

6-2 原子時計チップ：量子部設計のための高速シミュレータの提案

6-2 Atomic Clock Chip: Proposal of High-speed Simulator for Physics Package Design

矢野雄一郎 梶田雅稔 井戸哲也 原 基揚

Yuichiro YANO, Masatoshi KAJITA, Tetsuya IDO, and Motoaki HARA

情報通信研究機構 (NICT) では、携帯端末に利用できる周波数基準としてチップスケール原子時計の研究開発を行っている。原子時計のチップ化において、高精度な原子共鳴シミュレータは非常に重要なツールとなる。本稿では、原子時計動作において重要となる Coherent Population Trapping (CPT) 共鳴のシミュレータの開発状況を紹介するとともに、チップ化に適した原子共鳴の検出方法について紹介する。

NICT has researched and developed Chip-Scale Atomic Clock (CSAC) for a frequency reference on portable device. To make the atomic clock one chip, the precise atomic resonance simulator will be an important tool. This article introduces the development status of Coherent Population Trapping (CPT) resonance simulator, which is important for atomic clock operation, and introduces an atomic resonance detection method suitable for CSAC as its application.

1 まえがき

チップスケール原子時計 (Chip-Scale Atomic Clock, CSAC) は高安定、低消費電力、小型な周波数基準源として注目されている [1]。CSAC の研究開発は、米国 DARPA のプロジェクトとして、NIST を中心に 2002 年からプロジェクトが始まった。2011 年には米 Symmetricom 社 (当時) から民生用として CSAC SA45 s の販売が開始されている。現在では、海底地震計や低軌道衛星など、消費電力や体積が厳しく制限される用途への展開も報告、計画されている [2][3]。一方で、更なる小型化、省電力化、低コスト化に向け、米国 [4] をはじめ、日 [5][6]、仏 [7]、中 [8]、露 [9]、韓 [10]、スイス [11]、イスラエル [12] など世界各国で開発が進められている。しかしながら、量子部の設計・製造の複雑さから、 10 cm^3 以上の大きさ、消費電力は 60 mW 程度にとどまっておらず「真のチップ化」にはほど遠い。

我々は世界に先駆けて、原子時計のチップ化に取り組んでいるが、この複雑な量子部を精緻に設計するため、高精度かつ高速な CPT 共鳴シミュレータの開発に着手した。これまでの原子共鳴シミュレーションでは、簡素な 3 単位モデルを採用しているため [13]-[15]、定量解析が不可能であった。そこで、我々は、より精密なモデルを用いた原子共鳴シミュレータを開発するとともに、時間応答の高速解析アルゴリズムの実装も

行った。本稿では、それらの開発状況及びその応用例としてチップ化に適した原子共鳴の検出方法について紹介する。

2 チップスケール原子時計

2.1 装置構成

図 1 に米国で開発された CSAC の装置構成の概略を示す。CSAC は原子共鳴を観測するための量子部と、原子時計動作を維持するための制御回路とで構成される [16]。

量子部は主に半導体レーザ、蒸気状のアルカリ原子と壁面衝突を防ぐためのバッファガスを封入したガス

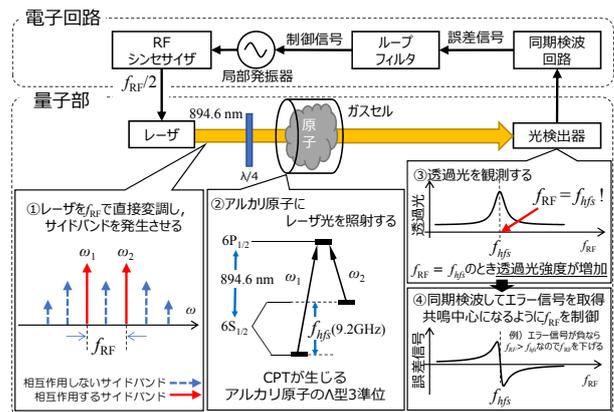


図 1 チップスケール原子時計の構成

セル、フォトディテクタから成り、その構成は、アルカリ原子にレーザー光を照射し、透過光強度をフォトディテクタで検出するというシンプルなものである。従来の原子時計では遷移周波数に応じた周波数の電磁波を原子に照射するが、CSACでは ω_1 、 ω_2 の2本のレーザー光の“差周波数”を用いている。レーザーの差周波数 $f_{RF}(= (\omega_1 - \omega_2)/2\pi)$ がアルカリ原子の遷移周波数 f_{hfs} に一致したとき、アルカリ原子と2本のレーザーが相互作用しなくなり、透過光強度が増加する(透明化する)[17]。これをCPT共鳴と呼ぶ。CPT共鳴に必要な2本のレーザー光は、半導体レーザーの駆動電流を遷移周波数の半分の周波数 $f_{hfs}/2$ で変調し、 ± 1 次のサイドバンドを利用するのが一般的である。

従来の二重共鳴型小型原子時計との大きな違いは、アルカリ原子の数GHzのマイクロ波遷移(2.3で詳述)を検出するのにレーザー光を用いていることである。これまでの原子時計は、アルカリ原子に数GHzのマイクロ波(波長数cm)を照射するため、波長以上の空間が必要となり小型化が難しかった。これに対して、CPT共鳴を使った原子時計では、2本のレーザー光(波長約800nmから900nm)の差周波数を利用して小さい空間でマイクロ波遷移を検出できるため、量子部をミリオーダーまで小型化することができる。

制御回路は、Phase Locked Loop (PLL)を用いた周波数シンセサイザと、量子部の温度、レーザーの発振波長及び印加磁場を安定化する制御回路とから成る。周波数シンセサイザで生成されるマイクロ波は、半導体レーザーの変調に利用され、フォトディテクタからの出力を用いてフィードバック制御される。

また、実際のパッケージでは、静磁場を印加するためのコイル、磁気シールド、温度制御に用いるサーミスタやヒータも搭載される。

2.2 Coherent Population Trapping (CPT) 共鳴

ここでは、CPT共鳴について詳述する。CPT共鳴に関係する準位を図1の下部に示す。図のように、2つの基底準位と共通の励起準位で構成される系は Λ 型3準位系と呼ばれる。アルカリ原子の場合、基底準位間の遷移はマイクロ波帯(数GHz)にあり磁気双極子遷移、基底-励起間の遷移は光波長帯(周波数数百THz、波長数百nm)にあり電子双極子遷移である。原子共鳴の共鳴線幅は状態間の緩和率(緩和時間の逆数)で決まり、CPT原子時計などのガスセル型原子時計の場合、基底準位間の線幅はアルカリ原子同士のスピン交換緩和や壁面との衝突緩和、バッファガスとの衝突緩和、光強度による線幅広がり(パワーブロードニング)に依存する。また、これら緩和率はガスセルの大きさやレーザー光強度によって値が決まる。典型的

には、大きさ 1 mm^3 のガスセルを用いた場合、線幅は数kHz程度である。基底-励起間の線幅はアルカリ原子とバッファガスとの衝突緩和が支配的である。バッファガスは、アルカリ原子と壁面との衝突緩和を防ぎ、基底準位間の線幅を細くする役割がある。バッファガスはネオンやアルゴンなどの希ガス、窒素などの不活性ガスが用いられる。封入される原子種、分子種でアルカリ原子との衝突断面積が異なり、また、バッファガス圧力により単位時間当たりの衝突回数が決まるため、バッファガスとの衝突緩和はバッファガスの種類と圧力に依存する。典型的には、 1 mm^3 の大きさに封入されるバッファガスの圧力は10kPaから100kPaであり、基底-励起間の線幅は数百MHzから数GHzとなる。これはアルカリ原子の基底-励起間の自然放出率よりもおよそ数十倍から数百倍大きい。

通常、レーザー光の周波数が光学遷移周波数と等しければ、レーザー光は原子と相互作用し吸収され、透過光強度が小さくなる。一方、周波数の異なる2本のレーザーをアルカリ原子に同時に照射し、その差周波数が基底準位間の周波数差に一致したとき、レーザー光と原子が相互しなくなる現象が生じる [13][17]。この現象をCPTと呼び、原子からの蛍光強度が小さくなり原子が暗く見えることからこの状態は暗状態(Dark state)と呼ばれる。CPT共鳴の線幅は上述のとおり数kHz程度であることから、CPT共鳴は基底準位間の遷移周波数(数GHz)に対して数kHz程度の共鳴線幅の急峻な透過光強度変化として検出される。そのため、透過光強度の測定によって基底準位間の遷移周波数を測定できる。

