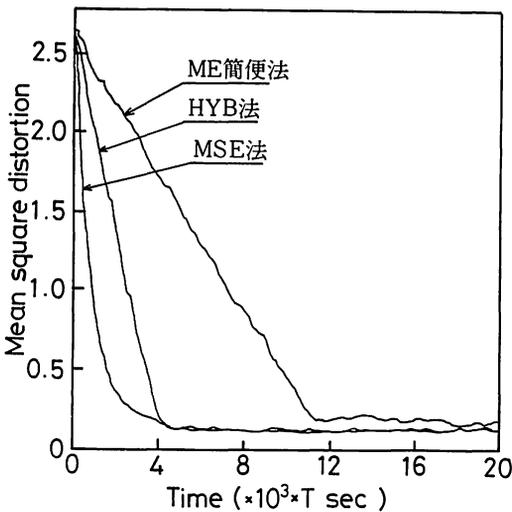
ただし,  $E[e_{opt}^2]$  は, 自乗平均誤差の理論上の最小値,  $E[e_n^2]$  は,  $t=nT$  における自乗平均誤差の平均値,  $\rho_{max}, \rho_{min}$  は入力信号の共分散行列の固有値の最大値及び最小値である.

両者を比較した場合, (3-18)式を満たしても推定誤差が発散する場合がありますので, (3-19)式のほうが適しているといえる.

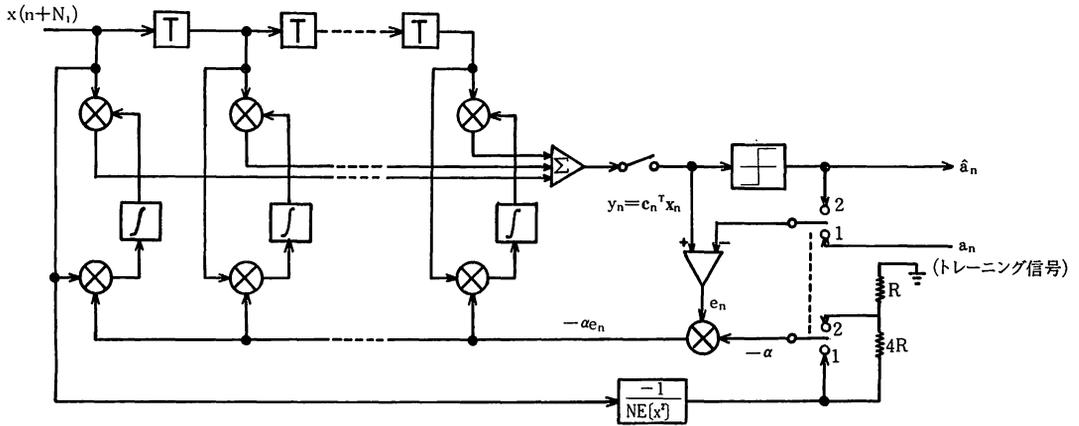
G. Ungerboeck は, (3-19) 式を基に, 次のようなアルゴリズムの等化器を提案している<sup>(21)</sup>.

- (1) 入力信号の RMS (Root Mean Square) 値を測定する.
- (2) トレーニング期間は,  $\alpha = 1/[NE[x^2]]$  とする.
- (3) 適応モードのときには,  $\alpha = 1/[5NE[x^2]]$  とする.

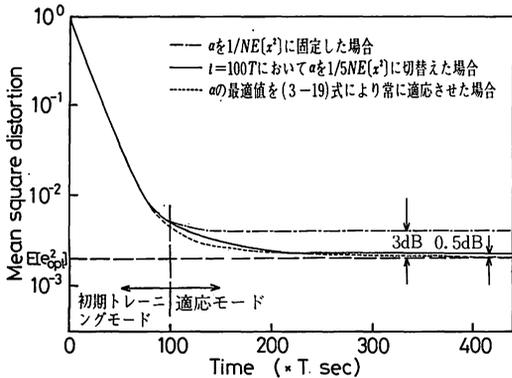
ただし,  $N$  は全タップ数である. また推定誤差計算のための参照信号は, 初めだけトレーニング信号を, あとは等化出力からの判定値を用いている.



第16図 ADA 法における各種アルゴリズムの収束特性



第17図 G. Ungerboeck が提案した Gradient アルゴリズム等化器



第18図 第17図の等化器の収束特性

この構成図を第17図に、また、タップ利得の収束特性として、等化後の平均自乗歪特性を第18図に示す。100 T(sec) のところで、トレーニングモードと適応等化モードを切り替えている。α=1/[NE[x<sup>2</sup>]] に固定すると、最終的な自乗平均歪は、最適値より 3 dB 大きくなる。それに対して適応等化モード時に α=1/[5NE[x<sup>2</sup>]] とすると、最終的な自乗平均歪は最適値より 0.5 dB 大きいだけとなり、この方法が、ほぼ最適タップ利得更新アルゴリズムとなっていることがわかる。なお図の α<sub>opt</sub> は、(3-19) 式から求めたものである。

以上の方法は、各タップ利得の更新には、同じαを用いていることになる。伝送路が定常の場合にはこれで良いが、伝送路が非定常の場合には、各タップ固有のαを用いた方が収束特性が向上する。さらに、入力データ間の相関及び時間変化も考慮する場合には、αを次式で表されるマトリクスに置き替えるのが良い。

$$A(n) = \begin{pmatrix} \alpha_{11}(n), \alpha_{12}(n) \cdots \alpha_{1N}(n) \\ \alpha_{21}(n), \alpha_{22}(n) \cdots \alpha_{2N}(n) \\ \vdots \\ \alpha_{N1}(n), \alpha_{N2}(n) \cdots \alpha_{NN}(n) \end{pmatrix} \cdots (3-20)$$

また、これを用いると、タップ利得更新アルゴリズムは、次式のようなになる。

$$c(n+1) = c(n) - A(n)x_n e(n) \cdots (3-21)$$

となる。

ここで、

$$k(n) = A(n)x_n \cdots (3-22)$$

とすると

$$c(n+1) = c(n) - k(n)e(n) \cdots (3-23)$$

となる。このアルゴリズムは、等化器のタップにあるすべてのデータから最適タップ利得を推定しているの、タップ利得の最適線形推定となる。また、これは、次章で述べる Kalman フィルタアルゴリズム<sup>(41)</sup>そのものである。

しかし、このアルゴリズムは、演算回数が N<sup>2</sup> (N はタップ数) に比例するので、Nが大きくなると演算回数は、急激に大きくなる。そこで、演算回数をNに比例するようにしたものが、高速 Kalman フィルタである。

したがって4.で述べる Kalman フィルタアルゴリズムは、Gradient 法の拡張と見ることができる。しかし、通常は、G. Ungerboeck の方法のように、各タップ利得の α を共通にするアルゴリズムを Gradient 法と呼び、Kalman フィルタ法と区別している。

また、Gradient 法には、このほかに、2次の Gradient 法<sup>(42)</sup>、また収束を速くする方法として、タップ数に等しい周期を持つ PN 符号をトレーニング信号に用いる Cyclic Equalizer<sup>(43)</sup>、入力データを直交変換してから等化する方法<sup>(44)</sup>等があるが、これらの詳細については、参考文献を参照されたい。

4. Kalman フィルタを用いた等化アルゴリズム

3. で, Gradient 法を拡張したものが Kalman フィルタを用いたアルゴリズムであることを述べた. ここでは, この Kalman フィルタについて説明する.

4.1 等化器の最適タップ利得

Kalman フィルタについて説明する前に, まず最適タップ利得, すなわち, タップ利得は最終的にどのような値に漸近するか, について説明する.

$t=nT$  における等化器入力とそのときのタップ利得を, それぞれ,  $\mathbf{x}_n, \mathbf{c}_n$  とすると, 等化出力,  $y_n$  は,

$$y_n = \mathbf{c}_n^T \mathbf{x}_n \quad \dots\dots(4-1)$$

となる.

一方,  $t=nT$  における送信シンボルを  $a_n$  とすると, 等化出力の自乗平均誤差は,

$$E[e_n^2] = E[(\mathbf{c}_n^T \mathbf{x}_n - a_n)^2] = \mathbf{c}_n^T \mathbf{R} \mathbf{c}_n - 2\mathbf{c}_n^T \mathbf{b} + E[a_n^2] \quad \dots\dots(4-2)$$

となる. ただし

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^T] \quad \dots\dots(4-3)$$

$$\mathbf{b} = E[a_n \mathbf{x}_n] \quad \dots\dots(4-4)$$

である.

このとき, (4-2) 式で示される  $E[e_n^2]$  を最小にする  $\mathbf{c}_n$  が, 最適値  $\mathbf{c}_{opt}$  であり,

$$\mathbf{c}_{opt} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{b} \quad \dots\dots(4-5)$$

となる<sup>(21) (40) (45)</sup>.

またこのときの自乗平均誤差は,

$$E[e_{opt}^2] = E[a_n^2] - \mathbf{c}_{opt}^T \mathbf{b} \quad \dots\dots(4-6)$$

となる.

つまり, 自乗平均誤差最小の意味で最適なタップ利得が, (4-5)式で与えられ, これはまた, Wiener-Hopf の方程式<sup>(46)</sup>そのものである. したがってこのようにして求めた等化器は, 定常過程時には Wiener フィルタに一致する.

これに対して, Kalman フィルタは, Wiener フィルタを非定常過程に拡張したものである. したがって, 初期のタップ利得の収束, あるいは変動の激しい伝送路に

おける等化に適しているといえる.

4.2 Kalman フィルタアルゴリズム<sup>(47), (48)</sup>

ここでは, Kalman フィルタの基本について述べる.

第19図は, Kalman フィルタを考える上での, 信号生成過程と観測過程のモデルを示したものである. また, その関係式及び各変数の物理的意味は, 以下のとおりである.

生成過程:  $\mathbf{x}_k = \Phi(k, k-1)\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_k \quad \dots\dots(4-7)$

観測過程:  $\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad \dots\dots(4-8)$

$\mathbf{x}_k: t=kT$  における状態ベクトル (N次)

$\mathbf{y}_k: t=kT$  における観測ベクトル (M次)

$\Phi(k, k-1): \mathbf{x}_k$  と  $\mathbf{x}_{k-1}$  の関係を示す遷移マトリクス (N×N次)

$\mathbf{H}_k: \mathbf{x}_k$  と  $\mathbf{y}_k$  の関係を示す観測マトリクス (M×N次)

$\mathbf{w}_k: 生成過程で発生する雑音, 平均0, 共分散行列  $\mathbf{Q}_k$  の Gauss 過程$

$\mathbf{v}_k: 観測過程で発生する雑音, 平均0, 共分散行列  $\mathbf{V}_k$  の Gauss 過程$

ただし  $\mathbf{w}_k$  と  $\mathbf{v}_k$  は独立とする.

ここで, 生成過程は, 被推定信号の変動を, 統計量 (平均値, 相関値等) を基にモデル化したものである.

このモデル化は,  $\mathbf{w}_k$  の共分散行列が最小となるように行うのが最適となる. このモデルの精度は, 事前に得られる情報が多いほど向上する. また, 観測過程は, 被推定信号を含む信号を観測する系をモデル化したものである.

一方, 推定過程は, 第19図の過程で  $t=kT$  において観測される  $\mathbf{y}_k$  及び  $t=(k-1)T$  において推定された  $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$  を用いて  $t=(k+L)T$  における  $\mathbf{x}_{k+L}$  の推定値  $\hat{\mathbf{x}}_{k+L}$  を推定するアルゴリズムである. ここで,  $L < 0$  の場合スムージング,  $L=0$  の場合フィルタリング,  $L > 0$  の場合予測という.

等化器の場合もこの三つが考えられるが, ここでは, フィルタリングについてのみ考える.

Kalman フィルタを用いて  $t=kT$  における状態ベクトル  $\mathbf{x}_k$  を推定する場合, 推定過程は, 過去のデータ ( $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$ ) のみから推定する仮推定過程と,  $\mathbf{y}_k$  を含めて推定する本推定という二つの過程を踏む. その手順は, 次のとおりである.

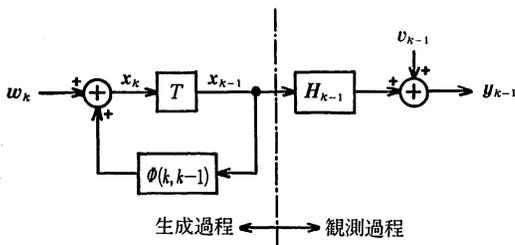
(仮推定過程)

(4-7) 式より,  $t=kT$  における仮推定値は,

$$\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1} = \Phi(k, k-1) \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad \dots\dots(4-9)$$

となる. ただし,  $\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1}$  は  $t=(k-1)T$  における  $\mathbf{x}_k$  の推定値である.

このときの誤差の共分散行列は,



第19図 Kalman フィルタにおける信号生成過程と観測過程モデル

$$P_{k, k-1} = E[(x_k - \hat{x}_{k, k-1})(x_k - \hat{x}_{k, k-1})^T] \\ = \Phi(k, k-1)P_{k-1}\Phi^T(k, k-1) + Q_k \quad \dots\dots(4-10)$$

また、 $y_k$  の推定値は

$$\hat{y}_k = H_k \hat{x}_{k, k-1} \quad \dots\dots(4-11)$$

となる。

(本推定過程)

$x_k$  の推定値は、仮推定値  $\hat{x}_{k, k-1}$  と観測値  $y_k$  の線形結合によって得られるので、 $M_k$  を  $t=kT$  における、ある係数行列、 $k_k, m_k$  を  $t=kT$  における、ある係数ベクトルとすると

$$\hat{x}_k = M_k \hat{x}_{k, k-1} + k_k y_k + m_k \quad \dots\dots(4-12)$$

と書ける。ここで、 $\hat{x}_k$  が最適推定値となるためには、

$$E[e_k] = 0 \quad \dots\dots(4-13)$$

かつ、 $E[e_k^2]$  が最小になるように  $M_k, k_k$  及び  $m_k$  が選ばれればよい。

まず、(4-7)、(4-12)、(4-13) 式より、

$$E[e_k] = E[(x_k - \hat{x}_k)] \\ = \Phi(k, k-1)E[x_{k-1} - M_k \hat{x}_{k-1}] + E[w_k] \\ - k_k E[y_k] - m_k = 0 \quad \dots\dots(4-14)$$

となる。(4-14) 式が常に成立するためには、

$$E[x_{k-1} - M_k \hat{x}_{k-1}] = (I - M_k)E[x_{k-1}] = 0 \quad \dots\dots(4-15)$$

$$E[w_k] = 0 \quad \dots\dots(4-16)$$

$$m_k = -k_k E[y_k] = -k_k \hat{y}_k \quad \dots\dots(4-17)$$

なので

$$M_k = I \quad (I \text{ は単位マトリクス}) \quad \dots\dots(4-18)$$

$$m_k = -k_k \hat{y}_k \quad \dots\dots(4-19)$$

したがって (4-12) 式に (4-18)、(4-19) 式を代入することにより、 $\hat{x}_k$  は

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k, k-1} + k_k (y_k - \hat{y}_k) \quad \dots\dots(4-20)$$

となる。次に  $E[e_k^2]$  が最小という条件から  $k_k$  を求める

$$k_k = P_{k, k-1} H_k^T [H_k P_{k, k-1} H_k^T + V_k]^{-1} \dots\dots(4-21)$$

またこのときの推定誤差共分散行列は、

$$P_k = E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] \\ = P_{k, k-1} - k_k H_k P_{k, k-1} \quad \dots\dots(4-22)$$

となる。以上より、 $x_k$  の最終的な推定値は、(4-20) 及び (4-21) 式で与えられることがわかる。ここで、 $k_k$  は Kalman ゲインと呼ばれる。

Kalman フィルタアルゴリズムは、第5図におけるLS法の中の一つであり、Kalman ゲインは、1回のタップ利得更新において進むベクトルの長さ及び方向に相当する。

以上より、Kalman フィルタのアルゴリズムをまとめると、第20図のようになる。また、アルゴリズムのプロ

ック図を、第21図に示す。

さらに、 $k_k$  及び  $y_k$  が複素過程である場合は、(4-10)、(4-21)及び(4-22)式を次のように変更すればよい。

$$(4-10) \rightarrow P_{k, k-1} = \Phi(k, k-1)P_{k-1}\Phi^{*T}(k, k-1) + Q_k \quad \dots\dots(4-23)$$

$$(4-21) \rightarrow k_k = P_{k, k-1} H_k^{*T} [H_k P_{k, k-1} H_k^{*T} + V_k]^{-1} \quad \dots\dots(4-24)$$

$$(4-22) \rightarrow P_k = P_{k, k-1} - P_{k, k-1} H_k^{*T} k_k^{*T} \dots\dots(4-25)$$