2.3 セシウム原子の超微細構造

図2に ^{133}Cs D_1 線の準位構造を示す [18]。アルカリ原子は核スピンを持つことから、原子核と電子のスピン相互作用により、基底準位($S_{1/2}$)は2つに分裂する。このようにスピン相互作用により分裂している準位構造は超微細構造(Hyperfine structure)と呼ばれる。セシウム原子の基底準位間の遷移周波数は現在の国際単位系の秒の定義となっており、正確に9 192 631 770 Hzである。

静磁場中における原子の超微細構造はゼーマン効果によって縮退が解け分裂する。静磁場により分裂した準位は、磁気副準位あるいはゼーマンサブレベルと呼ばれる。また、静磁場によって生じる周波数シフトはゼーマンシフトと呼ばれる。各準位で磁気副準位の数は異なる。準位数は全角運動量子数 F によって決まり、 $2F + 1$ 個の磁気副準位が存在する。磁気副準位は磁気量子数 m_F で区別され、 m_F は $-F$ から F までの

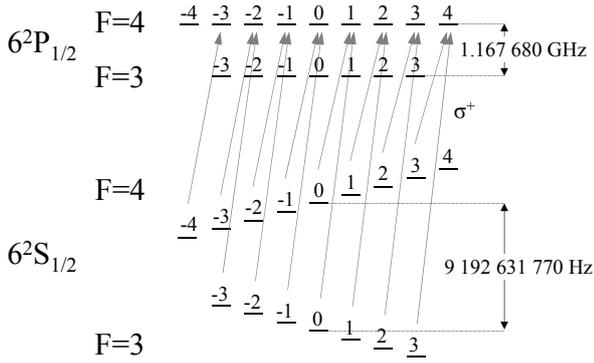


図2 セシウム原子 (^{133}Cs) の D_1 線 (894.6 nm) の準位構造、本研究が対象とする多準位モデル

整数をとる。静磁場による周波数シフト量は Breit-Rabi 公式により記述される [19]。

$$f_{m_F} = -\frac{f_{hfs}}{2(2I+1)} + g_I \mu_B m_F B \pm \frac{f_{hfs}}{2} \left(1 + \frac{4m_F x}{2I+1} + x^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

ただし、 $x = \frac{(g_J - g_I) \mu_B B}{f_{hfs}}$ (1)

ここで、 f_{hfs} は基底準位間の周波数差、 I は核スピン、 g_I は核 g 因子、 g_J はランダウ g 因子、 μ_B はボーア磁子である。50 mT 以下の静磁場においては、ゼーマンシフトの大きさは磁気量子数 m_F にほぼ比例する [19]。そのため、外部磁場による外乱を最小限にするために、1 次のゼーマンシフトが 0 になる最も静磁場に鈍感な $m_F = 0 - 0$ の遷移を時計遷移として利用する。

3 32 準位 (精密) モデルによるシミュレーション

3.1 計算モデル

本解析では、実際のアルカリ原子の振る舞いをモデル化するため、バッファガスとして希ガス (Ar や Ne) が封止されているアルカリ原子を解析対象とする。バッファガスはアルカリ原子の壁面衝突緩和を防ぐ役割がある [20]。計算を簡単にするために、ガスセル内部での光減衰や内部磁場の不均一性は無視し、光軸方向やビーム径方向の空間的なメッシュは切らない。レーザ光源は D_1 線 (894.6 nm) とする。セシウム原子の核スピンは $9/2$ であることから、全角運動量量子数 F は 3 もしくは 4 である。したがって、 D_1 線の計算に必要な準位数は基底準位 16 準位、励起準位 16 準位の合計 32 準位となる。

3.2 計算方法

CPT 共鳴の吸収スペクトルの計算は密度行列解析を用いて行われる [21][22]。本研究では、セシウム原

子の D_1 線における 32 準位すべての準位を表現するために、各準位に対して番号付けを行うと、密度行列は以下のような 32×32 の行列となる。

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{1,1} & \cdots & \rho_{1,32} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{32,1} & \cdots & \rho_{32,32} \end{pmatrix} \quad (2)$$

密度行列では、対角項がポピュレーション、非対角項が準位間のコヒーレンスとして表現される。なお、遷移選択則が成り立たない準位間のコヒーレンスは無視して計算を行う。密度行列 ρ の時間発展は量子 Liouville 方程式に従う [23]。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} [\rho, H] + R\rho \quad (3)$$

ここで、 $[\]$ は交換演算子、右辺の第一項の H はハミルトニアン行列、第二項の $R\rho$ は緩和項である。まず、第一項のハミルトニアン行列について述べる。ハミルトニアン行列は原子の内部エネルギー構造と外部振動電場によるエネルギーによって、以下のように表される。

$$H = H_{\text{atom}} - \mathbf{d} \cdot \mathbf{E} \quad (4)$$

ここで、 H_{atom} は各準位の固有エネルギーである。固有エネルギーは D_1 線の準位構造及び静磁場によるゼーマンシフトで決まる。第二項は振動電場による項である。 \mathbf{d} は原子の電気双極子モーメント、 \mathbf{E} はレーザ光による振動電界の電界強度である。電気双極子モーメント \mathbf{d} は次式で表される。

$$d_{i,j} = \langle J = 1/2 || e\mathbf{r} || J' = 1/2 \rangle \times \text{CGC}_{i,j} \quad (5)$$

ここで、 $\text{CGC}_{i,j}$ は各準位間における Clebsch-Gordan 係数である。Clebsch-Gordan 係数は遷移前後の 2 つの状態の量子数 (磁気量子数 m_F 、全角運動量量子数 F) で決まり、各準位間で値が異なる。 $\langle J = 1/2 || e\mathbf{r} || J' = 1/2 \rangle$ は遷移双極子行列要素であり、セシウム原子の D_1 線の場合、 $2.7020(50) \times 10^{-29}$ C·m である [18]。 \mathbf{d} と \mathbf{E} の積は、一般にラビ周波数 $\Omega_{i,j}$ で表現され、以下のように表される。

$$\Omega_{i,j} = \frac{dE}{\hbar} = \frac{d_{i,j}}{\hbar} \sqrt{\frac{2I_n}{\epsilon_0 c}} \quad (6)$$

ここで、 \hbar は換算プランク定数 ($\hbar = h/2\pi$)、 I_n は光強度、 ϵ_0 は真空の誘電率、 c は光速である。

式 (3) 右辺第二項の緩和項について述べる。緩和は D_1 線の電気双極子緩和と基底準位間の磁気双極子緩和の 2 つに大きく分けられる。電気双極子緩和は励起準位 $6^2P_{1/2}$ から基底準位 $6^2S_{1/2}$ への緩和である。バッファガスが封入されている場合、セシウム原子の自然

放出率よりもバッファガスとの衝突緩和が大きくなるため、電気双極子緩和はバッファガスとアルカリ原子の衝突緩和が支配的となる [24]。バッファガスとして、希ガス (Ne, Ar) を用いた場合、この緩和過程は双極子 - 励起双極子衝突 (Dipole-Induced dipole collision) に分類され、各準位間の D-ID 衝突による緩和率は Clebsch-Gordan 係数の 2/5 乗に比例する [25]。

基底準位間の磁気双極子緩和は、アルカリ原子同士のスピン交換緩和、壁面との衝突緩和、バッファガスとの衝突緩和に分類される。ただし、スピン交換衝突と壁面衝突は緩和時にスピン伝搬があるため位置依存性があり、空間メッシュを切らない本解析では扱えない。そこで本解析では、これらすべての衝突緩和が振動的な緩和であると仮定し、緩和率は Clebsch-Gordan 係数の 2 乗に比例するとして解析を行う。

以上のハミルトニアン行列、緩和項を式 (3) に代入する。ここでは、定常状態解析を行うため代入した式の左辺を 0 する。ポピュレーションの規格化条件 ($\sum_{k=1}^{32} \rho_{k,k} = 1$) を加えて解くと、すべての密度行列要素 $\rho_{i,j}$ が導出される。

導出した密度行列要素 $\rho_{i,j}$ から吸収係数 α を求められる。次式により、密度行列要素 $\rho_{i,j}$ と各サイドバンドに対する吸収係数 α_n が関係付けられる。

$$\alpha_n = \frac{\hbar\omega n_{atom} \sum \Omega_{i,j} \text{Im}(\rho_{i,j})}{3I_n} \quad (7)$$

ここで、 $\hbar\omega$ は光子 1 個のエネルギー、 n_{atom} は単位体積当たりの原子数、 I_n は各サイドバンドの光強度 (単位時間に単位面積を通過する光子のエネルギーの総量) である。吸収係数 α が求まることで、透過光強度が計算できる。ガスセル内部で Lambert-Beer の法則が成り立つと仮定すると、透過光強度を I_{tr} 、光路長を L としたとき、下式となる。

$$I_{tr} = \sum I_n \exp(-\alpha_n L) \quad (8)$$

以上のようにして、セシウム原子の D₁ 線における CPT 共鳴の定量的な透過光強度が求まる。

3.3 計算例

円偏光 σ^+ 励起のときの CPT 共鳴の透過光強度スペクトルの計算例を図 3 に示す。実験条件、計算条件については文献 [26] を参照のこと。レーザー光から照射される全光量のうち CPT 共鳴に寄与する 1 次のサイドバンドの割合は 60 % として計算をしている [27]。静磁場は 16 μ T 印加されており、静磁場によって縮退が解け、7 本の共鳴に分裂しているのが確認できる。また、円偏光 σ^+ 励起では、ポピュレーションは磁気

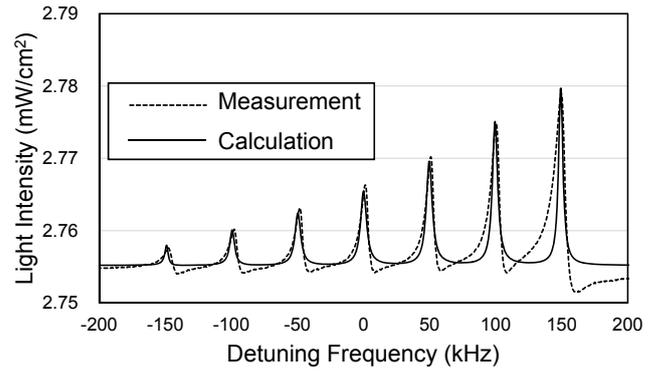


図3 円偏光 σ^+ 励起のときのCPT共鳴スペクトルの計算結果と実験結果(参考文献 [26] より引用)

量子数 m_F が大きい方に偏るため、磁気量子数 m_F が大きいほど CPT 共鳴の振幅も大きくなる。各ゼーマン副準位の CPT 共鳴の強度は、計算と同傾向を示し、実験結果と計算結果の比較において 20 % 以内で一致している。一方で、共鳴線幅は実験結果と計算結果で異なっている。 $m_F=0$ の CPT 共鳴では計算と実験は 20 % 以内に収まっているものの、 $m_F=3$ の CPT 共鳴では約 60 % の誤差が生じている。この理由は 2 つ考えられる。1 つはガスセル内の静磁場の不均一性である。磁気量子数の絶対値が大きいほど共鳴線幅の計算結果と実験結果の差は大きくなる傾向にあることから、実験においてガスセル内に磁場勾配があるなど磁場の不均一が生じていると考えられる。もう 1 つは、CPT 共鳴の時間応答性である。計算では CPT 共鳴は左右対称であるのに対して、実験では非対称になっている。これは、計算では定常状態解析しているのに対し、実験では S/N 比が高いスペクトルを得るために、ランプ関数形状で 1 秒間に 25 回、500 kHz の掃引幅で周波数掃引している。この周波数掃引によって生じる CPT 共鳴の時間応答が原因で非対称になっており、得られた共鳴線幅が実効的に広がったと考えられる。そのため、ガスセル内部の空間分割を行い静磁場の不均一性を考慮することや CPT 共鳴の時間応答性を考慮した計算を行うことで、計算結果と実験結果の差はさらに小さくなると考えられる。

4 時間応答の高速解析アルゴリズム

4.1 従来のアルゴリズムの問題点

CPT 共鳴の解析では定常状態解析が主であり、 Λ 型 3 準位の静特性の代数解析は 2011 年に T. Zanon-Willette らが報告している [21]。CPT 共鳴の時間応答特性が系統的に数値解析できるようになったのは比較的最近の 2015 年である [28]。例外として、 Λ 型 3 準位を 2 準位に近似して時間応答を解析的に解くことが

報告されている [29] が、この方法では励起準位を無視して計算するため、光強度に関連する効果（光シフトやレーザ光による線幅広がり）は考慮することができず、汎用的な解は得られない。

CPT 共鳴の時間応答の数値計算が発展しなかった主な理由は基底準位間の緩和率 (< 数 kHz) と基底 - 励起準位間の緩和率 (> 数 100 MHz) に 5 桁から 8 桁程度の大きな開きがあるためである。解を得るために、オイラー法やルンゲ・クッタ法など逐次的な数値解法を適用すると、CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) 条件を満たすために非常に細かい時間ステップで計算する必要がある。そのため、1 つの解を得るために膨大な計算時間 (数日程度) が必要であることから、時間応答の数値計算は進展してこなかった。

この問題に対し、2015 年に筆者は時間応答の解を得るために、周期境界条件を加えることで高速に解を得るアルゴリズムを報告した [28]。この方法は、時間周期性がある解のみを対象とし、周期を微小区間に分割して時間発展の数値解を求める方法である。翌年の 2016 年には、別のグループからこのアルゴリズムの一般化が報告され、これにより系統的に時間応答特性の数値解析ができるようになった [30]。しかし、この方法は、原理的に時間分割による不連続によって量子化誤差やエリアシング (Aliasing) が発生し、計算精度低下の要因となる (図 4)。量子化誤差やエリアシングは分割数が多いほど小さくなるが、分割数 N_c が多いほど計算時間は増加する。そのため、計算時間と計算精度にはトレードオフ関係が成り立つ。CPT 共鳴の典型的な S/N 比は 50 dB から 70 dB 程度であるため、ノイズを含めた解析をする場合、最低でも数値誤差は 60 dB 以下に抑える必要がある。したがって、S/N 比

やノイズ解析などにおいて、計算時間と精度のトレードオフは大きな障害となる。

そこで、我々は、計算時間と計算精度のトレードオフを解決するために、ガラーキンスペクトル法に基づいた CPT 共鳴の時間発展解析法を提案した [31]。ガラーキンスペクトル法は重み付き残差法的一种であり、圧電デバイス (水晶振動子など) の振動解析などに広く使われる方法である [32]。この方法では、解を連続関数として扱うため、時間分割による不連続は生じず、高精度かつ短時間で解が求められる。

4.2 計算方法

4.2.1 計算モデルと支配方程式

本計算においては、図 5 に示すような Λ 型 3 準位系を計算モデルとして採用し、その周期的な時間発展を計算する。ここで、 $|1\rangle$ 及び $|2\rangle$ はそれぞれ $6^2S_{1/2}$ の基底準位 $|F=3, m_f=0\rangle$ と $|F=4, m_f=0\rangle$ に対応し、 $|3\rangle$ は励起準位 $6^2P_{1/2}$ に対応する。励起 - 基底間のすべての緩和率 $\Gamma_3 = \Gamma_{31} + \Gamma_{32}$ であり、各準位への緩和率は $\Gamma_{31} = \Gamma_{32}$, $\gamma_f = \Gamma_3/2$ である。基底準位間の緩和率は γ_s であり、これは励起 - 基底準位間の緩和率よりもとても小さい ($\gamma_s \ll \gamma_f$)。

3 準位系するとき、各準位のポピュレーションと各準位間のコヒーレンスを表現するために、その状態は 3×3 の密度行列で表される。密度行列 ρ としたとき、式 (3) と同様に、密度行列の時間発展は量子 Liouville 方程式に従う。 H はハミルトニアン行列をとり、 H は各準位のエネルギー構造や、光強度 (ラビ周波数)、レーザの周波数離調のパラメータが含まれる。 $R\rho$ は緩和行列であり、壁面やバッファガスなどの衝突による緩和とする。そして、式 (3) を回転波近似 (Rotation Wave Approximation, RWA) すると、式 (3) は以下のような 9 次の 1 階偏微分方程式に書き換えられる。

$$\frac{\partial}{\partial t} |\rho\rangle = \tilde{H} |\rho\rangle \quad (9)$$

ここで、 $|\rho\rangle$ は 3×3 の密度行列を 9 次の列ベクトル化したものであり密度ベクトルという。 \tilde{H} は 9×9 のハミルトニアン行列で緩和項を含んでいる。計算を簡単化するために、密度行列 ρ はエルミートであることを考慮すると、密度ベクトル $|\rho\rangle$ は以下のように定義できる。

$$|\rho\rangle := (\rho_{11}, \rho_{22}, \rho_{33}, \text{Re}(\rho_{12}), \text{Re}(\rho_{13}), \text{Re}(\rho_{23}), \text{Im}(\rho_{12}), \text{Im}(\rho_{13}), \text{Im}(\rho_{23})) \quad (10)$$