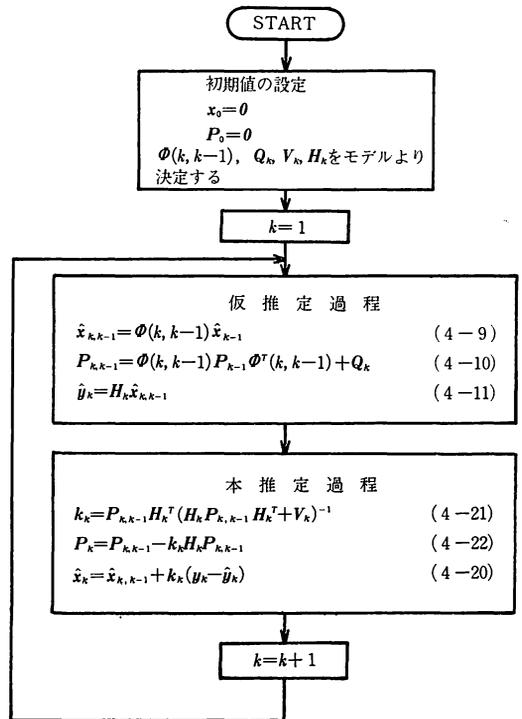
ただし  $A^*$  は、 $A$  の複素共役を示す。

以上では、生成過程及び観測過程が線形である場合の Kalman フィルタについて述べた。しかし一般には、これらの過程が非線形である場合も多い。そこで、非線形過程の場合の近似アルゴリズムを紹介しておく<sup>(47)</sup>。

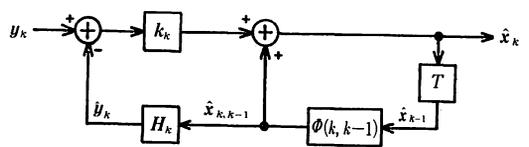
一般に、非線形システムの生成過程及び観測過程は、次式のようになる。

$$x_{k+1} = f_k(x_k) + w_k \quad \dots\dots(4-26)$$

$$y_k = h_k(x_k) + v_k \quad \dots\dots(4-27)$$



第20図 Kalman フィルタアルゴリズム



第21図 Kalman フィルタの推定過程ブロック図

$$E \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{w}_k \\ \mathbf{v}_k \end{pmatrix} (\mathbf{w}_k^T, \mathbf{v}_k^T) \right\} = \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_k & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{V}_k \end{pmatrix} \delta_{kl} \quad \dots\dots(4-28)$$

ここで  $\mathbf{f}_k(\mathbf{x}_k)$ ,  $\mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k)$  は次式で表される。

$$\mathbf{f}_k(\mathbf{x}_k) = \begin{pmatrix} f_k^{(1)}(\mathbf{x}_k) \\ \vdots \\ f_k^{(N)}(\mathbf{x}_k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_k^{(1)}(x_k^{(1)}, \dots, x_k^{(N)}) \\ \vdots \\ f_k^{(N)}(x_k^{(1)}, \dots, x_k^{(N)}) \end{pmatrix} \quad \dots\dots(4-29)$$

$$\mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k) = \begin{pmatrix} h_k^{(1)}(\mathbf{x}_k) \\ \vdots \\ h_k^{(N)}(\mathbf{x}_k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_k^{(1)}(x_k^{(1)}, \dots, x_k^{(N)}) \\ \vdots \\ h_k^{(N)}(x_k^{(1)}, \dots, x_k^{(N)}) \end{pmatrix} \quad \dots\dots(4-30)$$

この過程における  $\mathbf{x}_k$  の推定値  $\hat{\mathbf{x}}_k$  は、次のアルゴリズムによって求められる。

$$\hat{\mathbf{x}}_{k, k-1} = \mathbf{f}_{k-1}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}) \quad \dots\dots(4-31)$$

$$\mathbf{P}_{k, k-1} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_k \quad \dots\dots(4-32)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k, k-1} + \mathbf{k}_k [\mathbf{y}_k - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k, k-1})] \quad \dots\dots(4-33)$$

$$\mathbf{k}_k = \mathbf{P}_{k, k-1} \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k, k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{V}_k]^{-1} \quad \dots\dots(4-34)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k, k-1} - \mathbf{P}_{k, k-1} \mathbf{H}_k^T \cdot [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k, k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{V}_k]^{-1} \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k, k-1} \quad \dots\dots(4-35)$$

ただし

$$\mathbf{F}_k = \left( \frac{\partial \mathbf{f}_k}{\partial \mathbf{x}_k} \right)_{\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}_k} \quad (\mathbf{N} \times \mathbf{N}) \quad \dots\dots(4-36)$$

$$\mathbf{H}_k = \left( \frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{x}_k} \right)_{\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}_k} \quad (\mathbf{N} \times \mathbf{N}) \quad \dots\dots(4-37)$$

である。

またこのようなアルゴリズムを通常、拡張 Kalman フィルタという。

以上が、Kalman フィルタの概略である。ここでは、生成過程及び観測過程は既知のものという前提で議論を進めてきた。しかし、一般には、観測過程はほぼ既知と見なせるが、生成過程は未知の場合が多い。したがって生成過程のモデル化によって、Kalman フィルタの精度が決まり、またそのモデル化が最も難しい点である。このモデル化の一般的手法はまだ確立されておらず、“モデル化は芸術である”という人もいようである<sup>(49)</sup>。

### 4.3 Kalman フィルタを用いた等化器

現在提案されている Kalman フィルタを用いた等化器には、

- (1) R. E. Lawrence, et. al. の方法<sup>(50)</sup>  
伝送路特性は既知とし、送信データを推定する方法
  - (2) D. Godard の方法<sup>(41)</sup>  
既知のトレーニング信号を送り、タップ利得を推定する方法
  - (3) 送信データとタップ利得を状態ベクトルとし、拡張 Kalman フィルタを用いた方法<sup>(50)</sup>
  - (4) 送信データと伝送路が共に未知で、これらを交互に推定する方法<sup>(51), (52)</sup>
- などがある。

ここでは基本的な(1), (2), 及び(3)について説明する。ただしこれらは基本的には、4.2 における各変数にどのような物理量に対応させるかのみが問題である。

#### 4.3.1 R. E. Lawrence, et. al. の方法

状態ベクトルには、等化器のタップのデータが、また観測ベクトルには、等化器出力が対応し、それぞれ次のように表される。

$$\mathbf{x}_k = [x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-N+1}]^T \quad \dots\dots(4-38)$$

$$\mathbf{y}_k = y_k \quad \dots\dots(4-39)$$

ただし観測ベクトルはスカラーである。

また伝送路特性が既知であり、それを補償するための等化器のタップ利得 ( $\mathbf{c}$ ) も既知とすると、Kalman フィルタの生成及び観測過程は、次式ようになる。

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G} a_k \quad \dots\dots(4-40)$$

$$y_k = \mathbf{c} \mathbf{x}_k + v_k \quad \dots\dots(4-41)$$

ただし

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0, & 0, & \dots\dots & 0 \\ 1, & 0, & \dots\dots & 0 \\ 0, & 1, & \dots\dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots\dots & 0 & 1, & 0 \end{pmatrix} \quad \dots\dots(4-42)$$

( $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$  次元マトリクス)

$$\mathbf{G} = [1, 0, 0, \dots\dots, 0]^T \quad (\mathbf{N} \text{ 次ベクトル})$$

である。また、 $a_k$  は  $t=kT$  における送信データである。ここでは  $a_k$  は 1 と 0 をそれぞれ確率  $p$  及び  $q$  で取るものとする。

ここで、(4-7), (4-8) 式の各変数及び  $\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k$  の共分散との対応は次のとおりである。

$$\Phi(k, k-1) \leftrightarrow \mathbf{F} \quad \dots\dots(4-44)$$

$$\mathbf{H}_k \leftrightarrow \mathbf{c}^T \quad \dots\dots(4-45)$$

$$\mathbf{w}_k \leftrightarrow \mathbf{G} a_k \quad \dots\dots(4-46)$$

$$\mathbf{v}_k \leftrightarrow v_k \quad \dots\dots(4-47)$$

$$\mathbf{Q}_k \leftrightarrow p q \mathbf{G} \mathbf{G}^T \quad \dots\dots(4-48)$$

$$\mathbf{V}_k \leftrightarrow E[v_k^2] = V_k \quad \dots\dots(4-49)$$

これより、Kalman フィルタのアルゴリズムは、次のように求められる。

$$\hat{\mathbf{x}}_{k, k-1} = \mathbf{F} \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{G} \hat{p} \quad \dots\dots(4-50)$$

$$\mathbf{P}_{k, k-1} = \mathbf{F} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}^T + p q \mathbf{G} \mathbf{G}^T \quad \dots\dots(4-51)$$

$$\hat{y}_k = \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}}_{k, k-1} \quad \dots\dots(4-52)$$

$$\mathbf{k}_k = \mathbf{P}_{k, k-1} \mathbf{c}^T [\mathbf{c} \mathbf{P}_{k, k-1} \mathbf{c}^T + V_k]^{-1} \quad \dots\dots(4-53)$$

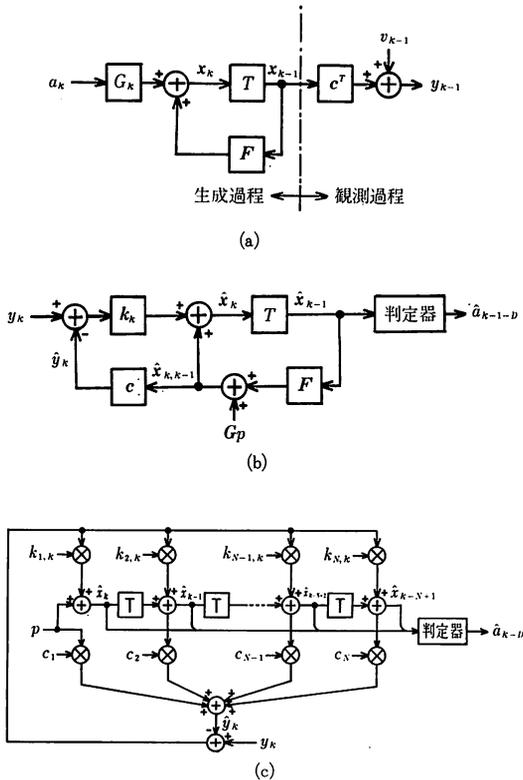
$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k, k-1} - \mathbf{k}_k \mathbf{c} \mathbf{P}_{k, k-1} \quad \dots\dots(4-54)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k, k-1} + \mathbf{k}_k (y_k - \hat{y}_k) \quad \dots\dots(4-55)$$

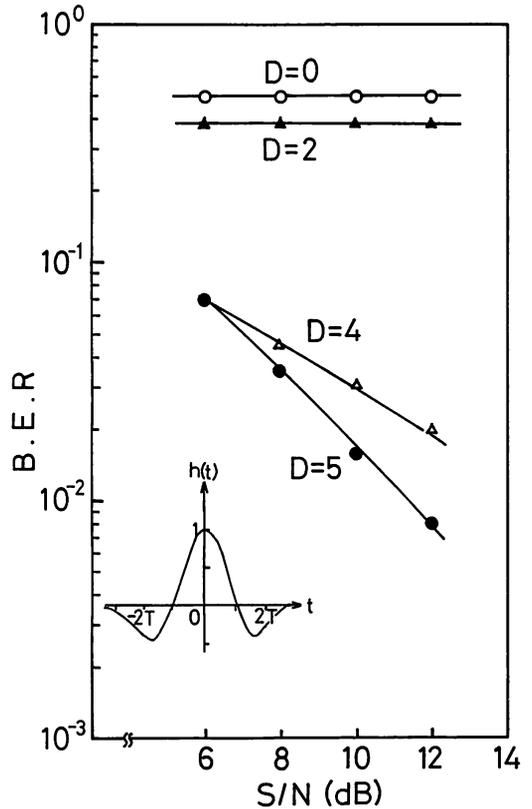
そして、最終的なデータの判定は、次式によって行う。

$$\hat{a}_{k-D} = \begin{cases} 1, & \hat{x}_{k-D} \geq \hat{p} \\ 0, & \hat{x}_{k-D} < \hat{p} \end{cases} \quad \dots\dots(4-56)$$

ただし、 $D$  は受信と判定の時間差である。第 22 図にこ



第22図 R. E. Lawrence, et. al. の提案した等化器の(a)信号生成過程, (b)推定過程及び(c)推定過程の構成



第23図 伝送路特性が既知の場合、第22図の Kalman フィルタを用いたときの誤り率特性

の等化器の構成を示す。

この等化器の性能としては参考文献(50)に、伝送路特性が既知の場合における誤り率特性の例が示されている。その一部を、第23図に示す。

この実験は、隣接する前3ビット及び後2ビットからの符号間干渉の等化のみを目的としており、そのインパルス応答は、 $t=kT$  におけるインパルス応答の値を  $h_k$  とするとき、 $h_{-3}=-0.077$ ,  $h_{-2}=-0.355$ ,  $h_{-1}=0.059$ ,  $h_0=1.00$ ,  $h_1=0.059$ ,  $h_2=-0.273$  である。

第23図において、等化器を入れない場合の誤り率は0.5である。これより、 $D=0$  の場合を除くと、等化器を入れることによる誤り率特性の改善効果の大きいことが分かる。また  $D$  の大きい方が特性が良い。これは、 $D$  の大きいほどスムージング効果が大きくなるからである。ただし、参考文献(50)には、タップ利得の収束については述べられていない。

4.3.2 D. Godard の方法

この方法では、状態ベクトルとして等化器のタップ利得 ( $c_k$ ) が、また観測ベクトルとして、送信データ ( $a_{k-D}$ ) が対応する。また、生成及び観測過程は、次式

のようになる。

$$c_k = c_{k-1} \dots\dots (4-57)$$

$$a_{k-D} = x_k^T c_k + e_k \dots\dots (4-58)$$

ただし、 $D$  は等化器内の遅延、 $a_k$  は送信データ、 $e_k$  は推定誤差である。また、 $x_k$ ,  $c_k$  は、それぞれ等化器のタップデータベクトル及びタップ利得ベクトルであり、次式で表される。

$$x_k = [x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-N+1}]^T \dots\dots (4-59)$$

$$c_k = [c_k^1, c_k^2, \dots, c_k^N]^T \dots\dots (4-60)$$

ここで、(4-7)、(4-8)式の変数及び  $w_k$ ,  $v_k$  の共分散との対応は次のとおりである。

$$\Phi(k, k-1) \leftrightarrow I \dots\dots (4-61)$$

$$H_k \leftrightarrow x_k^T \dots\dots (4-62)$$

$$w_k \leftrightarrow 0 \dots\dots (4-63)$$

$$v_k \leftrightarrow e_k \dots\dots (4-64)$$

$$Q_k \leftrightarrow 0 \dots\dots (4-65)$$

$$V_k \leftrightarrow E[e_k^2] \dots\dots (4-66)$$

これより、Kalman フィルタのアルゴリズムは、次のようになる。

$$\hat{c}_{k,k-1} = \hat{c}_{k-1} \dots\dots (4-67)$$

$$P_{k,k-1} = P_{k-1} \quad \dots\dots (4-68)$$

$$\hat{a}_{k-D} = \mathbf{x}_k^T \mathbf{c}_{k-1} \quad \dots\dots (4-69)$$

$$\mathbf{k}_k = P_{k-1} \mathbf{x}_k [\mathbf{x}_k^T P_{k-1} \mathbf{x}_k + E[e_k^2]]^{-1} \quad \dots\dots (4-70)$$

$$P_k = P_{k-1} - \mathbf{k}_k \mathbf{x}_k^T P_{k-1} \quad \dots\dots (4-71)$$

$$\hat{\mathbf{c}}_k = \hat{\mathbf{c}}_{k-1} + \mathbf{k}_k (a_{k-D} - \hat{a}_{k-D}) \quad \dots\dots (4-72)$$

そして、最終的なデータは、(4-69)式を判定することにより得られる。

第24図にこの等化器の構成を示す。またその特性としては、推定誤差の収束速度の例が参考文献(41)に示されており、それを第25図に示す。ここで、タップ利得の初期値は  $\mathbf{c}_0 = 0$ 、共分散行列の初期値は  $P_0 = 0.75I$  である。これより、Kalman フィルタを用いた場合、Gradient 法に比べて収束速度が非常に速いことがわかる。

誤り率特性は参考文献(41)には示されていないが、推定誤差の大きさから考えてかなり良いと思われる。

ここで、(4-72)式で与えられる  $\mathbf{c}_k$  が、最終的にどのような物理量に相当するかを示すため、定常時の収束値

について述べる。

まず、(4-70)式より

$$\mathbf{k}_k E[e_k^2] = (I - \mathbf{k}_k \mathbf{x}_k^T) P_{k-1} \mathbf{x}_k \quad \dots\dots (4-73)$$

が得られる。一方(4-71)式の両辺の右から  $\mathbf{x}_k$  を掛けると

$$P_k \mathbf{x}_k = (I - \mathbf{k}_k \mathbf{x}_k^T) P_{k-1} \mathbf{x}_k \quad \dots\dots (4-74)$$

が得られる。

これより  $\mathbf{k}_k$  は

$$\mathbf{k}_k = P_k \mathbf{x}_k / E[e_k^2] \quad \dots\dots (4-75)$$

となる。

また、(4-75)式を(4-71)式に代入すると

$$P_k = P_{k-1} - P_k \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^T P_{k-1} / E[e_k^2] \quad \dots\dots (4-76)$$

となる。さらに、(4-76)式の左から  $P_{k-1}^{-1}$  を、右から  $P_{k-1}^{-1}$  を掛け、 $E[e_k^2]$  は十分小さいとすると

$$P_k = E[e_k^2] \left( \sum_{i=1}^k \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T \right) \quad \dots\dots (4-77)$$

$$\mathbf{k}_k = \left( \sum_{i=1}^k \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T \right)^{-1} \mathbf{x}_k \quad \dots\dots (4-78)$$

となる。また、

$$R_{1,k} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T \quad \dots\dots (4-79)$$