このようにすることで、密度行列の要素をすべて実数で扱うことができる。また、このときの \tilde{H} は以下のようになる。

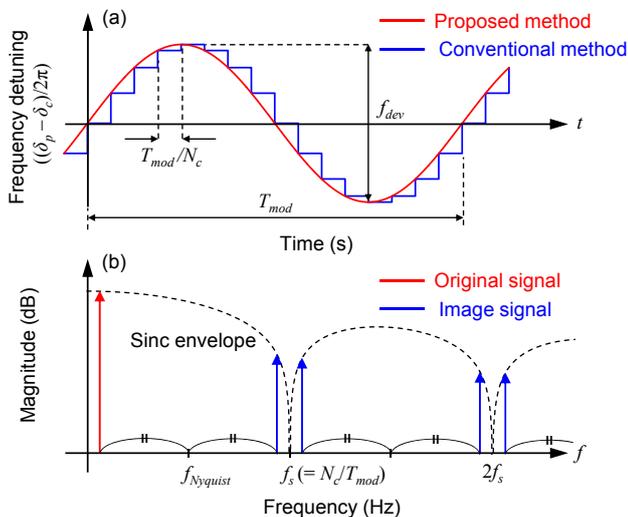


図 4 従来法と提案法の比較
(a) 時間軸表示、(b) 周波数軸表示

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} -\gamma_s & \gamma_s & \Gamma_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & \Omega_p & 0 \\ \gamma_s & -\gamma_s & \Gamma_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Omega_c \\ 0 & 0 & -(\Gamma_{31} + \Gamma_{32}) & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Omega_p & -\Omega_c \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma_s & 0 & 0 & \delta_c - \delta_p & \Omega_c/2 & \Omega_p/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma_f & 0 & \Omega_c/2 & -\delta_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma_f & -\Omega_p/2 & 0 & -\delta_c \\ 0 & 0 & 0 & \delta_p - \delta_c & -\Omega_c/2 & \Omega_p/2 & -\gamma_s & 0 & 0 \\ -\Omega_p/2 & 0 & \Omega_p/2 & -\Omega_c/2 & \delta_p & 0 & 0 & -\gamma_f & 0 \\ 0 & -\Omega_c/2 & \Omega_c/2 & -\Omega_p/2 & 0 & \delta_c & 0 & 0 & -\gamma_f \end{pmatrix} \quad (11)$$

ハミルトニアン行列 \tilde{H} が時間依存しないとき、定常状態の密度ベクトル $|\rho\rangle$ は代数的に求められることが知られている [21]。次項からは、 \tilde{H} が時間依存する密度ベクトル $|\rho\rangle$ の解法について、従来法と提案法の2種類の計算方法について述べる。

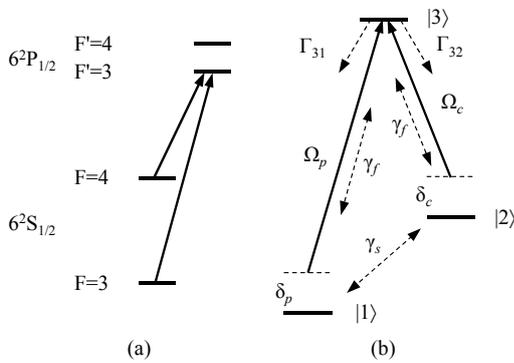


図5 本解析対象のモデル
(a) セシウム原子の準位構造、(b) A型3準位モデル

4.2.2 従来法による時間発展の計算

従来法では、 T_{mod} 秒の周期性のあるハミルトニアンを N_c 分割し各点における密度ベクトル $|\rho\rangle_i$ を求める [30][33]。ただし、 i は0から $N_c - 1$ までの整数とし、 i 番目の分割区間内における \tilde{H}_i は時間依存しない定数行列とする。また、周期境界における密度ベクトルを $|\rho\rangle_0$ とする。

任意の i における密度ベクトル $|\rho\rangle_i$ の時間発展を考える。時間発展後の密度ベクトル $|\rho\rangle_{i+1}$ は密度ベクトル $|\rho\rangle_i$ を初期ベクトルとしたときの T_{mod}/N_c 秒後の密度ベクトルであるため、式 (9) より $|\rho\rangle_{i+1}$ と $|\rho\rangle_i$ には以下のような関係が成り立つ。

$$|\rho\rangle_{i+1} = \exp(\tilde{H}_i T_{mod}/N_c) |\rho\rangle_i \quad (12)$$

ここで、 $\exp(\)$ は行列の指数関数表示である。式 (12) より密度ベクトルにおける漸化式が得られたため、全区間における密度ベクトルの時間発展について考える。1周期後の密度ベクトルを $|\rho\rangle_{N_c}$ とすると、 $|\rho\rangle_{N_c}$ は周期境界における密度ベクトル $|\rho\rangle_0$ を使って、

以下のように表すことができる。

$$|\rho\rangle_{N_c} = \prod_{k=0}^{N_c-1} (\exp(\tilde{H}_k T_{mod}/N_c)) |\rho\rangle_0 \quad (13)$$

上式に加え、周期境界条件より $|\rho\rangle_{N_c} = |\rho\rangle_0$ であることを考慮すると、下式が得られる。

$$\left(\prod_{k=0}^{N_c-1} (\exp(\tilde{H}_k T_{mod}/N_c)) - E \right) |\rho\rangle_0 = \vec{0} \quad (14)$$

ここで、 E は 9×9 の単位行列である。 $|\rho\rangle_0$ はゼロベクトルではないことから、式 (14) から $|\rho\rangle_0$ は $(\prod_{k=0}^{N_c-1} (\exp(\tilde{H}_k T_{mod}/N_c)) - E)$ の固有値0の固有ベクトルである。この行列要素はすべて既知であるため、固有値0の固有ベクトルを求めることで周期境界における密度ベクトル $|\rho\rangle_0$ が求まる。各点における密度ベクトル $|\rho\rangle_i$ については、式 (13) と同様に下式により求まる。

$$|\rho\rangle_i = \prod_{k=0}^{i-1} (\exp(\tilde{H}_k T_{mod}/N_c)) |\rho\rangle_0 \quad (15)$$

ただし、密度ベクトル $|\rho\rangle_i$ は常に規格化条件 $(\sum_{k=1}^3 \rho_{k,k})$ を満たすように規格化される。

4.2.3 提案法による時間発展の計算

提案法では、密度ベクトル $|\rho\rangle$ をフーリエ級数展開し、各フーリエ級数の重みを計算することで密度ベクトルの時間発展を求める [31]。 \tilde{H} は非時間依存の項 \tilde{H}_0 と時間依存の項 $\tilde{H}_t f(t)$ を用いて、以下のように分解することができる。

$$\tilde{H} = \tilde{H}_0 + \tilde{H}_t f(t) \quad (16)$$

ここで、 $f(t)$ は時間に依存する任意の関数である。式 (16) を式 (9) に代入すると、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \tilde{H}_0 - \tilde{H}_t f(t) \right) |\rho\rangle = \vec{0} \quad (17)$$

が得られる。上式を解くことで、密度ベクトル $|\rho\rangle$ 、すなわち、CPT 共鳴における透過光強度の時間発展が求められる。

ここから周期境界条件で式(17)を解くことを考える。そのため、 $f(t)$ をフーリエ級数展開すると、

$$f(t) = \sum_{k=1}^{N_p} (a_{2k-1} \cos(k\omega_{mod}t) + a_{2k} \sin(k\omega_{mod}t)) \quad (18)$$

が得られ、同様に $|\rho\rangle$ についてもフーリエ級数展開すると、

$$|\rho\rangle \approx \vec{c}_0 + \sum_{k=1}^{N_p} (\vec{c}_{2k-1} \cos(k\omega_{mod}t) + \vec{c}_{2k} \sin(k\omega_{mod}t)) = \mathbf{C}\varphi \quad (19)$$

となる。ここで、 N_p はフーリエ級数展開の最大次数であり、数値計算の時間分解能を決定する重要なパラメータである。 \vec{c} はフーリエ係数であり、9次の列ベクトルである。 \mathbf{C} は \vec{c} を結合した行列であり $9 \times (2N_p + 1)$ 行列である。なお、 φ は形状関数であり、

$$\varphi = (1, \sin(\omega_{mod}t), \cos(\omega_{mod}t), \dots, \sin(N_p\omega_{mod}t), \cos(N_p\omega_{mod}t))^T \quad (20)$$

と表される。

これらを使うと、重み付き残差法により以下の式が得られる。

$$\int_0^{T_{mod}} \varphi \left[\left(\frac{\partial}{\partial t} - \tilde{H}_0 - \tilde{H}_t f(t) \right) |\rho\rangle \right]^T dt = \mathbf{0} \quad (21)$$

ここで、 $\mathbf{0}$ は $(2N_p + 1) \times 9$ の零行列である。 $|\rho\rangle$ と $f(t)$ はフーリエ展開していること、正弦関数と余弦関数は直交基底関数であることから、式(21)の左辺の各係数行列要素は簡単に求めることができ、

$$\mathbf{M}\mathbf{C} = \mathbf{0} \quad (22)$$

が得られる。 \mathbf{M} は $(2N_p + 1) \times 9$ の全体行列である。式(22)に規格化条件 $(\sum \rho_{i,i} = 1)$ を加えて、 \mathbf{C} を解く