とすると定常時の  $P_k$   $\mathbf{k}_k$  の収束値は

$$P_k = E[e_k^2] (k R_{1,k}) \quad \dots\dots (4-80)$$

$$\mathbf{k}_k = (k^{-1} R_{1,k}^{-1}) \mathbf{x}_k \quad \dots\dots (4-81)$$

となる。また同様に  $\mathbf{c}_k$  の定常時の収束値を求めると

$$\mathbf{c}_k = R_{1,k}^{-1} \mathbf{b}_{1,k} \quad \dots\dots (4-82)$$

$$\mathbf{b}_{1,k} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k a_{i-D} \mathbf{x}_i \quad \dots\dots (4-83)$$

となる。したがって Kalman フィルタ法は、常に Wiener-Hopf の方程式を満足していることがわかる。

### 4.3.3 拡張 Kalman フィルタ法

R. E. Lawrence らは、4.3.1で述べたように、伝送路が既知で送信信号が未知の場合の Kalman フィルタの構成について検討した。それと同時に、参考文献(50)の中で、伝送路と送信信号が共に未知の場合についても検討している。

その方法は、状態ベクトル  $\tilde{\mathbf{x}}_k$  を

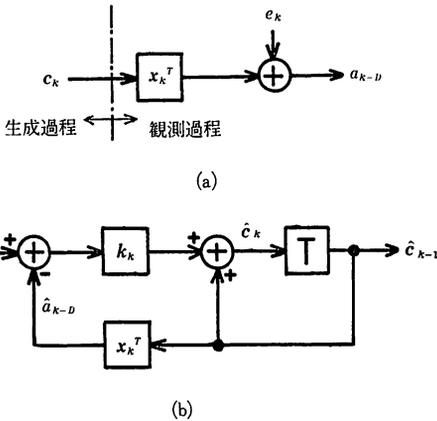
$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_k &= [\mathbf{x}_k^T, \mathbf{c}_k^T]^T \\ &= [x_k^1, x_k^2, \dots, x_k^N, x_k^{N+1}, x_k^{N+2}, \dots, x_k^{2N}]^T \end{aligned} \quad \dots\dots (4-84)$$

という形に拡張し、4.3で述べた拡張 Kalman フィルタを用いる方法である。ただし  $\mathbf{x}_k$ 、 $\mathbf{c}_k$  はそれぞれ、タップデータ及びタップ利得である。

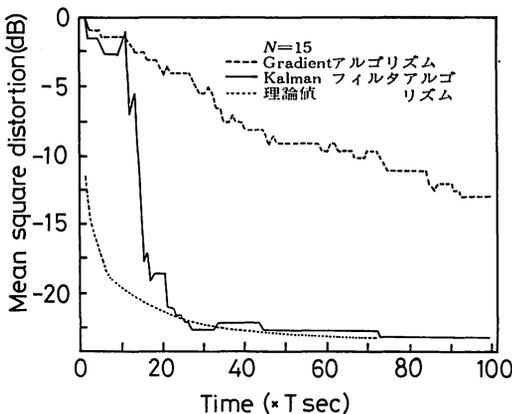
生成過程及び観測過程は、次式のようになる。

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = F \tilde{\mathbf{x}}_{k-1} + G a_k \quad \dots\dots (4-85)$$

$$v_k = x_k^1 x_k^{N+1} + x_k^2 x_k^{N+2} + \dots + x_k^N x_k^{2N} + v_k$$



第24図 D. Godard の提案した等化器  
(a) 信号生成過程と (b) タップ利得推定過程



第25図 第24図の構成の等化器において信号の振幅及び位相が大きく歪んでいる場合の収束特性

$$=h(\hat{x}_k, k) + v_k \quad \dots\dots(4-86)$$

ただし

$$\tilde{F} = \begin{pmatrix} F & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad \dots\dots(4-87)$$

$$\tilde{G} = [G^T, \quad 0^T]^T \quad \dots\dots(4-88)$$

ここで、(4-7)、(4-8)式の変数及び  $w_k, v_k$  の共分散との対応は、次のとおりである。

$$\Phi(k, k-1) \leftrightarrow \tilde{F} \quad \dots\dots(4-89)$$

$$Hx_k \leftrightarrow h(\hat{x}_k, k) \quad \dots\dots(4-90)$$

$$w_k \leftrightarrow \tilde{G}a_k \quad \dots\dots(4-91)$$

$$v_k \leftrightarrow v_k \quad \dots\dots(4-92)$$

$$Q_k \leftrightarrow pqGG^T \quad \dots\dots(4-93)$$

$$V_k \leftrightarrow E[v_k^2] = V_k \quad \dots\dots(4-94)$$

これより、(4-26)~(4-37)式を用いると、拡張 Kalman フィルタアルゴリズムは、次のようになる。

$$\hat{x}_{k,k-1} = \tilde{F}\hat{x}_{k-1} + \tilde{G}p \quad \dots\dots(4-95)$$

$$P_{k,k-1} = \tilde{F}P_{k-1}\tilde{F}^T + p\tilde{G}\tilde{G}^T \quad \dots\dots(4-96)$$

$$\hat{y}_k = \sum_{j=1}^N x_k^j x_k^{j+N} \quad \dots\dots(4-97)$$

$$c_k = [\hat{x}_{k-1}^{N+1}, \hat{x}_{k-1}^{N+2}, \dots, \hat{x}_{k-1}^{2N}, \hat{x}_{k-1}^1, \hat{x}_{k-1}^2, \dots, \hat{x}_{k-1}^N]^T \quad \dots\dots(4-98)$$

$$k_k = P_{k,k-1}c_k^T [c_k P_{k,k-1}c_k^T + V_k]^{-1} \quad \dots\dots(4-99)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k,k-1} + k_k(y_k - \hat{y}_k) \quad \dots\dots(4-100)$$

$$P_k = P_{k,k-1} - k_k c_k P_{k,k-1} \quad \dots\dots(4-101)$$

そして、最終的なデータは、(4-56)式と同様に(4-97)式を判定することにより得られる。この方法を用いると、伝送路と送信データが共に未知の場合も、伝送路が既知で送信データが未知の場合とほぼ同様の特性が得られる。

#### 4.4 高速 Kalman フィルタ

以上に示した方法は、マトリクス演算によるものなので、1回のタップ利得の更新に必要な演算(加算・乗算等)は、タップ数を  $N$  とすると  $N^2$  に比例する。これはタップ数が増すにつれて演算量が膨大なることを示している。そこで推定精度は同じで、演算回数が  $N$  に比例するアルゴリズムが考えられた。それが、高速 Kalman フィルタである。

高速 Kalman フィルタは、D. Godard の方法において重複して行われる演算を省略し、演算を大幅に少なくしたものである。その考え方は、次のとおりである。

まず、 $t = kT$  において等化器に入力するデータを  $x_k$  とするとき、

$$x_k = [x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-N+1}]^T \quad \dots\dots(4-102)$$

とする。ただし  $N$  はタップ数である。

また、2. で述べた、非線形等化器の一つである帰還判定型等化器の場合、 $t = kT$  において帰還されるデータ

を  $\hat{d}_k$  とするとき、

$$x_k = [x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-N_1+1}, \hat{d}_k, \hat{d}_{k-1}, \dots, \hat{d}_{k-N_2+1}]^T \quad \dots\dots(4-103)$$

となる。ただし、

$$N = N_1 + N_2 \quad \dots\dots(4-104)$$

である。

次に、 $t = kT$  におけるタップ利得ベクトルを、

$$c_k = [c_k^1, c_k^2, \dots, c_k^N] \quad \dots\dots(4-105)$$

送信信号を、 $a_{k-D}$  とする。ただし、 $D$  は等化器内の遅延である。

このとき、 $c_k$  の更新アルゴリズムは、D. Godard の方法と同様に、

$$c_k = a_{k-D} - c_{k-1}^T x_k \quad \dots\dots(4-106)$$

$$c_k = c_{k-1} + k_k e_k \quad \dots\dots(4-107)$$

$$k_k = R_{1,k}^{-1} x_k \quad \dots\dots(4-108)$$

となり、等化出力  $y_k$  は、

$$y_k = c_{k-1}^T x_k \quad \dots\dots(4-109)$$

となる。

$R_{1,k}$  は  $t = kT$  における等化器のタップのデータの共分散行列である。ただし、

$$R_{1,k} = \lambda R_{1,k-1} + x_k x_k^T \quad \dots\dots(4-110)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1 \quad \dots\dots(4-111)$$

である。ここで、 $\lambda$  は、過去のデータの影響を小さくして伝送路の速い変化に対処するためのものである。

また、 $t = kT$  において等化器に入力するデータのベクトルを  $\hat{x}_k$ 、等化器のシフトレジスタから出ていくデータベクトルを  $\rho_k$  とする。

帰還判定データがない場合は、

$$\hat{x}_k = x_k \quad \rho_k = x_{k-N} \quad \dots\dots(4-112)$$

帰還判定データがある場合は

$$\hat{x}_k = \begin{pmatrix} x_k \\ d_k \end{pmatrix} \quad \rho_k = \begin{pmatrix} x_{k-N_1+1} \\ d_{k-N_2+1} \end{pmatrix} \quad \dots\dots(4-113)$$

となる。また、そのほか、入力データの種類を増すことも可能であるので、 $\hat{x}_k$  及び  $\rho_k$  は  $p$  次のベクトルとする。

ここで、 $x_k$  と  $\rho_k$  を合併した拡大入力ベクトル  $v_k$  を次のように定義する。

$$v_k = [x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-N_1+1}, x_{k-N_1}, \hat{d}_k, \hat{d}_{k-1}, \dots, \hat{d}_{k-N_2+1}, \hat{d}_{k-N_2}]^T \quad \dots\dots(4-114)$$

( $p=2$  のとき)

また、データの並べ替えのためのマトリクス、 $S$ 、及び  $T$  を次のように定義する。

$$Sv_k = \begin{bmatrix} \hat{x}_k \\ \dots \\ x_{k-1} \end{bmatrix} \begin{matrix} p \text{ 次} \\ \dots \\ N \text{ 次} \end{matrix} \quad Tv_k = \begin{bmatrix} x_k \\ \dots \\ \rho_k \end{bmatrix} \begin{matrix} N \text{ 次} \\ \dots \\ p \text{ 次} \end{matrix} \quad \dots\dots(4-115)$$

ここで、 $S, T$  は次の性質をもつ。

$$S^{-1} = S^T \quad \dots\dots(4-116)$$

$$T^{-1} = T^T$$

(4-105)~(4-108)式から分かるように、ここで高速演算が必要なのは、 $k_k$  を求める演算である。そのアルゴリズムは、次のとおりである。

〔初期値設定〕

各ベクトル及びマトリクスの初期値を次のように設定する。

$$\left. \begin{aligned} c_0 &= 0 \quad (N \text{ 次ベクトル}) \\ x_0 &= 0 \quad (N \text{ 次ベクトル}) \\ k_0 &= 0 \quad (N \text{ 次ベクトル}) \\ A_0 &= 0 \quad (N \times P \text{ 次元マトリクス}) \\ D_0 &= 0 \quad (N \times P \text{ 次元マトリクス}) \\ E &= \delta I \quad (P \times P \text{ 次元マトリクス}) \\ \delta &: \text{ノイズパワー} \quad \delta \ll 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots(4-117)$$

〔タップ利得更新アルゴリズム〕

まず、 $x_{k-1}$  より  $\hat{\xi}_k$  を最小分散推定したときの誤差を  $e_k$  とすると

$$e_k = \hat{\xi}_k + A_{k-1}^T x_{k-1} \quad (P \text{ 次ベクトル}) \quad \dots\dots(4-118)$$

となる。ただし  $A_{k-1}$  は  $e_k$  の自乗平均値が最小になるように選ばれる。

一方  $A_k$  は次のアルゴリズムにより更新される。

$$A_k = A_{k-1} - k_{k-1} e_k^T \quad \dots\dots(4-119)$$

また、 $e_k'$  及び  $E_k$  を

$$e_k' = \hat{\xi}_k + A_k^T x_{k-1} \quad \dots\dots(4-120)$$

$$E_k = \lambda E_{k-1} + e_k' e_k'^T \quad \dots\dots(4-121)$$

とすると、

$$k_k' = L_k^{-1} v_k \quad \dots\dots(4-122)$$

$$L_k = E[v_k v_k^T] = \lambda L_{k-1} + v_k v_k^T \quad \dots\dots(4-123)$$

を満たす  $k_k'$  は次式により求められる。

$$k_k' = S \begin{bmatrix} E_k^{-1} e_k' \\ k_k + A_k E_k^{-1} e_k' \end{bmatrix} \begin{matrix} P \text{ 次} \\ N \text{ 次} \end{matrix} \quad \dots\dots(4-124)$$

ここで

$$T k_k' = \begin{bmatrix} m_k \\ \mu_k \end{bmatrix} \begin{matrix} N \text{ 次} \\ P \text{ 次} \end{matrix} \quad \dots\dots(4-125)$$

とする。

また、(4-118) 及び (4-119) と同様に、 $x_k$  より  $\rho_k$  を最小分散推定したときの誤差を  $\eta_k$  とすると

$$\eta_k = \rho_k + D_{k-1}^T x_k \quad (P \text{ 次ベクトル}) \quad \dots\dots(4-126)$$

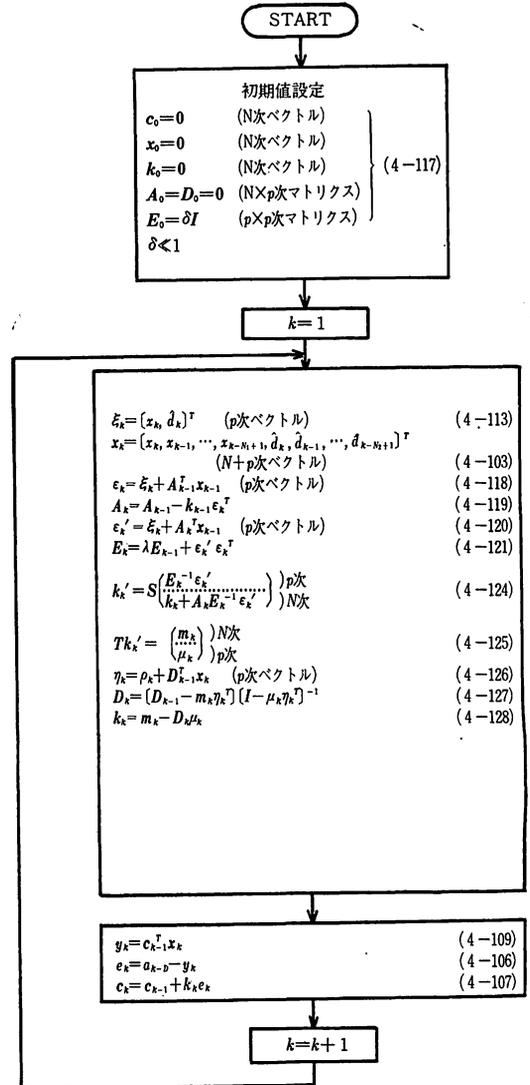
となる。ただし  $D_{k-1}$  は  $\eta_k$  の自乗平均値が最小になるよう選ばれ、 $D_k$  は次式で更新される。

$$D_k = [D_{k-1} - m_k \eta_k^T] [I - \mu_k \eta_k^T]^{-1} \quad \dots\dots(4-127)$$

以上より最終的に、 $k_k$  は

$$k_k = m_k - D_k \mu_k \quad \dots\dots(4-128)$$

と求められる。以上をまとめたフローチャートを第26図に



第26図 高速 Kalman フィルタアルゴリズム

示す。

このアルゴリズムは、 $x_k, \hat{\xi}_k, \rho_k, c_k$  が複素数の場合にも利用できる。その場合は、次の点を変更する<sup>(53)</sup>。

$$(4-121) \rightarrow E_k = \lambda E_{k-1} + e_k' e_k'^* \quad \dots\dots(4-129)$$

$$(4-124) \rightarrow k_k' = S \begin{bmatrix} E_k^{-1} e_k'^* \\ k_k + A_k E_k^{-1} e_k'^* \end{bmatrix} \quad \dots\dots(4-130)$$

第2表 高速カルマンフィルタと通常のカルマンフィルタの演算回数の比較、ただしNはタップ数

アルゴリズム	乗算	加算
高速カルマンフィルタ	10N+4	12N+5
通常のカルマンフィルタ	3N <sup>2</sup> +3N	2N <sup>2</sup> +2N+1

最後に、この高速 Kalman フィルタと D. Godard のアルゴリズムの演算回数の比較を第 2 表に示す。高速 Kalman フィルタは、 $N$  に比例する演算となっており、演算の高速化がはかれることがわかる。

また、高速 Kalman フィルタの実現例も報告されている<sup>(54)</sup>。興味のある方は参考文献を参照されたい。

5. Lattice フィルタを用いた等化器

これまでは、トランスバーサル型フィルタを用いた等化器について説明してきた。一方、これらと特性はほぼ同じで、構成が違う Lattice 型の等化器がある。

両者の違いは、Lattice 型等化器の場合、入力データを一度直交化してから等化するという点にある。

ここでは、Lattice フィルタの基本、及びその等化器への適用法と、高速演算アルゴリズムについて述べる。

5.1 Lattice フィルタの構成

第 27 図に Lattice フィルタの構成を示す<sup>(55)~(57)</sup>。

Lattice フィルタは、図からわかるように、一つの遅延素子、二つの加算器、及び二つのアンプによって構成される基本ステージが  $N$  段連続接続されたものである。また、 $t=nT$  における  $m$  段目のステージ入力を、 $f_{m-1}(n)$  及び  $g_{m-1}(n)$ 、出力を  $f_m(n)$ 、 $g_m(n)$  とするとこの演算アルゴリズムは次のとおりである。

$$f_0(n) = g_0(n) = x(n) \quad \dots\dots(5-1)$$

$$f_m(n) = f_{m-1}(n) + K_m^f g_{m-1}(n-1) \quad \dots\dots(5-2)$$

$$g_m(n) = K_m^g f_{m-1}(n) + g_{m-1}(n-1) \quad \dots\dots(5-3)$$

$$1 \leq m \leq N \quad \dots\dots(5-4)$$

また、後述するように、 $f_m(n)$  は、 $x(i)$  ( $n-m \leq i \leq n-1$ ) によって  $x(n)$  を前方推定する際の推定誤差、 $g_m(n)$  は、 $x(n-i)$  ( $0 \leq i \leq m-1$ ) によって  $x(n-m)$  を後方推定する際の推定誤差に相当し、 $K_m^f$ 、 $K_m^g$  は  $f_m(n)$  及び  $g_m(n)$  の自乗平均値が最小になるように

決定される。

以下では、まずこれらのごとについて説明する。

$f_m(n)$ 、 $g_m(n)$  及び  $x(n)$  の  $z$  変換をそれぞれ、 $F_m(z)$ 、 $G_m(z)$ 、 $X(z)$  とする。ここで、(5-1)~(5-3) 式を  $z$  変換し、また、

$$A_m(z) = \frac{F_m(z)}{F_0(z)} = \frac{F_m(z)}{X(z)} \quad \dots\dots(5-5)$$

$$B_m(z) = \frac{G_m(z)}{G_0(z)} = \frac{G_m(z)}{X(z)} \quad \dots\dots(5-6)$$

とすると、次式が成立する。

$$A_0(z) = B_0(z) = 1 \quad \dots\dots(5-7)$$

$$A_m(z) = A_{m-1}(z) + K_m^f z^{-1} B_{m-1}(z) \quad \dots\dots(5-8)$$

$$B_m(z) = K_m^g A_{m-1}(z) + z^{-1} B_{m-1}(z) \quad \dots\dots(5-9)$$

ここで  $K_m^f = K_m^g = K_m$  の場合、 $A_m(z)$  は、その逆変換  $a_m(n)$  を用いると、

$$A_m(z) = \sum_{k=0}^m a_m(k) z^{-k} \quad \dots\dots(5-10)$$

となる。

一方  $B_m(z)$  は、(5-8)、(5-9) 及び (5-10) 式より次のようになる。

$$B_m(z) = \sum_{k=0}^m a_m(m-k) z^{-k} \quad \dots\dots(5-11)$$

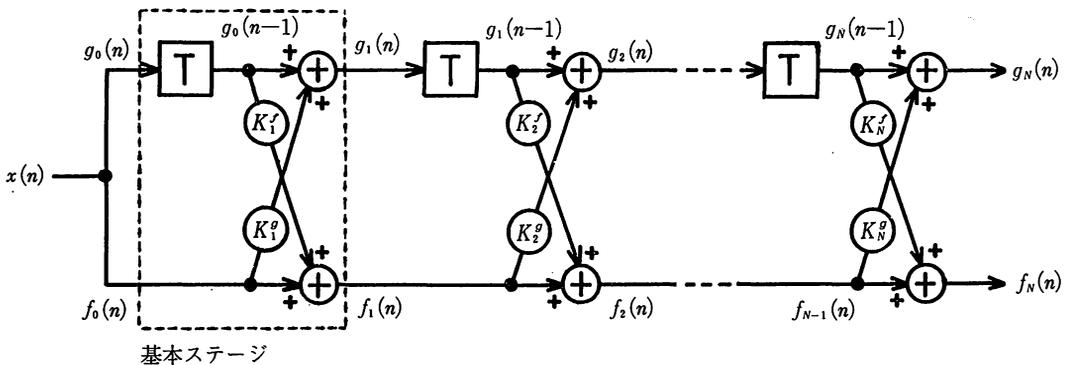
また、 $A_m(z)$  と  $B_m(z)$  の関係は、次のようになる。

$$B_m(z) = z^{-m} A_m(z^{-1}) \quad \dots\dots(5-12)$$

したがって、(5-10) 及び (5-11) 式を逆  $z$  変換すると次式が得られる。

$$f_m(n) = \sum_{k=0}^m a_m(k) x(n-k) = x(n) + \sum_{k=1}^m a_m(k) x(n-k) \quad \dots\dots(5-13)$$

$$g_m(n) = \sum_{k=0}^m a_m(m-k) x(n-k)$$



第27図 Lattice 型フィルタの構成

$$= x(n-m) + \sum_{k=0}^{m-1} a_m(m-k)x(n-k) \quad \dots\dots(5-14)$$

ただし

$$a_m(0)=1 \quad \dots\dots(5-15)$$

となる。ここで

$$\mathbf{x}_n = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-m+1)]^T \quad \dots\dots(5-16)$$

とすると、(5-13)及び(5-14)式から次のことがわかる。

- (1)  $f_m(n)$  は  $\mathbf{x}_{n-1}$  により  $x(n)$  を前方推定する際の前方推定誤差を示す。
- (2)  $g_m(n)$  は、 $\mathbf{x}_n$  により  $x(n-m)$  を後方推定する際の後方推定誤差を示す。

また、 $K_m$  は、 $f_m(n)$  及び  $g_m(n)$  の自乗平均値が最小になるように、次式によって与えられる<sup>(56)</sup>。

$$K_m = - \frac{E[f_{m-1}(n)g_{m-1}(n-1)]}{E[f_{m-1}^2(n)] + E[g_{m-1}^2(n-1)]} \quad \dots\dots(5-17)$$

$$1 \leq m \leq N$$

この  $K_m$  を PACOR 係数という。

一方、 $K_m^f \neq K_m^g$  の場合は、 $K_m^f$ 、 $K_m^g$  はそれぞれ  $E[f_m^2(n)]$ 、 $E[g_m^2(n)]$  が最小になるように、次式によって与えられる。

$$K_m^f = - \frac{E[f_{m-1}(n)g_{m-1}(n-1)]}{E[g_{m-1}^2(n-1)]} \quad \dots\dots(5-18)$$

$$K_m^g = - \frac{E[f_{m-1}(n)g_{m-1}(n-1)]}{E[f_{m-1}^2(n-1)]} \quad \dots\dots(5-19)$$

ところで、(5-1)～(5-4)式の解が(5-13)、(5-14)式であるので、ここで、 $K_m$  と  $a_m(k)$  の関係について述べる。

(5-8)式に(5-10)、(5-11)式を代入すると

$$\sum_{k=0}^m a_m(k)z^{-k} = a_{m-1}(0) + \sum_{k=1}^{m-1} [a_{m-1}(k) + K_m a_{m-1}(m-k)]z^{-k} + K_m a_{m-1}(0)z^{-m} \quad \dots\dots(5-20)$$

となる。これより

$$a_m(0) = a_{m-1}(0) = \dots = a_1(0) \quad \dots\dots(5-21)$$

$$a_m(m) = K_m \quad \dots\dots(5-22)$$

$$a_m(k) = a_{m-1}(k) + K_m a_{m-1}(m-k) \quad (1 \leq k \leq m-1) \quad \dots\dots(5-23)$$

が成り立つ。これより、 $K_m$  と  $a_m(k)$  の関係が得られた。

以上より、Lattice フィルタは、 $K_m$  というパラメータを通じて、陰に、前方及び後方推定の最適推定誤差を出力するフィルタであることがわかる。

さらに、Lattice フィルタにはもう一つ、 $g_m(n)$  ( $1 \leq m \leq N$ ) が互いに直交するという大きな特徴があり、そ

の理由は次のとおりである。

まず、

$$\left. \begin{aligned} 1 \leq p \leq N \\ 1 \leq k \leq p \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(5-24)$$

とするとき、

$$e_p = E[f_p^2(n)] = E[g_p^2(n)] = \sum_{k=0}^p \sum_{l=0}^p a_p(k)a_p(l)r(k-l) \quad \dots\dots(5-25)$$

$$r(i) = E[x(n)x(n-i)] \quad \dots\dots(5-26)$$

となる。また、直交原理<sup>(58)</sup>より、 $f_p(n)$  と  $x(n-k)$  は直交する。すなわち、

$$E[f_p(n)x(n-i)] = \sum_{k=0}^p a_p(k)r(i-k) = 0 \quad \dots\dots(5-27)$$

が成り立つので、これを(5-25)式に代入すると、

$$e_p = \sum_{k=0}^p a_p(k)r(k) \quad \dots\dots(5-28)$$

$$E[g_p(n)g_q(n)] = \sum_{k=0}^p a_p(k) \sum_{l=0}^q a_q(l)r(k-l) = 0 \quad \dots\dots(5-29)$$

ただし、 $p \neq q$

となる。

ここで

$$\mathbf{g}_N(n) = [g_0(n), g_1(n), \dots, g_N(n)]^T \quad \dots\dots(5-30)$$

$$\mathbf{x}_N(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-N)]^T \quad \dots\dots(5-31)$$

$$L_N(n) = \begin{pmatrix} 1 & , & 0 & , & \dots & & 0 \\ a_1(1) & , & 1 & & & & \vdots \\ a_2(2) & , & a_2(1) & , & 1 & & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_N(N) & , & a_N(N-1) & , & a_N(N-2) & , & \dots & , & 1 \end{pmatrix} \quad \dots\dots(5-32)$$

とすると、(5-28)、(5-29)式より

$$E[\mathbf{g}_N(n)\mathbf{g}_N^T(n)] = \begin{pmatrix} e_D & & \mathbf{0} \\ & e_1 & \\ \mathbf{0} & & e_N \end{pmatrix} \quad \dots\dots(5-33)$$

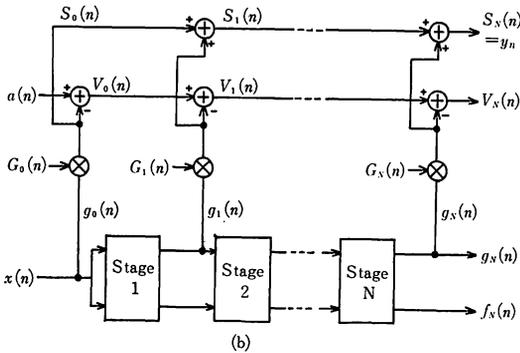
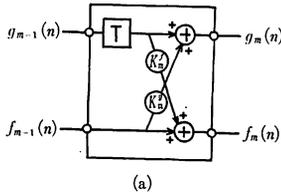
となり、 $g_m(n)$  は互いに直交していることがわかる。また、(5-14)及び(5-30)～(5-32)式より、

$$\mathbf{g}_N(n) = L_N(n)\mathbf{x}_N(n) \quad \dots\dots(5-34)$$

であることから、この変換は、Gram-Schmidt 直交化<sup>(59)</sup>であることがわかる。また、Lattice フィルタは、 $N$ 個のデータから $N$ 個の互いに直交しているデータを生成するという意味で、入力信号のイノベーションを生成するものであるともいうことができる。

### 5.2 Lattice フィルタを用いた等化器の構成<sup>(60)</sup>

前節で示したように、 $\mathbf{g}_N(n)$  は  $\mathbf{x}(n)$  の線形変換なので、この信号を用いて等化を行うことができる。すなわち、等化出力 ( $y_n$ ) は、



第28図 Lattice 型等化器の構成  
(a) 各ステージの構成及び (b) 全体構成

$$\mathbf{G}_N(n) = [G_0(n), G_1(n), \dots, G_N(n)]^T \dots (5-35)$$

とすると

$$\mathbf{y}_n = \mathbf{G}_N^T(n) \mathbf{g}_N(n) \dots (5-36)$$

となる。

第28図に、この原理に基づいた Lattice 型等化器の、(a) 各ステージの構成、及び、(b) 全体構成を示す。アルゴリズムは、次のとおりである。

まず、(5-36) 式を逐次的に、次式により求める。

$$S_m(n) = S_{m-1}(n) + G_m(n)g_m(n) \quad 0 \leq m \leq N \dots (5-37)$$

$$\mathbf{y}_n = S_N(n) \dots (5-38)$$

ここで  $G_m(n)$  ( $0 \leq m \leq N$ ) は次のようにして得られる。

まず、 $V_m(n)$  ( $0 \leq m \leq N$ ) を

$$V_m(n) = V_{m-1}(n) - G_m(n)g_m(n) \dots (5-39)$$

$$V_{-1}(n) = a_n \dots (5-40)$$

と定義する。ただし  $a_n$  は、 $t = nT$  における送信データである。

これより、

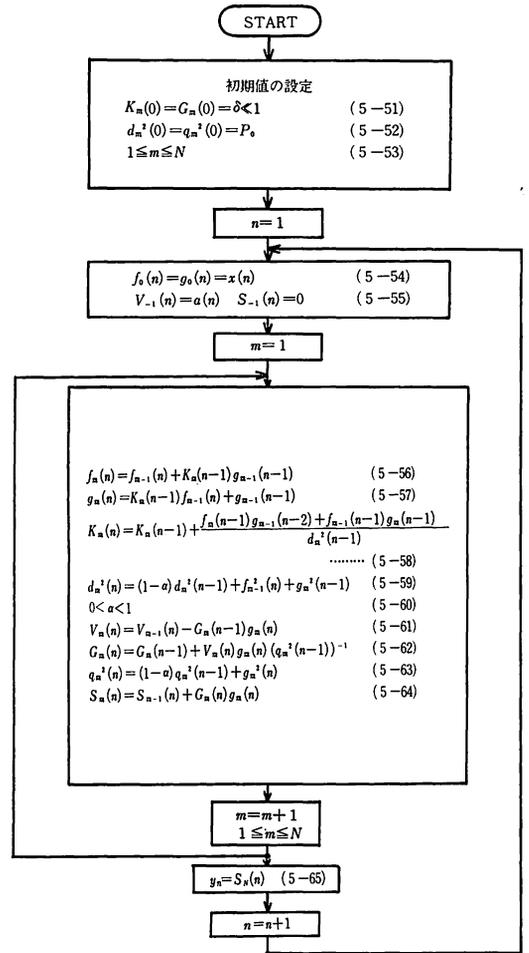
$$V_m(n) = a_n - \mathbf{G}_m^T(n) \mathbf{g}_m(n) \dots (5-41)$$

となるので、 $V_m(n)$  は、 $a_n$  を、 $g_0(n) \sim g_m(n)$  によって推定する際の推定誤差となることがわかる。したがって、直交原理より、

$$E[V_m(n) \mathbf{g}_m^T(n)] = \mathbf{0}^T \dots (5-42)$$

が成り立つので、これと、(5-41) 式より

$$\mathbf{G}_N(n) = E[\mathbf{g}_N(n) \mathbf{g}_N^T(n)]^{-1} E[a_n \mathbf{g}_N(n)]$$



第29図 Gradient Lattice 型等化器アルゴリズム

$$\dots (5-43)$$

が得られる。

ここで4.と同様に、

$$\mathbf{R}_N(n) = E[\mathbf{x}_N(n) \mathbf{x}_N^T(n)] \dots (5-44)$$

$$\mathbf{b}_N(n) = E[a_n \mathbf{g}_N(n)] \dots (5-45)$$

とすると、

$$E[\mathbf{g}_N(n) \mathbf{g}_N^T(n)] = \mathbf{L}_N(n) \mathbf{R}_N(n) \mathbf{L}_N^T(n) \dots (5-46)$$

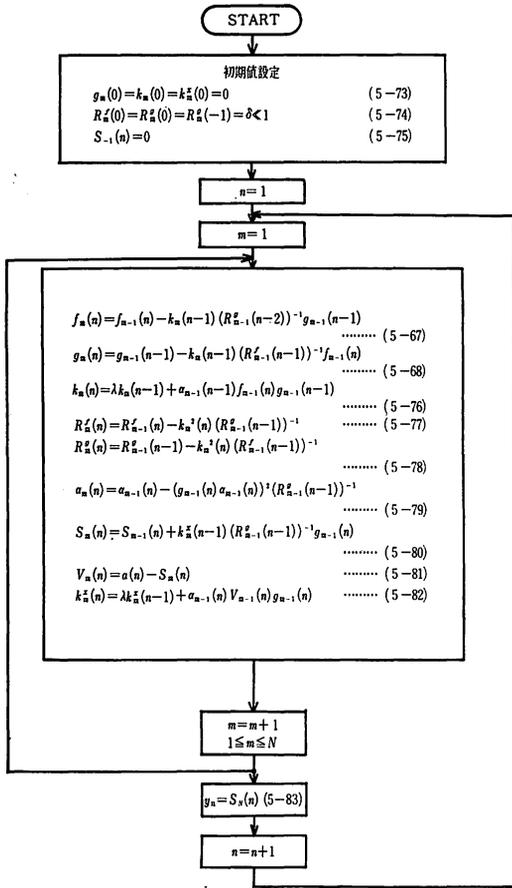
$$E[a_n \mathbf{g}_N(n)] = \mathbf{L}_N(n) \mathbf{b}_N(n) \dots (5-47)$$

となるので、

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_N(n) &= (\mathbf{L}_N^T(n))^{-1} \mathbf{R}_N^{-1}(n) \mathbf{L}_N^{-1}(n) \\ &\quad \cdot \mathbf{L}_N(n) \mathbf{b}_N(n) \\ &= (\mathbf{L}_N^T(n))^{-1} \mathbf{R}_N^{-1}(n) \mathbf{b}_N(n) \dots (5-48) \end{aligned}$$

$$\mathbf{y}_n = \mathbf{G}_N^T(n) \mathbf{g}_N(n) = (\mathbf{R}_N^{-1}(n) \mathbf{b}_N(n))^T \mathbf{x}_N(n) \dots (5-49)$$