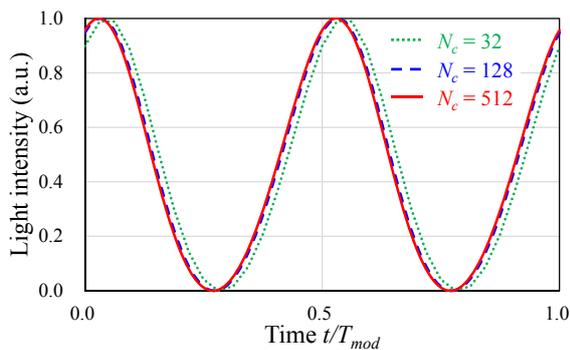
ことで $|\rho\rangle$ の各フーリエ級数の重みを計算することができ、 $|\rho\rangle$ の時間発展が求まる。

4.3 従来法と提案法の比較

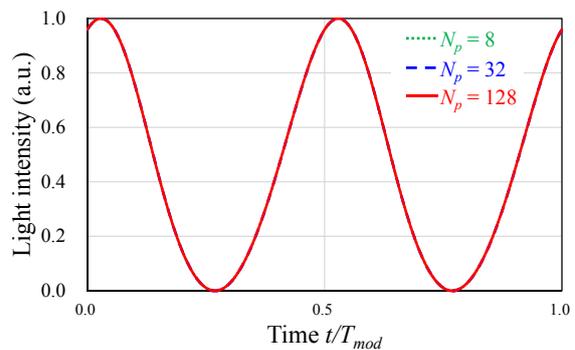
従来法と提案法の比較のために、最大の周波数偏移 f_{dev} を500 Hz、10 kHzに設定したときのCPT共鳴の時間応答特性を図6及び図7に示す。本解析では、バッファガスとの衝突を考慮して励起単位の緩和率を $2\pi \times 720$ MHz、基底準位間の緩和率を $2\pi \times 100$ Hz、ラビ周波数を1 MHzに設定している。

図6では最大の周波数偏移 f_{dev} をCPT共鳴の線幅とほぼ同じの500 Hzに設定している。そのため、光強度は周期 $T_{mod}/2$ で変化している。従来法では、透過光強度変化の遅延が生じ、分割数 N_c が小さいほど遅延量が大きい。これは、時間分割することによって生じるsincフィルタによる影響である。一方で、提案法では、遅延は生じず、遅延量は N_p に依らず一定であった。したがって、同期検波など透過光強度信号の位相情報を利用する場合、提案法はより解析に有利であると言える。

図7では f_{dev} をCPT共鳴の線幅より十分大きい10 kHzに設定している。図6とは異なり、周波数が原子共鳴の遷移周波数に一致した時に鋭い共鳴線が得られるのが確認できる。この条件では、時間応答の解が高次のフーリエ周波数成分を持つため、低い N_p では良い計算精度を得るのは難しい。しかしながら、図8に示すように、数値解の収束から考えると、提案法は従来法より効率の点で優れる。ここで、縦軸の数値誤差は L_2 ノルムで表しており、 $N_p = 2048$ の数値解析結果を真値として計算している。横軸の計算時間は $N_p = 128$ の時の計算時間185 msを1として規格化している。計算に使用したCPU及びメモリ容量はそれぞれIntel Core™ i7-6700 Processor、40 GBである。本図から、ノイズ解析等を対象として相対誤差を-60 dB以下に設定する場合、提案法は従来法の約1



(a) 従来法



(b) 提案法

図6 CPT共鳴の時間応答 ($f_{dev} = 500$ Hz)

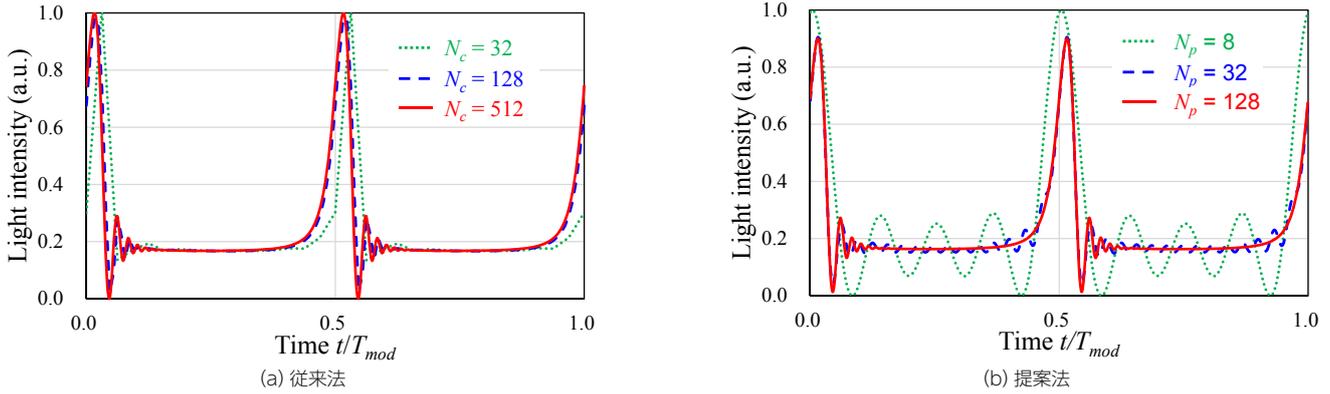


図7 CPT 共鳴の時間応答 ($f_{dev} = 10 \text{ kHz}$)

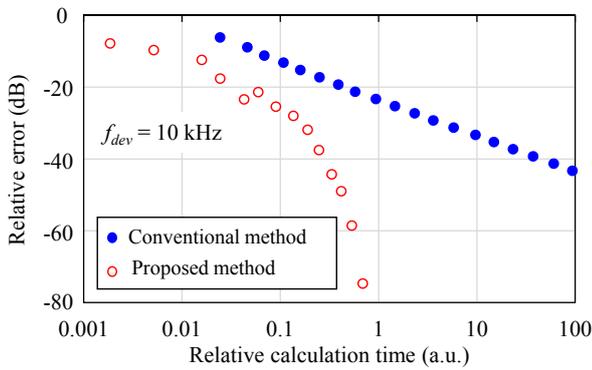


図8 従来法と提案法の計算時間に対する L_2 ノルムによる計算誤差 ($f_{dev} = 10 \text{ kHz}$)

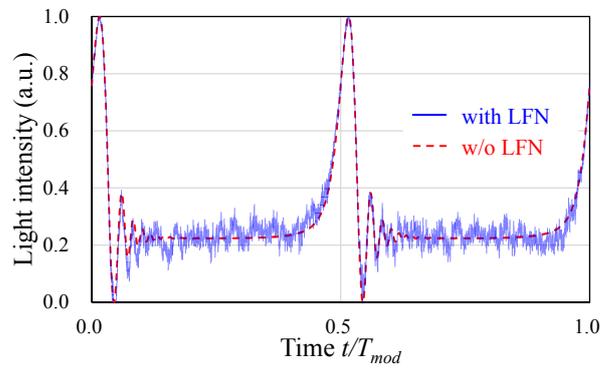


図9 レーザ周波数ノイズ (LFN: Laser frequency noise) を考慮したときの CPT 共鳴の時間応答特性

万分の1の計算時間で計算結果を得ることができる。

提案法により、計算時間が大幅に短縮されたことから、従来法では計算が困難であったノイズ解析が行えるようになった。計算例として、図7の条件にレーザー周波数ノイズを加えたときの結果を図9に示す。レーザー周波数ノイズは、CPT共鳴のS/N比劣化の主要因であることが知られている [34]。これまでの解析ではCPT共鳴の信号とノイズを個別に計算して、それら結果を足し合わせて解析を行っていた。一方、提案法では、個別ではなく、式(3)に基づき同一の方程式から解を導くことができる。この結果で注目すべきは共鳴中心 ($t/T_{mod} = 0, 0.5, 1$) の時のノイズ量であり、共鳴状態でノイズが大きく減少していることが分かる。これは、CPT共鳴の状態ではレーザーと原子で相互作用しなくなるため、レーザー周波数ノイズに起因するFM-AM変換ノイズが小さくなったと考えられる。この傾向は、従来の信号とノイズの重ね合わせでは再現できず、本解析法により精緻な計算が実現できていることが本図からも分かる。

5 チップ化に適した共鳴の検出方法の開発

5.1 従来の共鳴検出方法の課題

原子共鳴のS/N比が高く、共鳴線幅が細いほど原子時計の短期安定度は改善される [35]。しかし、細い線幅の共鳴は、共鳴への周波数捕捉帯域、いわゆるロックレンジが狭いという課題を有する。狭いロックレンジに着実に周辺回路の周波数を合わせ込むためには、周辺回路に精密な周波数制御技術が要求される。精密な周波数制御を行うには性能の良い局部発振器が必要になるため、高安定化するほど、周辺回路の消費電力とコストが増大してしまう。

そこで、我々はCPT共鳴の位相に着目し、共鳴検出方法として位相変調法を提案した [36]。位相変調は安定度を損なうことなく、従来法よりも広いロックレンジが得られることが特徴である。また、変調方式を変更するのみで実現できるため追加の光学素子や電子回路を必要としないことも大きな利点である。本章では、前述で述べたシミュレータを用いてロックレンジの解析を行った。また、ロックレンジの拡大効果を検証するために、面発光半導体レーザーと ^{87}Rb ガスセルを用いて、比較検証を行った。

5.2 CPT 共鳴の検出方法

CPT 共鳴を用いた原子時計は、従来の二重共鳴型ルビジウム原子時計と同様に、RF シンセサイザに周波数変調 (FM: Frequency modulation) をかけてスペクトルの中心周波数を検出する。より具体的には、変調周波数と透過光強度信号の同期検波を行うことで、中心からの周波数差に応じた正負のエラー信号が得られる。周波数変調においては、周波数変調の速さは基底準位間の緩和時間よりも十分に小さいことが求められる [35]。この制限は、CPT 共鳴及び二重共鳴型共に、透過光強度変化が準位間のポピュレーションの移動に依存しているために生じている。一方で、位相変調 (PM: Phase modulation) は原子により生じる位相変化 (すなわち分散) を検出する方法である。RF シンセサイザの位相を高速に変化させることで、原子により生じた位相遅延と参照信号との干渉信号を得ることができる。この方法では、共鳴検出は位相遅延の信号と参照信号とのビートに基づいているため、ポピュレーションの移動による制限は受けない。そのため、高速な共鳴検出が可能となる。

5.3 計算方法

計算モデルは前章で用いた Λ 型 3 準位を採用する。ただし、対象とするアルカリ原子は実験と比較するため ^{87}Rb とする。そのため、2 つ基底準位は $5^2\text{S}_{1/2}$ の $|F=2, m_f=0\rangle$ と $|F=1, m_f=0\rangle$ とし、励起準位は $5^2\text{P}_{1/2}$ とし、円偏光 σ^+ で励起する。バッファガスとして 4.0 kPa の N_2 を封入しており、励起準位からの緩和率はバッファガス衝突により 490 MHz に広がっている [24]。変調深さは、周波数変調では CPT 共鳴の半値全幅と同じにし、位相変調では 0.8 rad としている。

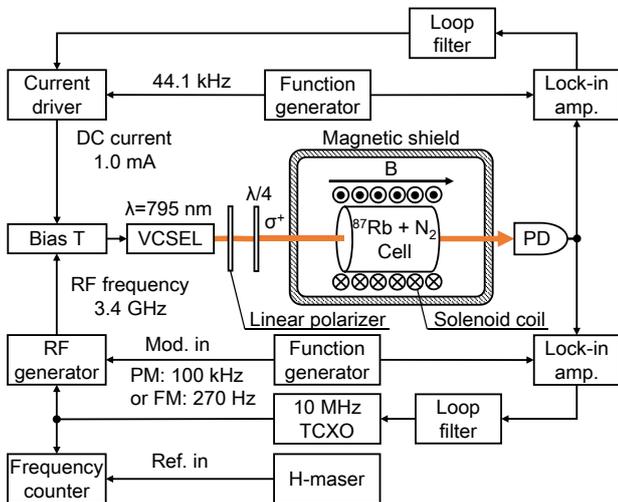


図 10 実験装置構成

5.4 実験方法

位相変調の特性を検証するために、図 10 のような実験装置を構築した。ガスセルは円筒形で、長さ 22.5 mm、直径 25 mm のものを使用した。ガスセルには同位体選別された ^{87}Rb とバッファガスとして N_2 が 4.0 kPa 封入されている。ガスセルは恒温槽内に設置されており、60.0 $^{\circ}\text{C}$ に温度を安定化した。ガスセルの周囲にはソレノイドコイルが配置され、レーザ光軸方向に静磁場を印加した。レーザ光源としては、シングルモードの 795 nm の面発光半導体レーザを使った。直接変調するためのマイクロ波強度は -11.2 dBm、光強度とビーム直径はそれぞれ 16 μW 、3 mm であった。透過光強度はフォトディテクタで検出され、CPT 共鳴が取得される。また、局部発振器として温度補償型水晶発振器を、周波数安定度を測るための周波数リファレンスとしては水素メーザを用いた。

5.5 計算結果と実験結果

5.5.1 共鳴近傍におけるエラー信号の解析

図 11 に CPT 共鳴の変調周波数 f_{mod} を変化させたときの信号強度特性の計算結果を示す。周波数変調では信号強度はカットオフ特性を持つことが分かる。カットオフ周波数は共鳴の半値半幅 γ により決まっており、それ以降では -20 dB/dec で振幅が減少する。一方で、位相変調では、信号強度特性はバンドパス特

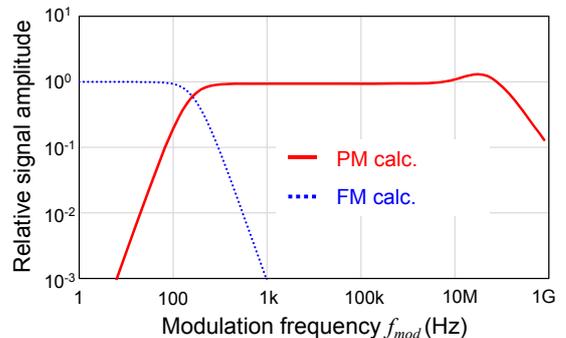


図 11 変調周波数 f_{mod} に対する CPT 共鳴の信号強度特性

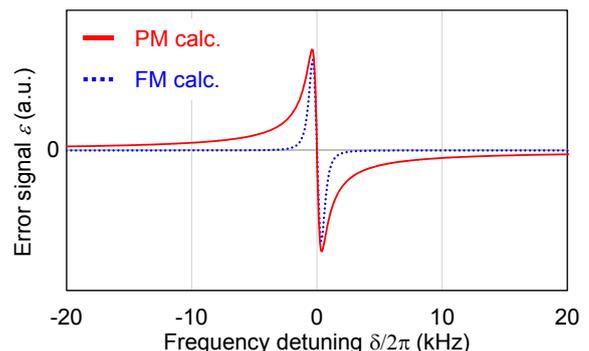


図 12 共鳴近傍におけるエラー信号特性

性を示している。変調周波数が共鳴の半値半幅よりも低いとき振幅は周波数変調よりも小さいが、半値半幅よりも大きいと振幅は周波数変調と同程度となる。数百 MHz 以上の光遷移の緩和率よりも大きい変調周波数の領域では共鳴振幅は減少傾向に転じる。このように、変調方式によって利用できる変調周波数の帯域は異なる。

図 12 に周波数変調 ($f_{mod} = 270$ Hz) と位相変調 ($f_{mod} = 100$ kHz) におけるエラー信号の計算結果を示す。横軸は周波数離調 δ を示している。

2 準位系におけるエラー信号の導出を参考に代数解析を行う [37]-[39]。CPT 共鳴は半値半幅 γ のローレンツ形状の共鳴 [17] とし、変調周波数 ω_{mod} は γ よりも大きいとすると、位相変調のエラー信号は複素電気感受率 χ を使って以下のように表される。

$$\epsilon_{PM} \approx -K \text{Re}(\chi) = -K \frac{2\delta\gamma}{\delta^2 + \gamma^2} \quad (23)$$

ここで、 K はサイドバンド強度に依存する係数である。一方で、変調周波数 ω_{mod} を γ にしたときの周波数変調のエラー信号は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \epsilon_{FM} &\approx -K\omega_{mod} \frac{d}{d\delta} \text{Im}(\chi) \\ &= -K \frac{2\delta\gamma^3}{(\delta^2 + \gamma^2)^2} = \frac{\gamma^2}{\delta^2 + \gamma^2} \epsilon_{PM} \end{aligned} \quad (24)$$

これら式より、共鳴内 ($|\delta/\gamma| < 1$) におけるエラー信号は同傾向を示し、共鳴中心 ($\delta = 0$) におけるエラー信号の傾きは

$$\left. \frac{d\epsilon_{PM}}{d\delta} \right|_{\delta=0} \approx \left. \frac{d\epsilon_{FM}}{d\delta} \right|_{\delta=0} \approx -\frac{2K}{\gamma} \quad (25)$$