となる。



第30図 LS Lattice 型等化器のアルゴリズム

トランスバーサル型等化器の最適タップ利得は

$$C_{opt}(n) = R_N^{-1}(n) \mathbf{b}_N(n) \quad \dots (5-50)$$

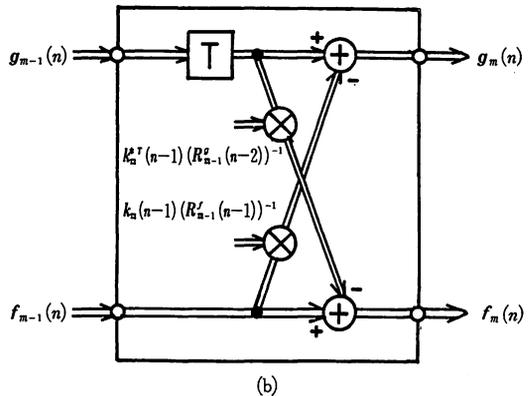
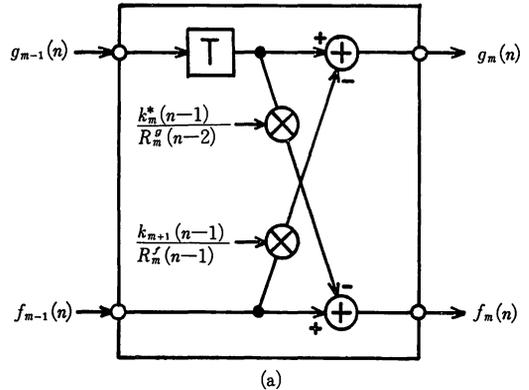
で与えられることから、Lattice 型等化器とトランスバーサル型等化器は全く等価であることがわかる。また、Lattice 型等化器の場合、Lattice フィルタの段数を  $N$  段から  $(N+1)$  段へ変更する場合、 $K_p(1 \leq p \leq N)$  はそのまま、 $K_{N+1}$  のみ新たに決定すればよいというのも一つの特徴である。

5.3 Lattice 型等化器の Gradient アルゴリズム

Lattice 型等化器では、 $K_m(n), G_m(n) (1 \leq m \leq N)$  を決定し、これらを逐次更新する必要がある。このアルゴリズムには、トランスバーサル型等化器同様に、Gradient 法<sup>(60) (64)</sup>、最小分散推定法 (LS 法)<sup>(61) ~ (63)</sup> がある。

ここでは、まず Gradient アルゴリズムについて説明する。

等化器の基本構成は、第28図のとおりである。また基本的なアルゴリズムは、5.2 で説明したものと同一であ



第31図 Lattice 型 DFE の各ステージの構成 (a)  $1 \leq m \leq M$  の場合、(b)  $M+1 \leq m \leq N_1-1$

り、 $K_m(n), G_m(n)$  を逐次計算で求める形となっている。

計算アルゴリズムを第29図に示す。

ここで、(5-60)式の  $\alpha$  は、トランスバーサル型等化器の Gradient 法の  $\alpha$  と同じ意味を持ち、

$$\alpha = 1/[NE[x^2]] \quad \dots (5-66)$$

と選ぶと、収束特性が最適となる。

5.4 Lattice 型等化器の LS アルゴリズム

ここでは、高速 Kalman フィルタと演算回数や収束特性がほぼ同じである、LS 法について説明する<sup>(61) ~ (63)</sup>。

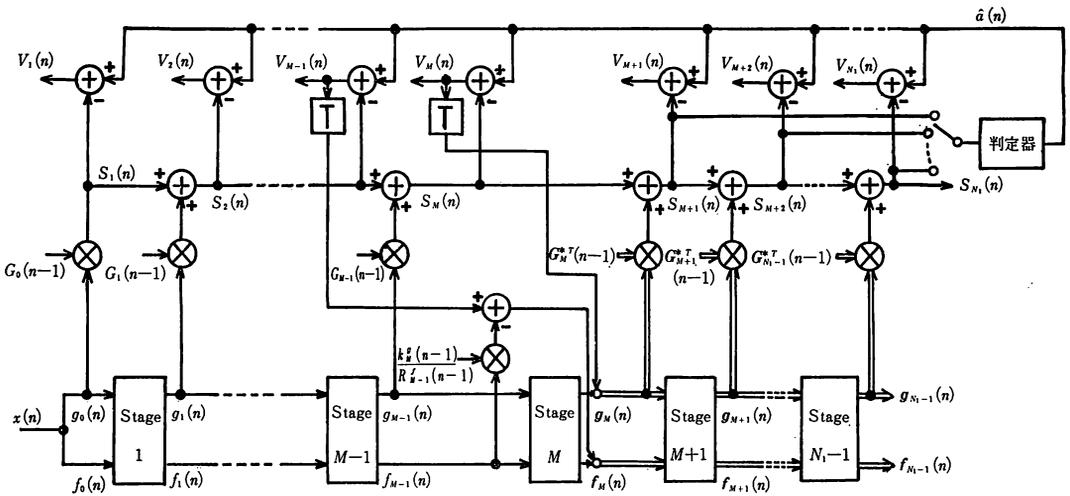
等化器の基本構成は、第28図と同じである。ただし、PACOR 係数は非対称である。

各ステージのアルゴリズムは次のとおりである。

$$f_{m+1}(n) = f_m(n) - k_m(n) \cdot (R_m^g(n-1))^{-1} g_m(n-1) \quad \dots (5-67)$$

$$g_{m+1}(n) = g_m(n-1) - k_m(n) \cdot (R_m^f(n))^{-1} f_m(n) \quad \dots (5-68)$$

また、5.2 で述べたように、等化出力 ( $y$ ) は、



第32図 Lattice 型 DFE の構成

$$S_m(n) = S_{m-1}(n) + G_m(n)g_m(n) \quad \dots\dots(5-69)$$

$$y_n = S_N(n) \quad \dots\dots(5-70)$$

によって、また、推定誤差は、

$$V_m(n) = V_{m-1}(n) - G_m(n)g_m(n) \quad \dots\dots(5-71)$$

によって得られる。ただし、

$$G_m(n) = \frac{k_m^x(n-1)}{R_{m-1}^g(n-1)} \quad \dots\dots(5-72)$$

である。

問題は、 $k_m(n)$ ,  $R_m^f(n)$ ,  $R_m^g(n)$ ,  $G_m(n)$  の求め方となる。このアルゴリズムを第30図に示す。

5.5 帰還判定を有する Lattice 型等化器

ここでは、帰還判定型の非線形 Lattice 型等化器について説明する。ただし、更に一般性をもたすため、各変数が複素数である 2次元等化器について説明する<sup>(64)</sup>。

まず、Lattice フィルタの各ステージの構成を、第31図に示す。

( $N_1-1$ ) 個の全ステージのうち、帰還判定データを含まない ( $M=(N_1-N_2)$ ) 個のステージの構成図が (a)、帰還判定データを含む ( $N_2-1$ ) 個のステージの構成図が (b)である。

また、等化器の全体構成を第32図に示す。ただし、第32図において、 $G_m(n)$ ,  $G_m^*(n)$  は

$$G_m(n) = \frac{k_{m+1}^{x*}(n)}{R_{m+1}^g(n)} \quad \dots\dots(5-84)$$

$$G_m^*(n) = k_{m+1}^{x*T}(n) R_{m+1}^{g-1}(n) \quad \dots\dots(5-85)$$

を示す。

ステージ 1 からステージ M までは、第28図の構成と全く同じであり、 $N_2=1$  とすれば第28図と第32図は同じ構成となる。一方、ステージ M の出力端で、帰還データを

含む変数 ( $V_{M-1}(n)$ ,  $V_M(n)$ ) を加えて、2次元等化器を構成している。

また、計算アルゴリズムを第33図に示す。このアルゴリズムにおいて、 $\alpha_m(t)=1$  とすると Gradient Lattice DFE (Decision Feedback Equalizer) となる。

この等化器におけるタップ利得の収束特性の例として、

$$H(z) = 0.418 + 0.816z^{-1} + 0.408z^{-2} \quad \dots\dots(5-125)$$

なる伝達関数をもつ選択性フェージング回線に適用した結果を第34図に示す。これより、LS Lattice DFE の収束特性が、非常に良いことがわかる。

5.6 Kalman フィルタと Lattice フィルタの比較

これまで、収束特性の良い高速アルゴリズムの例として、Kalman フィルタと LS Lattice フィルタについて説明した。ここで、これらの相違について、少し述べる。

(1) 1回のタップ利得更新に必要な演算量

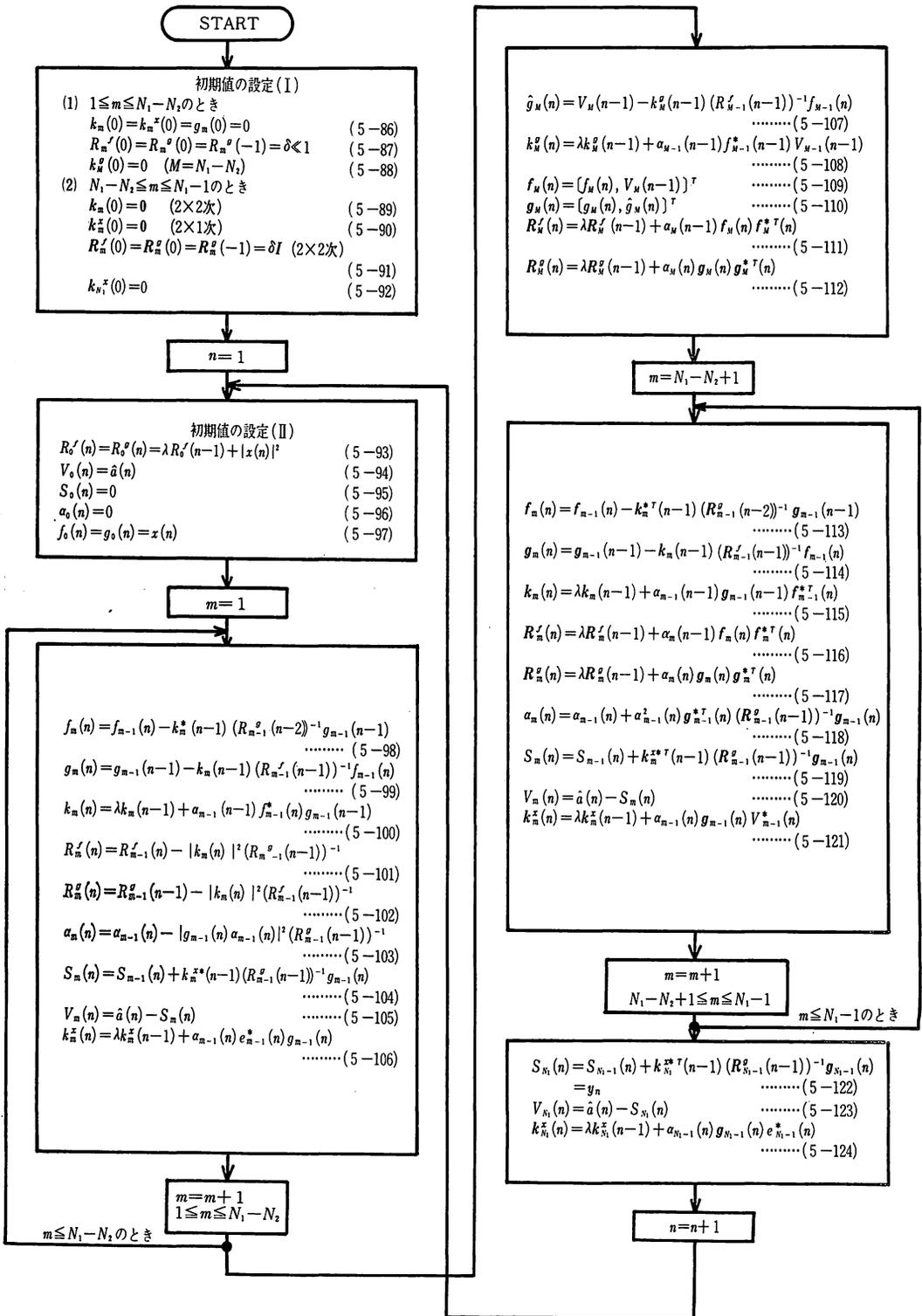
第35図に1回のタップ利得更新に必要な演算回数を示す。ただし、等化器構成は帰還判定型とする。ここで、Kalman フィルタ DFE は、4.で述べた D. Godard の方法、Square Root Kalman フィルタは参考文献(65)を参照されたい。

これより、高速 Kalman フィルタ DFE の方が Lattice DFE より演算回数が少なくてよいことが分かる。

(2) 収束特性

第35図のアルゴリズムのうち、Gradient Lattice DFE を除くと、どれも線形自乗平均推定に基づくアルゴリズムなので、収束特性は同じである。

(3) 演算誤差に対する感度



第33図 Lattice 型 DFE のアルゴリズム

Kalman DFE, Fast Kalman DFE は、演算における丸め誤差に対して敏感である<sup>(66)</sup>。したがってこれらのアルゴリズムを用いる場合には、注意を要する。

Square-root Kalman DFE この欠点を補ったアルゴリズムであり、丸め誤差はあまり気にしなくてよい。

一方 Lattice フィルタは、PACOR 係数の絶対値が 1 未満なら安定性が保証されており<sup>(55)</sup>、この点のみ注意すればよい。

5.7 更に収束特性を向上させるには

以上、線形自乗推定に基づくタップ利得推定アルゴリ

ズムについて述べた。この段階において、もう一つ、収束特性を向上させるパラメータの検討が残されている。それは、(4-109)、(5-76) 式における  $\lambda$  である。

$\lambda$  が小さいと伝送路変動への追従性が向上し、1 に近いと、定常時の特性がよくなる。したがってこれが伝送路特性に応じた最適値をとれば、更に収束特性が向上する。

Lattice フィルタを用いた等化器においてこの考えを適用した例があるので、紹介しておく<sup>(67)</sup>。

まず、 $\lambda$  を時変パラメータ  $\lambda(n)$  とし、

$$J = \frac{\sigma_V^2}{1 - E\{\lambda(n)\}} \quad \dots\dots(5-126)$$

$\sigma_V^2$ : 等化推定誤差  $V_N(n)$  の分散値

とする。ここで、 $E\{\lambda(n)\}$  は、あらかじめ設定する。また、 $V_m(n)$  及び  $R_m^g(n)$  は (5-71) 及び (5-78) 式によって得られるものとする。

$\beta_m(n)$ ,  $\mu_N(n)$  を

$$\beta_m(n) = \beta_{m-1}(n) + g_m^2(n) (R_m^g(n-1))^{-1} \quad \dots\dots(5-127)$$

$$0 \leq m \leq N \quad \dots\dots(5-128)$$

$$\beta_{-1}(n) = 0 \quad \dots\dots(5-129)$$

$$\mu_N(n) = 1 - \beta_N(n) - V_N^2(n) / J \quad \dots\dots(5-130)$$

とすると、 $\lambda(n)$  は

$$\lambda(n) = \{\mu_N(n) + \sqrt{\mu_N^2(n) + 4\beta_N(n)}\} / 2 \quad \dots\dots(5-131)$$

によって得られる。

第36図は LS Lattice 型等化器において  $t=1000T$  において伝送路のインパルス応答をステップ状に変化させたとき、 $\lambda$  が固定の場合と可変の場合の収束特性の違いを示したものである。

ただし、

$$G_m(n) = \frac{k_m^x(n-1)}{R_m(n-1)} \quad \dots\dots(5-132)$$

である。

(a)は、伝送路変動に対して  $G_1(n)$  がどのように変化するかを示したもので、

(1) は  $\lambda(n)$  が可変 ( $J=10$ )

(2) は  $\lambda(n)=0.98$  (固定)

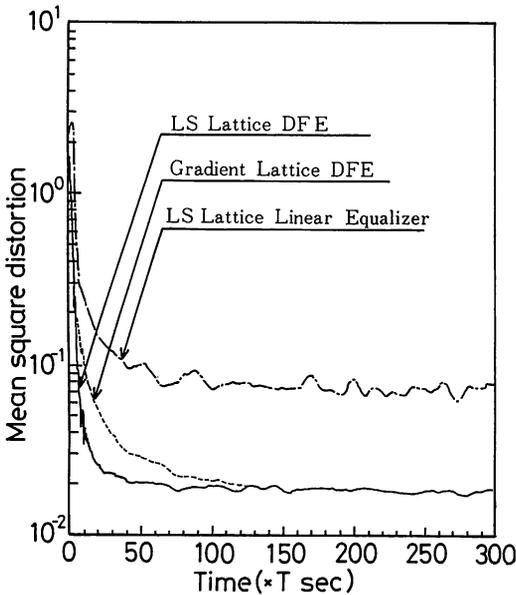
の場合である。

(b) は (1) 及び (2) の場合に、10 シンボル当り誤りの個数の変化を、(c) は  $G_m'(n)$  を  $G_m(n)$  の理論値とし、

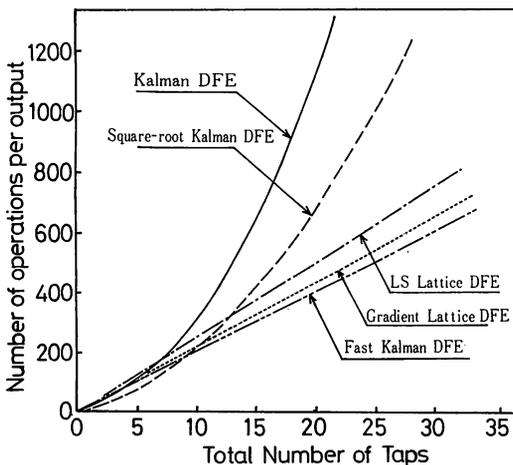
$$E_G(n) = \left[ \sum_{m=0}^N \{G_m(n) - G_m'(n)\} \right]^2 \quad \dots\dots(5-133)$$