となる。原子時計の性能で重要となる短期周波数安定度は、共鳴近傍における傾きに依存するため、位相変調と周波数変調の周波数安定度は同程度になると考えられる。一方で、周波数離調が大きいとき ($|\delta/\gamma| > 1$) は、位相変調のエラー信号周波数変調よりも大きい値が得られる。これは、共鳴外におけるエラー信号が、位相変調では $1/\delta$ に比例して減少するのに対して、周波数変調では $1/\delta^3$ に比例して減少するためである。エラー信号の大きさがノイズレベルよりも大きければロックレンジは拡大するため、位相変調の方がロックレンジ拡大に有利だと考えられる。

5.5.2 広範なエラー信号スペクトルの比較

エラー信号特性の実験結果と計算結果を図 13 に示す。同図より、実験結果 (図 13 (b), (d)) では、▼に示されたいくつものピークが観測されることが分かる。これらはゼーマン副準位によるピークであるため、バイアス磁場強度を変えることでピーク位置が調節できる。計算結果 (図 13 (a), (b)) では、これらゼーマン副準位は考慮されていないため、時計遷移 $m_F = 0 - 0$ のみの結果が示されている。図 13 (a) では、●で示されるようにメインピークの他にいくつかのサブピークが存在する。これは、位相変調により生じたサイドバンドによるピークである。そのため変調周波数 f_{mod} の整数倍離れた位置にピークが生成されている。これらのピークは実験においても確認される (図 13 (c))。

図 13 (c) と (d) を比較すると、ロックレンジが広がったことが確認できる。周波数変調では、エラー信号が共鳴から離れると急減してノイズレベル以下となり、

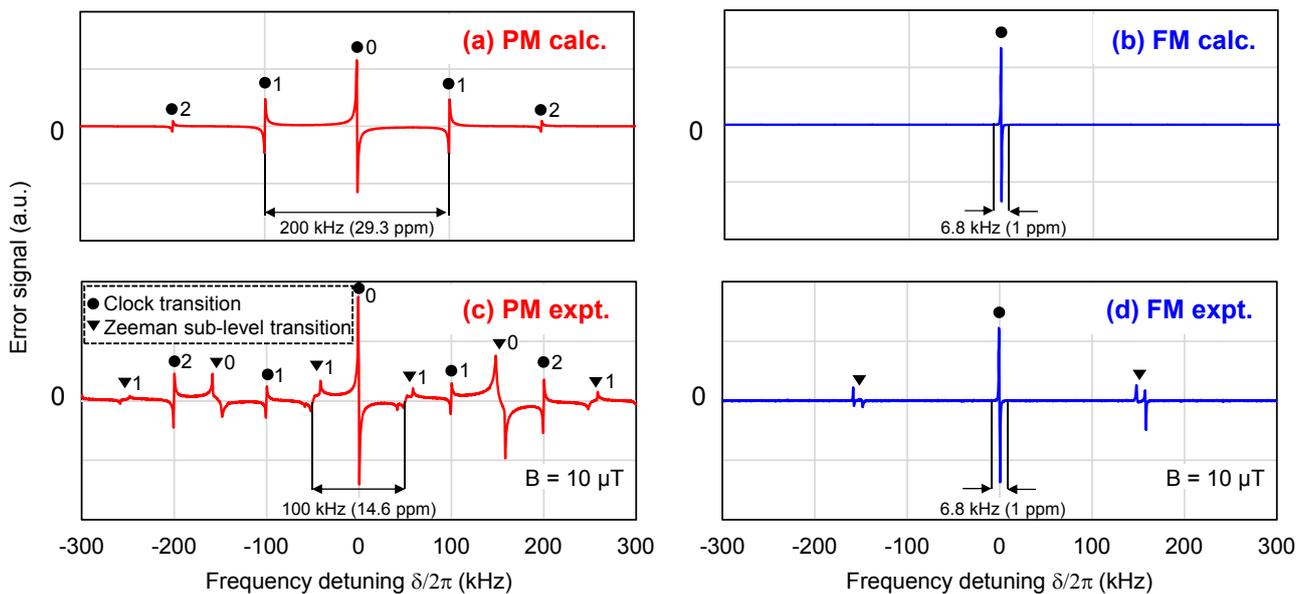


図 13 位相変調と周波数変調のエラー信号
(a) 位相変調の計算結果、(b) 周波数変調の計算結果、(c) 位相変調の実験結果、(d) 周波数変調の実験結果

ロックレンジは 6.8 kHz となった。一方で、位相変調では、エラー信号が共鳴から離れても急減せずノイズレベルを下回ることがないため、大きなロックレンジが得られる。ただし、変調により生じたゼーマン副準位のサブピーク (▼1) によってエラー信号の反転が生じ、ロックレンジの値が決まっている。図 13 (a) のように、位相変調における理論的なロックレンジは $2f_{mod}$ (= 200 kHz) であるので、実験ではゼーマン副準位のサブピーク (▼1) により阻まれて理論的なロックレンジを確保できないものの、そのロックレンジは 100 kHz と従来よりも 15 倍程度にロックレンジが拡大された。

5.5.3 周波数安定度

図 14 に位相変調と周波数変調を用いたときの CPT 原子時計の周波数安定度を示す。式 (25) より、周波数変調と位相変調の共鳴近傍におけるエラー信号の傾きが同じになることから同一の短期安定度が得られると予想される。しかし、実際には周波数変調と位相変調を用いたときの周波数安定度はそれぞれ $9.0 \times 10^{-11} \tau^{-1/2}$ と $5.0 \times 10^{-11} \tau^{-1/2}$ が得られ、位相変調の方が短期安定度は改善した。この理由は、共鳴検出のノイズが下がったためであると考えられる。CPT 原子時計において短期安定度を劣化させる主要なノイズはレーザの周波数ノイズによる FM-AM 変換ノイズが支配的であり [34]、このノイズは高周波帯において減少していくことが知られている。位相変調では周波数変調に比べて高い変調周波数で共鳴を検出できることから、共鳴検出のノイズの減少に伴い周波数安定度が改善したと考えられる。

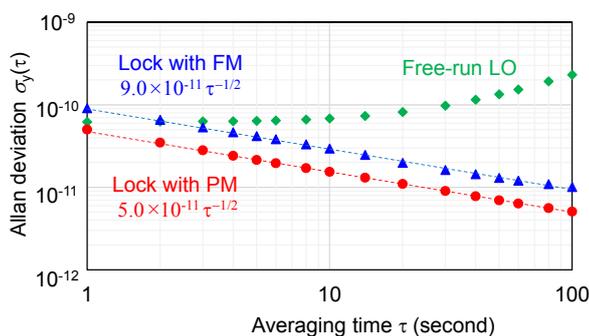


図 14 位相変調と周波数変調を用いたときの周波数安定度

6 むすび

本稿では、チップスケール原子時計開発支援ツールとして①精密モデルによる原子共鳴シミュレータと②時間応答の高速解析アルゴリズムの2つのテーマについて紹介した。その後、シミュレータ活用の例として、

原子時計のチップ化に適した CPT 共鳴の検出方法について報告した。今後、これら2つの解析方法を統合して、精密モデルで時間応答を解析できるようにするほか、シミュレータと実験装置をつないでデータ同化を行い、量子部の内部状態を詳細に理解・把握することを検討している。これらによって、効率的な研究開発を進め、原子時計の真のチップ化の実現を目指す予定である。

謝辞

本研究の一部は JSPS 科研費 17 K14697、17 K06483 の助成を受けたものである。3 の 32 準位モデルによるシミュレーションについては、株式会社村田製作所 松田 賢二氏と首都大学東京 五箇 繁善准教授との共同研究による成果である。また、4 の数値計算法について首都大学東京 関本 仁名誉教授にご助言を頂いた。ここに深く感謝を申し上げます。