と定義した場合、 $E_G(n)$  の変化を示したものである。

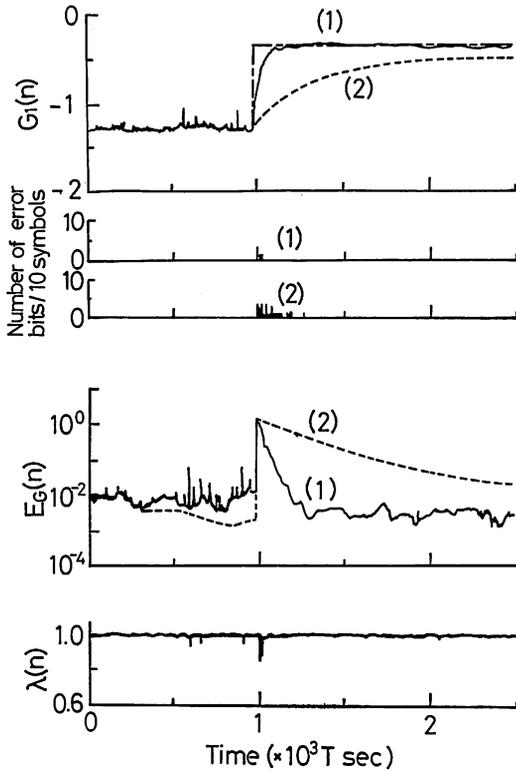
これより、(1)の場合伝送路変動に対する追従性が大きく向上していることがわかる。



第34図 (5-125) 式の伝達関数をもつ選択性フェージング回線における各アルゴリズムの収束特性



第35図 各アルゴリズムにおける、1回のタップ利得更新に必要な演算回数



第36図 LS Lattice 型等化器において伝送路特性を急変させた場合の (a)  $G_1(n)$  の変化, (b) 10シンボル当りの誤り率, (c)  $E_a(n)$  の変化及び (d)  $\lambda(n)$  の変化

また(d)は  $\lambda(n)$  の変化を示したものであり、伝送路変動が大きい点では小さな値を、伝送路変動がほとんどない点では1に近い値をとることが分かる。

6. 等化器の応用

等化器は、伝送路歪を軽減し、デジタル通信における誤り率特性を改善するため、その適用分野が、かなり広い。また、その技術は、5.までで述べた適応制御の高速化、ハードウェアの発展に伴って更に発展するものと思われる。

そこで、ここでは、等化器の具体的な使用例として、各種変調方式への適用方法、マルチパスフェージングキャンセラ及び干渉信号キャンセラとしての適用方法などについて紹介する。

6.1 各種変調方式への等化器の適用法

6.1.1 変調方式の種類

デジタル通信に用いられる変調方式を、ベースバンド信号の次元及びサンプル点の位置より、次の三つのグループに分けることができる。

- (1) ベースバンド信号が I-channel (同相チャンネル) のみの変調方式

例えば

- MASK (Multiple Amplitude Shift Keying)
- BPSK (Binary Phase Shift Keying)

- (2) ベースバンド信号は、I-channel 及び Q-channel (直交チャンネル) に含まれており、両チャンネルのサンプル点が一一致しているもの

例えば

- MPSK (Multiple Phase Shift Keying)
- QAM (Quadrature Amplitude Modulation)

- (3) ベースバンド信号は、I-channel 及び Q-channel (直交チャンネル) に含まれており、両チャンネルのサンプル点が  $T/2$  ずれているもの

例えば

- OQPSK (Offset Quadrature Phase Shift Keying)
- MSK (Minimum Shift Keying)
- GMSK (Gaussian filtered Minimum Shift Keying)

ただし、Digital FM 等の FM 変調方式は、伝送路歪とベースバンド信号歪が線形関係でないので、ここでは除外してある。

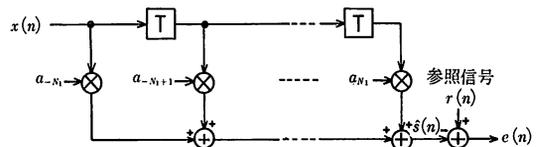
以下に、これらのグループの等化器構成について述べる。

6.1.2 第一グループの等化器の構成

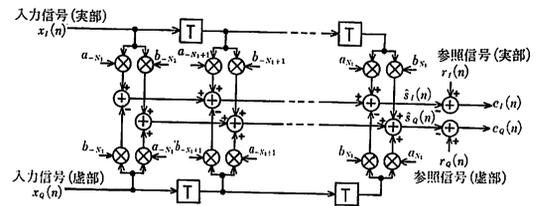
このグループのベースバンド信号は I-channel のみなので、構成は、第37図のようになる。ただし、タップ利得制御部は除き、トランスバーサルフィルタ部のみ示してある。また、 $T$  は、1 シンボル長である。

6.1.3 第二グループの等化器の構成

このグループのベースバンド信号は、I-channel と Q-



第37図 第一グループの等化器の構成



第38図 第二グループの等化器の構成

channel に含まれており、構成は、第38図のようになる。

タップ利得更新は、 $t=nT$  における I-channel の推定誤差 ( $e_{In}$ ) 及び Q-channel の推定誤差 ( $e_{Qn}$ ) から複素推定誤差 ( $e_n = e_{In} + je_{Qn}$ ) を得、この絶対値の自乗平均値が最小になるようにタップ利得を制御する。

6.1.4 第三グループの等化器の構成<sup>(68), (69)</sup>

このグループのベースバンド信号は、I-channel と Q-channel サンプル点が  $T/2$  ずれているので、構成は、第39図のようになる。

タップ利得更新は、 $t=nT$  においては I-channel の推定誤差 ( $e_{In}$ )、 $t=nT+T/2$  においては Q-channel の推定誤差 ( $e_{Qn}$ ) を推定誤差とし、 $t=nT$  においては  $E[e_{In}^2]$  が、 $t=nT+T/2$  においては  $E[e_{Qn}^2]$  が最小になるようにタップ利得を制御する。

6.1.5 その他の注意

以上の三つのタイプによって、多くの変調方式に対する等化器を構成することができる。ここで、多値変調方式の場合は、多値数に応じて、参照信号の与え方を決定する。また、収束速度条件等を考慮してタップ利得更新アルゴリズムを決定すればよい。さらに、第37図～第39図では、トランスバーサル型フィルタによる等化器の構成を示したが、Lattice 型フィルタによっても同様の等化器を構成することができる。

6.2 マルチパス (多重通路) フェージングキャンセラとしての等化器

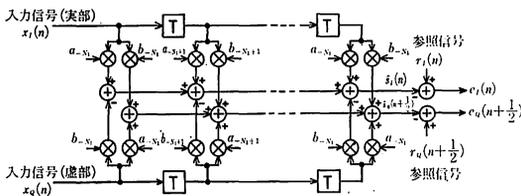
地上の無線回線、特に陸上移動通信においては、送信点から受信点に至る電波の通路 (パス) がいくつかあり、受信波はこれらの合成波となる。この場合、各々の波は、地形、地物の影響によって、減衰及び遅延を受ける。したがって、伝送路のインパルス応答は、次のようになる。

$$h(t) = \delta(t) + \sum_{k=1}^m \alpha_k(t) \delta(t - \tau_k(t)) \quad \dots\dots(6-1)$$

ただし

$\alpha_k(t)$  : 時刻  $t$  における  $k$  番目の遅延波の規格化された振幅

$\tau_k(t)$  : 時刻  $t$  における  $k$  番目の遅延波の遅延時間



第39図 第三グループの等化器の構成

$m$  : 遅延波の数

である。また、(6-1) 式をフーリエ変換すると伝送路の周波数特性は次式のようになる。

$$H(f, t) = 1 + \sum_{k=1}^m \alpha_k(t) \exp(j\omega\tau) \quad \dots\dots(6-2)$$

となる。第40図に、

$$m=1 \quad \dots\dots(6-3)$$

$$\alpha_1(t) = 0.5 \text{ (時不変)} \quad \dots\dots(6-4)$$

$$\tau_1(t) = 4\mu\text{s} \text{ (時不変)} \quad \dots\dots(6-5)$$

である場合の周波数特性を示す。これより、マルチパスの影響によって周波数特性にノッチができることがわかる。また、遅延波の数、 $\alpha_k(t)$ 、 $\tau_k(t)$  の変動により、ノッチの数、ノッチの深さ、ノッチの位置が変化することになる。このように、マルチパスによって信号が変動するフェージングを、マルチパスフェージング、又は、時間とともに周波数特性の一部を変化させるという意味で、選択性フェージングという。

このような伝送路においてデジタル通信を行う場合、遅延時間が1ビット長に比べて十分小さい時 (周波数特性の一樣な範囲に信号スペクトルが存在するとき) には、誤り率特性はあまり劣化しない。しかし、遅延時間が、1ビット長と同程度以上 (周波数特性が一樣でない部分にも信号スペクトルが存在するとき) となると、誤り率特性は大きく劣化し、対策が必要となる。

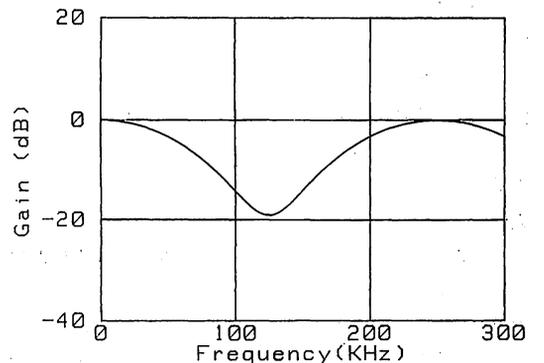
この対策の一つに、等化器がある<sup>(70), (71)</sup>。すなわち、マルチパスの影響は、一種の符号間干渉であるので、それを打ち消すように等化器のタップを制御すればよい。

第41図に、マルチパスフェージングキャンセラとしての等化器の構成の例を示す<sup>(70)</sup>。

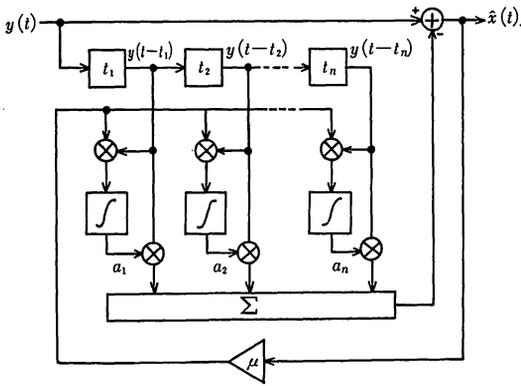
変調方式は、Binary ASK、タップ利得更新アルゴリズムは、Gradient 法、遅延間隔は、

$$t_1 = T \text{ (} T \text{ は 1 ビット長)}$$

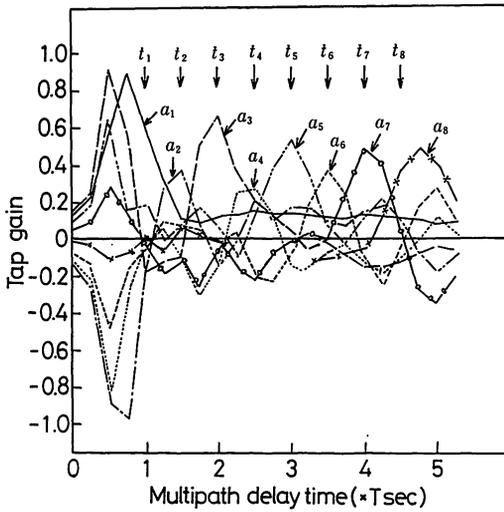
$$t_2 = t_3 = \dots = t_8 = T/2 \quad \dots\dots(6-6)$$



第40図 遅延波が1波ある場合の等化器の周波数特性



第41図 マルチパスフェージングキャンセラとしての等化器の構成例

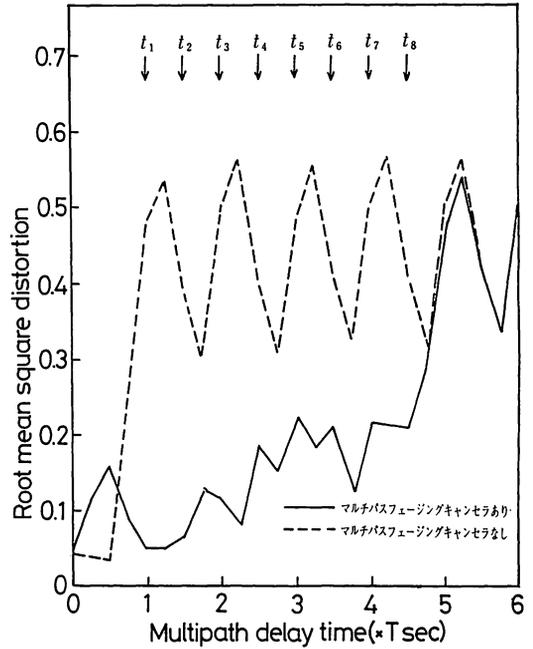


第42図 第41図の等化器において遅延波の遅延時間を変化させた場合の各タップ利得の最適値の変化

と設定してある。

また、伝送路特性は、第40図と同じものとし、遅延時間のみに可変とする。このとき、遅延時間を変化させたとき、最適設定時の各タップ利得 ( $a_1 \sim a_8$ ) の変化を示したものが、第42図である。横軸は、遅延時間、縦軸は、各タップ利得である。入力シンボルに対して、遅延時間に等しい遅延を有するシンボルのあるタップ利得が、最大になっていることがわかる。

一方、遅延時間を変化させたとき、サンプル点における自乗平均歪の変化を示したものが、第43図である。実線は、等化器を通したときの自乗平均歪、破線は、等化器を通さないときの自乗平均歪である。等化器を通さないときは、自乗平均歪が、0.3~0.55となっており、ま



第43図 第41図の等化器において遅延波の遅延時間の変化させた場合の信号対自乗平均歪比

た遅延時間の変化に対して、周期的に変動している。それに対して、等化器を通した場合、遅延時間が、等化器の最大遅延タップの遅延時間以内のとき、自乗平均歪は0.05~0.2と、かなり改善されていることがわかる。

また、等化器を用いることにより、復調波形がどのように改善されるかを示したのが、第44図である。

(a)は遅延波がない場合の等化器の入力波形と出力波形である。それに対して(b)は、遅延波の遅延時間が  $1.2T$  の場合の等化器の入力及び出力波形、(c)は遅延時間が  $2.5T$  の場合の同様の波形である。

このように、等化によって、遅延波の影響が除かれており、有効であることがわかる。また、ここでは、遅延波が一つの場合のみを考えたが、遅延波が多い場合には、タップ数、タップ間隔等を適当に選べば同様の効果が得られる。

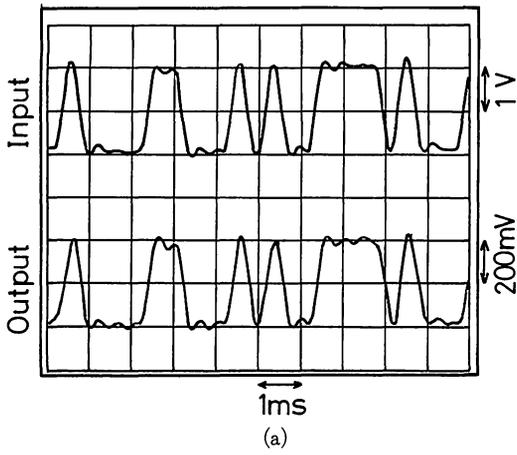
以上の例では、伝送路は時不変としたが、一般には、直接波、遅延波ともフェージングを受けている折、レイリーフェージングと選択性フェージングが重畳された伝送路である場合が多い。

そのような場合でも等化器が有効であることが報告されているので、次に、その例を示す<sup>(63)</sup>。

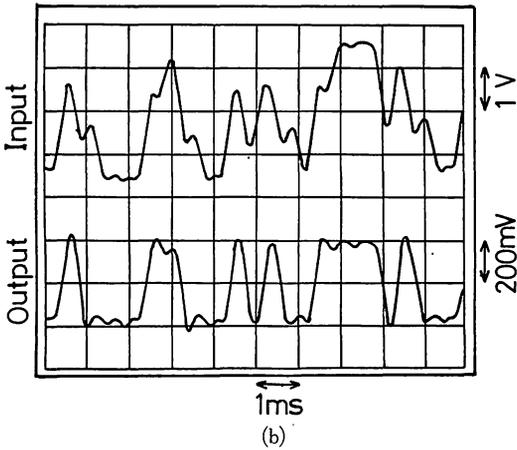
伝送路の伝達関数を

$$H(z) = a_1(t) + a_2(t)z^{-1} + a_3(t)z^{-2} \dots \dots (6-7)$$

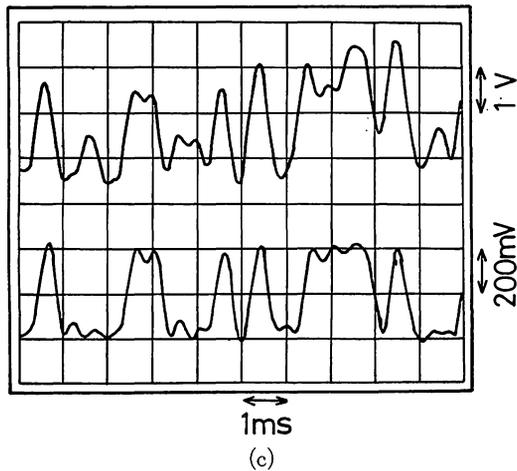
とする。ただし、 $\{a_i(t)\}$  ( $i=1, 2, 3$ ) は、独立な、白