【参考文献】

- 1 S. Knappe, P. D. D. Schwindt, V. Shah, L. Hollberg, J. Kitching, L. Liew, and J. Moreland, "A chip-scale atomic clock based on ^{87}Rb with improved frequency stability," *Optics express*, vol.13, pp.1249-1253, 2005.
- 2 A. T. Gardner and J. A. Collins, "A second look at chip scale atomic clocks for long term precision timing," in *OCEANS 2016 MTS/IEEE Monterey*, 2016.
- 3 T. G. R. Reid, A. M. Neish, T. F. Walter, and P. K. Enge, "Leveraging commercial broadband LEO constellations for navigation," in *Proceedings of the ION GNSS*, 2016.
- 4 Y. Kim and C. P. Walter, "Retrace and disciplining time constant effects on holdover clock drifts in chip-scale atomic clock," in *2017 Joint Conference of the European Frequency and Time Forum and IEEE International Frequency Control Symposium (EFTF/IFCS)*, 2017.
- 5 M. Hara, Y. Yano, M. Kajita, H. Nishino, Y. Ibata, M. Toda, S. Hara, A. Kasamatsu, H. Ito, T. Ono, and others, "Microwave oscillator using piezoelectric thin-film resonator aiming for ultraminiaturization of atomic clock," *Review of Scientific Instruments*, vol.89, p.105002, 2018.
- 6 H. Zhang, H. Herdian, A. T. Narayanan, A. Shirane, M. Suzuki, K. Harasaka, K. Adachi, S. Yanagimachi, and K. Okada, "Ultra-Low-Power Atomic Clock for Satellite Constellation with 2.2×10^{-12} Long-Term Allan Deviation Using Cesium Coherent Population Trapping," in *2019 IEEE International Solid-State Circuits Conference (ISSCC)*, 2019.
- 7 V. Maurice, J. Rutkowski, E. Kroemer, S. Bargiel, N. Passilly, R. Boudot, C. Gorecki, L. Mauri, and M. Moraja, "Microfabricated vapor cells filled with a cesium dispensing paste for miniature atomic clocks," *Applied Physics Letters*, vol.110, p.164103, 2017.
- 8 J. Zhao, P. Guo, H. Lu, R. Liu, C. Wang, J. Cui, and H. Meng, "New Progress Towards Chip-Scale Atomic Clock in Peking University," in *2018 IEEE International Frequency Control Symposium (IFCS)*, 2018.
- 9 S. Kobtsev, S. Donchenko, S. Khrpunov, D. Radnatarov, I. Blinov, and V. Palchikov, "CPT atomic clock with cold-technology-based vapour cell," *Optics & Laser Technology*, vol.119, p.105634, 2019.
- 10 H.-G. Hong, J. Park, T. H. Kim, H. Y. Kim, S.-E. Park, S.-B. Lee, M.-S. Heo, and T. Y. Kwon, "A Compact Physics Package of a Chip-scale Atomic Clock with a Built-in Magnetic Shield," in *CLEO: Applications and Technology*, 2019.
- 11 J. Haesler, L. Balet, J.-A. Porchet, T. Overstolz, J. Pierer, R. J. James, S. Grossmann, D. Ruffieux, and S. Lecomte, "The integrated swiss miniature atomic clock," in *2013 Joint European Frequency and Time Forum & International Frequency Control Symposium (EFTF/IFC)*, 2013.

12 S. Prazot, A. Stern, W. Israel, S. Marmor, C. Levi, I. Yevilevich, U. Arad, R. Man, and B. Levi, "The medium and long term stability of the NAC atomic clock," in 2017 Joint Conference of the European Frequency and Time Forum and IEEE International Frequency Control Symposium (EFTF/IFCS), 2017.

13 J. Vanier, "Atomic clocks based on coherent population trapping: a review," Applied Physics B, vol.81, pp.421–442, 2005.

14 S. A. Khripunov, D. A. Radnatarov, S. M. Kobtsev, V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, M. Y. Basalae, M. V. Balabas, V. A. Andryushkov, and I. D. Popkov, "Transient processes under dynamic excitation of a coherent population trapping resonance," Quantum Electronics, vol.46, p.668, 2016.

15 V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, M. Y. Basalae, and D. V. Kovalenko, "Dynamic regime of coherent population trapping and optimization of frequency modulation parameters in atomic clocks," Optics express, vol.25, pp.2742–2751, 2017.

16 S. A. Knappe, "Emerging topics: MEMS atomic clocks," Comprehensive Microsystems, vol.3, 2007.

17 R. Wynands and A. Nagel, "Precision spectroscopy with coherent dark states," Applied Physics B: Lasers and Optics, vol.68, pp.1–25, 1999.

18 D. A. Steck, "Cesium D line data," 12 2010. [Online]. Available: <https://steck.us/alkalidata>.

19 G. Breit and I. I. Rabi, "Measurement of nuclear spin," Physical Review, vol.38, p.2082, 1931.

20 S. Brandt, A. Nagel, R. Wynands, and D. Meschede, "Buffer-gas-induced linewidth reduction of coherent dark resonances to below 50 Hz," Physical Review A, vol.56, p.R1063, 1997.

21 T. Zanon-Willette, E. De Clercq, and E. Arimondo, "Ultrahigh-resolution spectroscopy with atomic or molecular dark resonances: Exact steady-state line shapes and asymptotic profiles in the adiabatic pulsed regime," Physical Review A, vol.84, p.062502, 2011.

22 Y. Yano, S. Goka, and M. Kajita, "Two-step pulse observation to improve resonance contrast for coherent population trapping atomic clock," Applied Physics B, vol.123, p.67, 2017.

23 W. Happer, Y.-Y. Jau, and T. Walker, Optically pumped atoms, John Wiley & Sons, 2010.

24 G. A. Pitz, A. J. Sandoval, T. B. Tafoya, W. L. Klennert, and D. A. Hostutler, "Pressure broadening and shift of the rubidium D1 transition and potassium D2 transitions by various gases with comparison to other alkali rates," Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, vol.140, pp.18–29, 2014.

25 M. Kajita, M. Tachikawa, and T. Shimizu, "Higher order interactions in molecular collisions," The Journal of chemical physics, vol.87, pp.1620–1624, 1987.

26 K. Matsuda, S. Goka, M. Kajita, and Y. Yano, "Study of Quantitative Calculation of CPT Resonances Considering Zeeman Sub-Levels of CS-D1 Line," in 2018 IEEE International Frequency Control Symposium (IFCS), 2018.

27 J. Kitching, S. Knappe, M. Vukicevic, L. Hollberg, R. Wynands, and W. Weidmann, "A microwave frequency reference based on VCSEL-driven dark line resonances in Cs vapor," IEEE Transactions on instrumentation and measurement, vol.49, pp.1313–1317, 2000.

28 Y. Yano, S. Goka, and M. Kajita, "Estimation of the light shift in Ramsey-coherent population trapping," in 2015 Joint Conference of the IEEE International Frequency Control Symposium & the European Frequency and Time Forum, 2015.

29 M. S. Shahriar, P. R. Hemmer, D. P. Katz, A. Lee, and M. G. Prentiss, "Dark-state-based three-element vector model for the stimulated Raman interaction," Physical Review A, vol.55, p.2272, 1997.

30 V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, and M. Y. Basalae, "Dynamic steady state of periodically driven quantum systems," Physical Review A, vol.93, p.013820, 2016.

31 Y. Yano, M. Kajita, T. Ido, and M. Hara, "Fast numerical analysis of the time response in coherent population trapping resonance based on Galerkin spectral method," Japanese Journal of Applied Physics, vol.58, p.SGGB05, 2019.

32 H. Sekimoto, J. Tamura, S. Goka, and Y. Watanabe, "Numerical Analysis of Three-Dimensional Coupled Vibrations of Rectangular AT-Cut Quartz Plates with X-Edge Regions of Heavy Viscosity," Japanese Journal of Applied Physics, vol.47, p.3702, 2008.

33 Y. Yano, S. Goka, and M. Kajita, "Two-step pulse observation for Raman-Ramsey coherent population trapping atomic clocks," Applied Physics

Express, vol.8, p.012801, 2014.

34 J. Kitching, H. G. Robinson, L. Hollberg, S. Knappe, and R. Wynands, "Optical-pumping noise in laser-pumped, all-optical microwave frequency references," JOSA B, vol.18, pp.1676–1683, 2001.

35 J. Vanier and C. Audoin, The quantum physics of atomic frequency standards, vol.2, CRC Press, 1989.

36 Y. Yano, M. Kajita, T. Ido, and M. Hara, "Coherent population trapping atomic clock by phase modulation for wide locking range," Applied Physics Letters, vol.111, p.201107, 2017.

37 G. C. Bjorklund, "Frequency-modulation spectroscopy: a new method for measuring weak absorptions and dispersions," Optics letters, vol.5, pp.15–17, 1980.

38 E. D. Black, "An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization," American journal of physics, vol.69, pp.79–87, 2001.

39 J. M. Supplee, E. A. Whittaker, and W. Lenth, "Theoretical description of frequency modulation and wavelength modulation spectroscopy," Applied Optics, vol.33, pp.6294–6302, 1994.



矢野雄一郎 (やの ゆういちろう)

電磁波研究所
時空標準研究室
博士(工学)
原子時計、マイクロ波周波数標準、数値計算



梶田雅稔 (かじた まさとし)

電磁波研究所
時空標準研究室
理学博士
量子エレクトロニクス、原子分子物理学



井戸哲也 (いど てつや)

電磁波研究所
時空標準研究室
室長
博士(工学)
光周波数標準、光周波数計測



原基揚 (はら もとあき)

電磁波研究所
時空標準研究室
博士(工学)
MEMS、圧電素子、原子時計