(a)

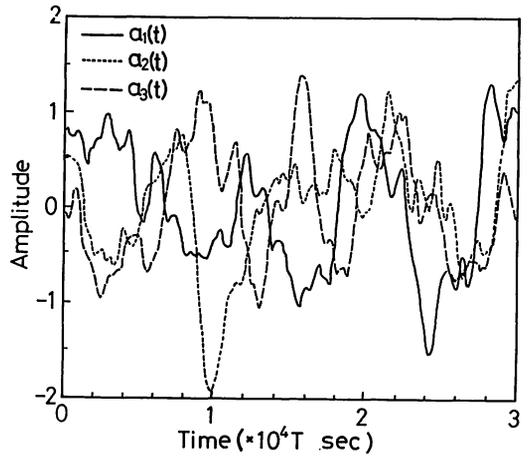


(b)

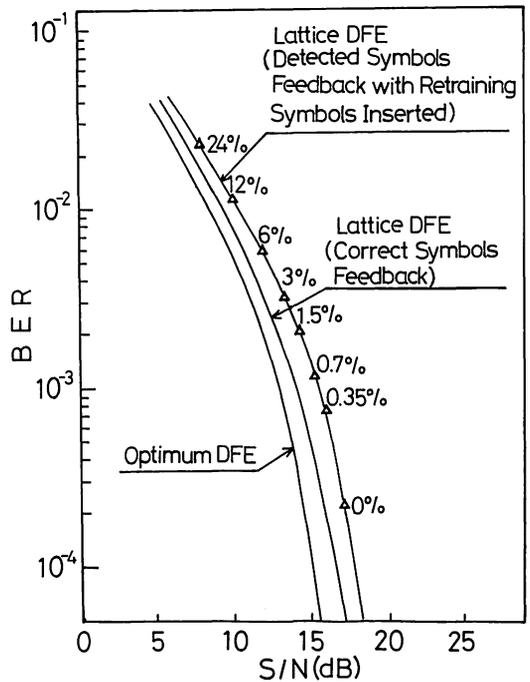


(c)

第44図 第41図の等化器の入出力波形  
(a) 遅延波がない場合、(b)  $\tau=1.2T$  の場合及び (c)  $\tau=2.5T$  の場合



第45図 (6-7) 式の  $a_1(t)$ ,  $a_2(t)$  及び  $a_3(t)$  の変動の例



第46図 第45図の伝送路において第32図の等化器を用いた場合の誤り率特性

色ガウス過程である。{ $a_i(t)$ } の変動の例を第45図に示す。ここで、{ $a_i(t)$ } は、白色雑音を、遮断周波数 0.5 Hz のバターワース型ローパスフィルタに通すことにより得ている。

このとき、等化器を通した場合の誤り率特性を、第46図に示す。等化器の構成は、第32図のものを用いた。

第46図で、帰還するデータに誤りがないと仮定した場合と、判定出力を帰還している場合、及び最適の場合の三つについて比較してある。判定出力をそのままフィードバックすることによる劣化は、1~2 dB である。また、判定出力をフィードバックする場合には、瞬時の S/N が 3 dB 以下の区間で、判定出力の代りに、トレーニング信号を送ったと仮定しており、グラフの右に書かれている数字は、トレーニング信号を何パーセント送ったかを示している。この方法は、実際的ではないので、実際の通信においては、トレーニング信号とデータを交互に送ることになる。

これまで説明したことから、等化器がマルチパスフェージングキャンセラとして効果の大きいことが分かった。更にもう一つ、レイリーフェージングと選択性フェージングが重畳している回線に等化器を用いることにより、ダイバーシチ利得が得られるという効果がある。その理由は、次のとおりである。

例えば、(6-7) 式で示される伝送路を考える。このとき各パスは、第45図に示されるような変動をする。よって、三つのパスのうち最も振幅の大きいものは時間と共に変化する。このような信号を等化すると、各タップ利得は、最も振幅の大きいものに大きい重みをつけて合成するので、ダイバーシチ合成と同じ効果が得られる。

この効果は、瞬時の信号対自乗平均歪比の累積分布を調べることによってわかる<sup>17)</sup>。次にこの例を示す。

等化器は、タップ間隔  $T/2$  のトランスバーサル型のものを用い、伝送路の変動は遅いものとする。まず、伝送路の周波数特性を

$$H(f) = a[1 - b \cdot \exp(-j2\pi f\tau)] \quad \dots\dots(6-8)$$

$$-w/2 \leq F \leq w/2 \quad \dots\dots(6-9)$$

とする。ただし、受信信号の帯域幅を  $w$  とする。また、 $a, b$  は確率変数であり、

$$A = -20 \log_{10}(a) \quad \dots\dots(6-10)$$

$$B = -20 \log_{10}(1 - |b|) \quad \dots\dots(6-11)$$

$$\phi = \text{Arg}(b) \quad \dots\dots(6-12)$$

とすると、各変数は、次の確率密度関数に従ってランダムに変化する。

$$p_a(A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_A} \exp\left(-\frac{(A-\bar{A})^2}{2\sigma_A^2}\right) \quad \dots\dots(6-13)$$

$$p_b(B) = \frac{1}{3.8} \exp\left(-\frac{B}{3.8}\right); B \geq 0 \quad \dots\dots(6-14)$$

$$p_\phi(\phi) = \begin{cases} 5/6\pi & |\phi| < \pi/2 \\ 1/6\pi & \pi/2 \leq |\phi| < \pi \end{cases} \quad \dots\dots(6-15)$$

ただし  $\bar{A}$  と  $B$  の間には次の関係があるとする。

$$\bar{A} = 24.6(500 + B^4)/(800 + B^4) \quad \dots\dots(6-16)$$

また、上記の (6-13)~(6-16) 式は実験的に求められたものである。

この場合、受信信号電力の変動は、 $a$  の変動に相当し、対数正規分布に従っている。また、 $B$  は、伝送路周波数特性におけるノッチの深さの dB 値に相当しており、落込みの深いノッチほど出現確率が指数関数的に減少していることを示している。次に、瞬時の信号対自乗平均歪比  $\rho$  を

$$\rho = \frac{P_s}{P_i + P_n} \quad \dots\dots(6-17)$$

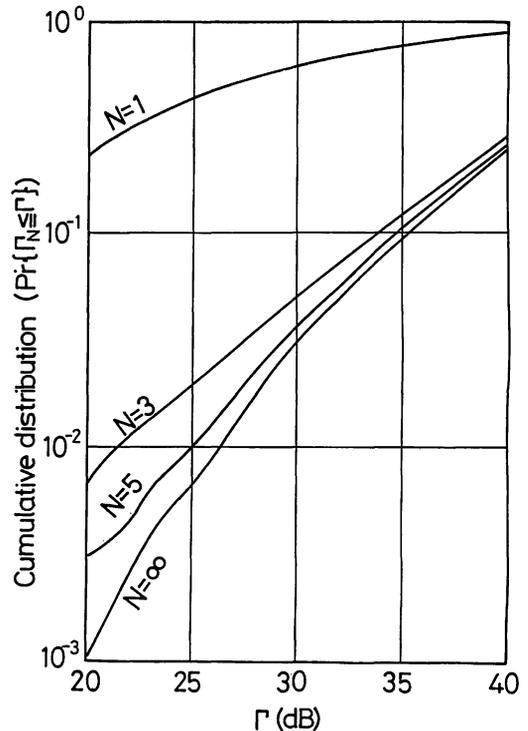
$P_s$ : 希望する信号電力

$P_i$ : 歪成分の電力

$P_n$ : 雑音電力

とすると、 $M$  値 QAM の場合

$$\rho = \left(\frac{3}{M-1}\right) \Gamma_N \quad \dots\dots(6-18)$$



第47図 等化器出力の瞬時の信号対自乗平均歪比の累積分布

である。 $\Gamma_N$  は信号対雑音比, 同期回路特性, 等化器構成等で決定されるファクタである<sup>(72)</sup>.

ここで, 瞬時の信号対自乗平均歪比は  $\Gamma_N$  に比例するので, この  $\Gamma_N$  の累積分布を求めたものが, 第47図である. ただし, シンボルレートは, 30 Mboud である. また等化器の前に固定のロールオフフィルタ (ロールオフ率 0.5) が入っている.

これより, 等化器には, 一種のダイバーシチ効果があり, タップ数が5以上で大きな改善効果があることが分かる. また, 2. で, タップ間隔がナイキスト間隔以下の場合, サンプリングクロックのジッタに対して強くなることを述べたが, この場合も, その効果が確認されている<sup>(72)</sup>.

このほか, 帰還判定型等化器では, さらに特性が改善されるという報告もある<sup>(63)</sup>が, 詳細は, 参考文献を参照されたい.

以上, 等化器をマルチパスフェージング下に適用した場合の効果について述べた. その結果, 次のことがいえる.

- (1) レイリーフェージングと選択性フェージングが重畳している回線において, 等化器は遅延歪の除去に大きな効果がある.
- (2) (1)と同じ回線においては, 等化器を用いることにより, 一種のダイバーシチ効果が得られる.

ただし, これらはすべて HF 回線のように伝送路特性の変化が遅い回線において検討されたものである. したがって等化器を陸上移動通信に適用する際には, 4. 及び 5. で述べた高速アルゴリズムを用いる必要があり, どのようにハードウェア化するかが重要となる.

6.3 干渉波キャンセラとしての等化器

等化器は, 一種のフィルタであるので, 干渉波が存在する場合には, サンプル点における D/U 比 (Desire to Undesire Ratio) を最大にするという意味で最適フィルタとなる. ここで考える干渉としては, 次のようなものがある.

- (1) 同一チャネル干渉
  - (2) 隣接チャネル干渉
- また, それぞれ, 変調方式, ビットレート等によって干渉の影響が違って来る. したがって, 等化器の構成パラメータは, 次のことを考慮して決定される.

- (1) タップ間隔  
受信信号の中心周波数と帯域
- (2) タップ数  
受信信号の符号間干渉量あるいは, 伝送路のマルチパスの最大遅延量
- (3) アルゴリズム

伝送路の変動速度, あるいは, 許容されるハードウェア規模

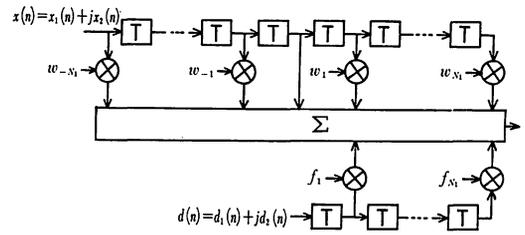
しかし, 現在まで, これらに関する報告は, QPSK, あるいはスペクトル拡散における CW 波の同一チャネル干渉時の特性<sup>(73), (74), (29)</sup>についてなされた程度であり, ほとんどが今後の課題である.

したがってここでは, これまで報告されている中から, CW 波干渉時の特性について<sup>(72)</sup>説明する.

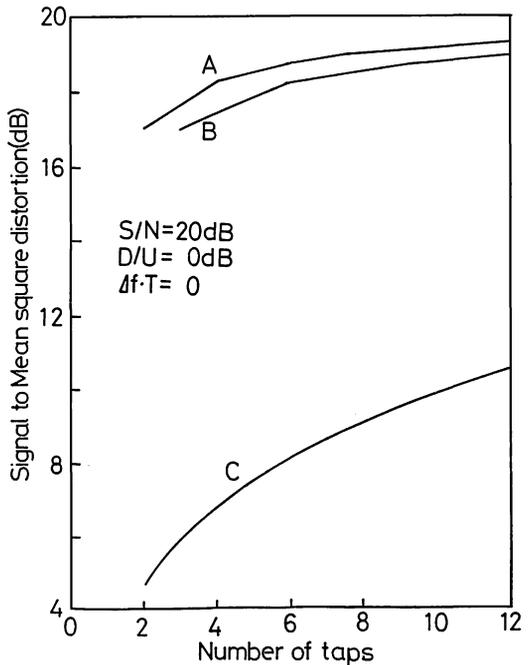
等化器の構成は, 第48図に示されるように, 複素トランスバーサル帰還判定型である. ただし,

$$\text{等化器入力データ: } x(n) = x_1(n) + jx_2(n) \quad \dots\dots(6-19)$$

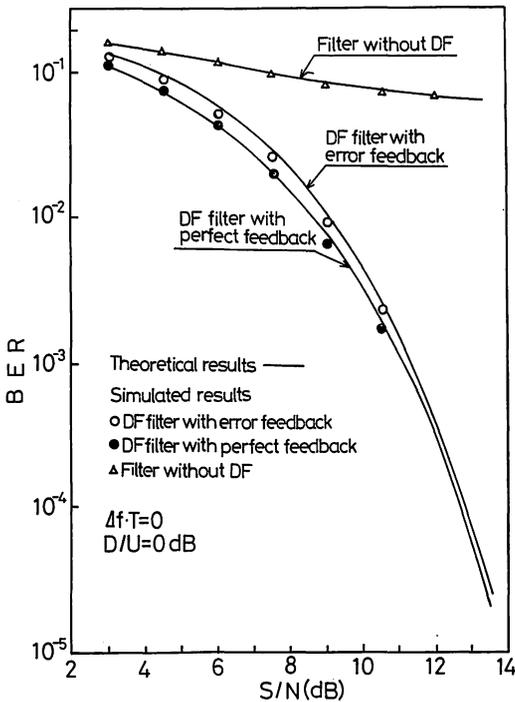
$$\text{帰還判定入力データ: } d(n) = d_1(n) + jd_2(n)$$



第48図 CW 波干渉波除去用等化器の構成



第49図 タップ数に対する等化出力の信号対自乗平均歪比  
 A: 帰還判定付片側トランスバーサルフィルタ型  
 B: 帰還判定付両側トランスバーサルフィルタ型  
 C: 帰還判定なし両側トランスバーサルフィルタ型



第50図 等化器を用いて CW 波を除去した場合の誤り率特性

……(6-20)

等化器入力用タップ利得:  $w_i$  ( $-N_1 \leq i \leq N_1$ )

帰還データ用タップ利得:  $f_j$  ( $1 \leq j \leq N_1$ )

等化器出力:  $y(n)$

タップ間隔:  $T$

である。また、CW 波の周波数は希望波の中心周波数に等しく、 $D/U=0$  dB とする。ただし  $D/U$  は、信号と干渉波の電力比である。このとき、タップ数に対する等化後の信号対自乗平均歪比を示したものが、第49図である。Aは、片側 (Feedback タップのみ) 帰還判定型、Bは、両側 (Feedback タップと Feedforward タップあり) 帰還判定型、Cは、帰還判定のない両側トランスバーサルフィルタの特性を示す。これより、帰還判定型にしたとき、干渉が大きく除去され、かつ、片側トランスバーサルフィルタの方が両側トランスバーサルフィルタより性能が良くなっている。この理由は次のように考えられる。

まず、帰還判定を付加することにより、トランスバーサルフィルタでは主に干渉波を除去し、帰還判定部では主に符号間干渉を除去することになる<sup>(29)</sup>。したがって、二つの歪を独立に処理できるため、性能が良くなる。

また、CW 波は、周期関数なので、センタータップを

中心として、未来も過去もほとんど同じ情報を持つことになる。したがって両側トランスバーサルフィルタの利点なくなり、片側トランスバーサルフィルタの方が性能が良くなる。

次に、誤り率特性における等化器の効果を、第50図に示す。タップ数は3である。ここで、帰還判定型フィルタを用いる場合、error feedback というのは、判定時に誤りが発生してもそのまま帰還判定入力データとして用いる場合で、等化器の実際の動作に相当する。また、perfect feedback とは、帰還データには誤りがないと仮定した場合に相当する。したがって、両者の特性の差が、帰還データの誤り伝搬の影響となる。この影響は、 $S/N$  が低いところで 1 dB 程度、 $S/N$  が高いところではほとんどないことがわかる。

#### 6.4 その他の応用技術

ベースバンド等化器を用いる場合、復調器の位相同期回路によって位相歪が完全に補償され、等化器へは位相歪がない状態で入力されることが望ましい。しかし、受信波形の位相が大きくはずれている場合には、位相同期回路だけでは位相歪を完全に補償することができない。そこで、位相同期回路と等化器を組合せた技術が、いろいろ報告されている<sup>(75)~(78)</sup>。

また、帰還判定等化器では、帰還データの誤り率が大きいと誤り伝搬効果によって理想的な場合より特性が劣化してくる。そこで、誤り訂正符号を用いて帰還データに誤りを少なくする技術が報告されている<sup>(79)</sup>。

以上の詳細については、参考文献を参照されたい。また、等化器の開発が進むと、このような複合技術は、ますます多くなるであろう。

## 7. ま と め

以上、広帯域デジタル陸上移動通信に適用することを前提に、等化器の基礎、アルゴリズム、応用例について説明してきた。

等化器を適用する際、次の点を考慮しなくてはならない。

- (1) 変復調方式の特性
- (2) 伝送路の特性
- (3) ハードウェア規模
- (4) 等化器の精度

すなわち、(1)によって、等化器の次元、参照信号、タップ数、タップ間隔及び、6.1において述べた等化器の構成が、(2)によってシステム全体のモデル及びタップ利得更新アルゴリズムに必要なとされる収束特性が決定される。また、(2)の結果及び(3)、(4)により、最終的にアルゴリズムが決定される。

等化技術は、広帯域デジタル陸上移動通信におけるレイリー、あるいは選択性フェージング対策として非常に有効であると考えられる。その際、最大の問題は装置実現の可能性である。等化器においては、アルゴリズムはある程度成熟しているがハードウェア化がこれに追い付いていなかったというのが現状である。一方、最近 DSP (Digital Signal Processor)<sup>(80)~(83)</sup>が開発され、デジタル信号処理の積極的な適用が検討され、ようやくハードウェア化における問題点等議論ができるようになってきた。広帯域通信においては、ビットレートが 100 k~1 Mbps と速いため、演算の高速化が更に要求される。したがって、すべてにデジタル信号処理を適用することは不可能であるが、等化器の一部例えば、タップ利得調整部にデジタル信号処理を適用することは可能と考えられる。

さらに、等化器は、一種のフィルタであるので、サンプル点において信号対自乗平均歪比が最大となるようにタップ利得を調整することにより、最適受信フィルタを構成することができると考えられる。しかし、この点について、これまであまり検討されておらず、今後その設計法等検討する必要がある。

終わりに、御討論いただいた五十嵐通信技術部長、横山情報通信研究室長、笹岡室長をはじめとする通信方式研究室各位に感謝します。

### 参 考 文 献

- (1) Murota, K. and Hirade, K.; "GMSK Modulation for Mobile Radio Telephony", IEEE Trans. Commun., **COM-29**, pp. 1044-1050, July 1981.
- (2) 生越, 室田; "差動符号化 GMSK 2 bit 遅延検波方式", 信学論, **J64-B**, 4, pp. 248-254, 1981, 4月.
- (3) 三木俊雄; "GMSK 周波数検波の実験的検討", 信学技報, CS82-89.
- (4) De Jager, F. and Deckker, C. B.; "Tamed Frequency Modulation, A Novel Method to achieve Spectrum Economy in Digital Transmission", IEEE Trans. Commun., **COM-26**, 5, pp. 534-542, May 1978.
- (5) 赤岩, 高瀬, 生駒, 三枝; "狭帯域デジタル通信 FM 変復調方式", 信学技報, CS79-132.
- (6) 本間, 村田, 瀧沢; "PLL を用いたデジタル移動無線方式の検討", 信学技報, CS79-134.
- (7) 竹内, 得井, 池上, 吉田; "可変指向性アンテナによるフェージング改善効果", 信学技報, AP77-105.
- (8) 三木, 生越, 大谷, 泰; "陸上移動無線におけるデジタル信号伝送実験結果", 信学技報, CS83-5.
- (9) 並木淳治; "デジタルマイクロ波通信における FM 干渉波除去方式", 信学論, **J64-B**, 6, pp. 505-512, 1981, 6月.
- (10) Kaitsuka, T. and Inoue, T.; "Interference Cancellation System for Satellite Communication Earth Station", IEEE Trans. Commun., **COM-32**, 7, pp. 796-803, July 1984.
- (11) 瀬川, 中川; "2相 PSK 同期受信における干渉波除去方式", 信学論, **J67-B**, 10, pp. 1111-1118, 1984, 10月.
- (12) 三瓶, 横山; "2相 PSK における隣接干渉波除去方式", 信学技報, CS85-26.
- (13) MacDonald, V. H.; "The Cellular Concept", Bell Syst. Tech. J., **58**, 1, pp. 15-41, Jan. 1979.
- (14) 大谷浩一; "移動伝搬路のバースト誤りに対するインタリーブ効果", 昭和58信学総全大, S11-5.
- (15) 神尾, 久保田; "デジタル陸上移動通信におけるインタリーブを組合せた誤り訂正能力の改善", 信学論, **J68-B**, 6, pp. 761-762, 1985, 6月.
- (16) Sampei, S. and Kamio, Y.; "Performance of FEC with Interleaving in Digital Land Mobile Communications", Trans. IECE Japan, **E68**, 10, pp. 651-652, Oct. 1985.
- (17) 原島 博; "デジタル信号処理", 電子通信学会, pp. 231-233, 1975.
- (18) Lucky, R. W.; "Automatic Equalization for Digital Communication" Bell Syst. Tech. J., **44**, 4, pp. 547-587, April 1965.
- (19) Lucky, R. W.; "Techniques for Adaptive Equalization of Digital Communication Systems", Bell Syst. Tech. J., **45**, 2, pp. 255-286, Feb. 1966.
- (20) Lender, A.; "Decision Directed Digital Adaptive Equalization Techniques for High Speed Data Transmission", IEEE Trans. Commun., **COM-18**, 5, pp. 625-632, Oct. 1970.
- (21) Ungerboeck, G.; "Theory on the Speed of Convergence in Adaptive Equalizers for Digital Communications", IBM J. Res. Develop. **16**, 6, pp. 546-555, Nov. 1972.
- (22) Messerschmitt, D. G.; "A Geometric Theory of Intersymbol Interference Part I: Zero-Forcing and Decision-Feedback Equalization", Bell Syst. Tech. J., **52**, 9, pp. 1483-1519,

Nov. 1973.

- (23) 桜井, 村上; “ゼロフォーシング自動等化器におけるタップ利得変動の解析”, 信学論, **J67-A**, 1, pp. 60-67, 1984, 1月.
- (24) Lucky, R. W. and Rudin, H. R.; “An Automatic Equalizer for General-Purpose Communication Channels”, Bell Syst. Tech. J., **46**, 9, pp. 2179-2209, Nov. 1967.
- (25) Hirsch, D. and Wolf, W. J.; “A Symple Adaptive Equalizer for Efficient Data Transmission” IEEE Trans. Commun., **COM-18**, 1, pp. 5-12, Feb. 1970.
- (26) 猪瀬, 宮川(編); “PCM 通信の進歩”, 産報, pp. 156-157, 1974.
- (27) Mosen, P.; “Adaptive Equalization of the Slow Fading Channel”, IEEE Trans. Commun., **COM-22**, 8, pp.1064-1075, Aug. 1974.
- (28) Salz, J.; “Optimum Mean Square Decision Feedback Equalization”, Bell Syst. Tech. J., **52**, 8, pp. 1341-1373, Oct. 1973.
- (29) Li, L. M. and Milstein, L. B.; “Rejection of CW Interference in QPSK Systems Using Decision-Feedback Filters”, IEEE Trans. Commun., **COM-31**, 4, Apr. 1983.
- (30) Gitlin, R. D., Ho, E. Y., and Mazo, J. E.; “Passband Equalization of Differentially Phase Modulated Data Signals”, Bell Syst. Tech. J., **52**, 2, pp. 219-238, Feb. 1973.
- (31) Walzman, T. and Schwartz, M.; “Automatic Equalization Using the Discrete Frequency Domain”, IEEE Trans. Inform. Theory, **IT-19**, 1, pp. 59-68, Jan. 1973.
- (32) Bitmead, R. R. and Anderson, B. O.; “Adaptive Frequency Sampling Filters”, IEEE Trans. Circuits Syst., **CAS-28**, 6, pp. 524-533, June 1981.
- (33) 藤井, 原島, 宮川; “周波数サンプリングフィルタを用いた伝送路等化器”, 信学論, **J65-B**, 9, pp. 1172-1179, Feb. 1982.
- (34) 藤井, 原島, 宮川; “周波数サンプリング型自動等化器へのダブルサンプリング方式の適用”, 信学技報, **CS81-39**.
- (35) 藤井, 原島, 宮川; “スライディング離散フーリエ変換およびスライディングアダマール変換回路の構成法”, 信学論, **J64-A**, 12, pp. 970-977, 1981, 12月.
- (36) 藤井, 原島, 宮川; “最小自乗法を用いた周波数サンプリング型伝送路適応等化器”, 信学論, **J67-B**, 3, pp. 249-256, 1984, 3月.
- (37) Ungerboeck, G.; “Fractional Tap-Spacing Equalization and Consequences for Clock Recovery in Data Modems”, IEEE Trans. Commun., **COM-24**, 8, pp. 856-864, Aug. 1976.
- (38) Gitlin, R. D., Meadors, H. C., and Weinstein, S. B.; “The Tap-Leakage Algorithm: An Algorithm for the Stable Operation of a Digitally Implemented, Fractionally Spaced Adaptive Equalizer”, Bell Syst. Tech. J., **61**, 8, pp. 1817-1839, Oct. 1982.
- (39) Hirsh, D.; “A Simple Adaptive Equalizer for Efficient Data Transmission”, IEEE Trans. Commun., **COM-18**, 1, pp. 5-12, Feb. 1970.
- (40) Gresho, A.; “Adaptive Equalization of Highly Dispersive Channels for Data Transmission”, Bell Syst. Tech. J., **48**, 1, pp. 55-70, Jan. 1969.
- (41) Godard, D.; “Channel Equalization Using a Kalman Filter for Fast Data Transmission”, IBM J. Res. Develop., **18**, pp. 267-273, May 1974.
- (42) Schonfeld, T. J.; “Rapidly Converging Second-Order Tracking Algorithms for Adaptive Equalization”, IEEE Trans. Inform. Theory, **IT-17**, 5, pp. 572-579, Sept. 1971.
- (43) Mueller, K. H. and Spaulding, D. A.; “Cyclic Equalization — A New Rapidly Converging Equalization Technique for Synchronous Data Communication”, Bell Syst. Tech. J., **54**, 2, pp. 369-406, Feb. 1975.
- (44) Chang, R. W.; “A New Equalizer Structure for Fast Start-Up Digital Communication”, Bell Syst. Tech. J., **50**, 6, pp. 1969-2014, July 1971.
- (45) 猪瀬, 宮川(編); “PCM 通信の進歩”; 産報, pp. 156-156, 1974.
- (46) 片山 徹; “応用カルマンフィルタ”, 朝倉書店, pp. 57-58, 1983,
- (47) 片山 徹; “応用カルマンフィルタ”, 朝倉書店, pp. 71-82, 1983.
- (48) 有本 卓; “カルマンフィルタ”, 産業図書, pp. 53-88, 1977.
- (49) Ackerman, J. E. and Bucy, R. S.; “Canonical Minimum Realization of a Matrix of Impulse Response Sequence”, Inform. Contr., **19**, pp. 224-231, 1971.
- (50) Lawrence, R. E. and Kaufman, H.; “The Kalman Filter for the Equalization of a Digital Com-

- munications Channel", IEEE Trans. Commun., COM-19, 6, pp. 1137-1141, Dec. 1971.
- (53) 谷萩隆嗣 ; "アダプティブフィルタリングにおけるデジタル通信用適応等化器の設計", 信学論, J64-A, 7, pp. 503-510, 7月, 1981.
- (52) 谷萩隆嗣 ; "カルマンフィルタによるデジタル通信用適応等化器の設計", 信学論, J64-A, 7, pp. 511-518, 7月, 1981.
- (53) Alexander, S. T. ; "A derivation of the Complex Fast Kalman Algorithm", IEEE Trans. Acoust. Speech & Signal Process., ASSP-32, 6, pp. 1230-1232, Dec. 1984.
- (54) Lin, D. W. ; "On Digital Implementation of the Fast Kalman Algorithms", IEEE Trans. Acoust. Speech & Signal Process., ASSP-32, 5, pp. 998-1005, Oct. 1984.
- (55) Makhoul, J. ; "A Class of All-Zero Lattice Digital Filters : Properties and Applications", IEEE Trans. Acoust. Speech & Signal Process., ASSP-26, 4, pp. 304-314, Aug. 1978.
- (56) Makhoul, J. ; "Stable and Efficient Lattice Methods for Linear Predictions", IEEE, Trans. Acoust. Speech & Signal Process., ASSP-25, 5, pp. 423-428, Oct. 1977.
- (57) Makhoul, J. ; "Adaptive Lattice Analysis on Speech", IEEE Trans. Acoust. Speech & Signal Process., ASSP-29, 3, pp. 654-659, June. 1981.
- (58) Papoulis, A. ; "Probability, Random Variables and Stochastic Processes", McGraw-Hill Book Company, pp. 385-429, 1965.
- (59) 竹之内, 浅野 ; "線形代数", 朝倉書店, pp. 31-33, 1979,
- (60) Satorious, E. H. and Alexander, S. T. ; "Channel Equalization Using Adaptive Lattice Algorithms", IEEE Trans. Commun., COM-27, 6, pp. 899-905, June 1979.
- (61) Lee, D. L., Molf, M., and Friedlander, B. ; "Recursive Least Squares Ladder Estimation Algorithms", IEEE Trans. Circuits Syst., CAS-28, 6, pp. 467-481, June 1981.
- (62) Satorious, E. H. and Pack, J. D. ; "Application of Least Squares Lattice Algorithms to Adaptive Equalization", IEEE Trans. Commun. COM-29, 2, pp. 136-142, Feb. 1981.
- (63) Shichor, E. ; "Fast Recursive Estimation Using the Lattice Structure", Bell Syst. Tech. J., 61, 1, pp. 97-115, Jan. 1982.
- (64) Ling, F. and Proakis, J. G. ; "Adaptive Lattice Decision Feedback Equalizers-Their Performance and Application to Time-Variant Multipath Channels", IEEE Trans. Commun., COM-33, 4, pp. 348-356, Apr. 1985.
- (65) Hsu, F. M. ; "Square Root Kalman Filtering for High-Speed Data Received over Fading Dispersive HF Channels", IEEE Trans. Inform. Theory, IT-28, 5, pp. 753-760, Sept. 1982.
- (66) Kaminski, P. G. and Bryson, A. R. ; "Discrete Square Root Filtering : A Survey of Current Techniques", IEEE Trans. Automat. Contr. AC-16, 6, pp. 727-736, June 1971.
- (67) 足立, 石田, 佐野 ; "重み係数の自動調整を備えた最小二乗適応格子形等化器", 信学論, J68-A, 9, pp. 992-995, 1985, 9月.
- (68) Bello, P. A. and Pahlavan, K. ; "Adaptive Equalization for SQPSK and SQPR Over Frequency Selective Microwave LOS Channels", IEEE Trans. Commun., COM-32, 5, pp. 609-615, May 1984.
- (69) 明石, 佐藤 ; "オフセット QPSK および MSK 信号の自動等化に関する検討", 信学技報, CS79-169.
- (70) Morgan, D.R. ; "Adaptive Multipath Cancellation for Data Communications", IEEE Trans. Commun., COM-26, 9, pp. 1380-1390, Sept. 1978.
- (71) Taylor, D. P. and Shafi, M. ; "Decision Feedback Equalization for Multipath Induced Interference in Digital Microwave LOS Links", IEEE Trans. Commun., COM-32, 3, pp. 267-279. March 1984.
- (72) Amitay, N. and Greenstein, L. J. ; "Multipath Outage Performance of Digital Radio Receivers Using Finite-Tap Adaptive Equalizers", IEEE Trans. Commun., COM-32, 5, pp. 597-608, May 1984.
- (73) Saulnier, G. J., Das, P. and Milstein, L. B. ; "Suppression of Narrow-Band Interference in a PN Spread-Spectrum Receiver Using a CTD-Based Adaptive Filter", IEEE Trans. Commun. COM-32, 11, pp. 1227-1232, Nov. 1984.
- (74) Iltis, R. A. and Milstein, L. B. ; "An Approximate Statistical Analysis of the Widrow LMS Algorithm with Application to Narrow-Band Interference Rejection", IEEE Trans. Commun.

COM-33, 2, pp. 121-130, Feb. 1985.

- (75) Falconer, D. D. ; "Jointly Adaptive Equalization and Carrier Recovery in Two-Dimensional Digital Communication Systems", Bell Syst. Tech. J., 55, 3, pp. 317- , Mar. 1976.
- (76) 明石, 佐藤 ; "PLL 回路を含む QAM 自動等化器", 信学技報, CS74-154.
- (77) 藤村, 木之下 ; "直交振幅変調自動等化器における位相ジッタ補償方式の提案とそのシミュレーション", 信学技報, CS74-153.
- (78) Godard, D. N. ; "Self-Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-Dimensional Data Communication Systems", IEEE Trans. Commun., COM-28, 11, pp. 1867-1875, Nov. 1980.
- (79) Kohno, R., Imai, H. and Hatori, M. ; "Design of Automatic Equalizer Including a Decoder of Error-Correcting Code", IEEE Trans. Commun. COM-33, 10, pp. 1142-1146, Oct. 1985.
- (80) 武田, 田中, 抜山, 馬場, 本間 ; "シグナルプロセッサ  $\mu$ PD7720 とその開発手法", NEC 技報, 35, 8, pp. 40-43, 1982年, 8月.
- (81) Hagiwara, Y., Kita, Y., Miyamoto, T., Toba, Y., Hata, H. and Akazawa, T. ; "A Single Chip Digital Signal Processor and its Application to Real-Time Speech Analysis", IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process., ASSP-31, 1, pp. 339-346, Feb. 1983.
- (82) 雁部, 池沢, 津田, 菊池, 藤井 ; "高速デジタル信号処理 LSI", 信学論, J66-C, 12, 1983年, 12月.
- (83) 岩田, 山内, 金子, 小野 ; "汎用音声信号プロセッサ VLSI (DSSP 1)", 昭60信学総全大., 467.

