

## 3-5 非ガウス型量子操作による信号制御と測定

### 3-5 Manipulation and Measurement of Quantum Signals via Non-Gaussian Operation

北川 晃 武岡正裕 佐々木雅英 アンソニー シェフレス  
ノーバート リュートケンハウス

KITAGAWA Akira, TAKEOKA Masahiro, SASAKI Masahide, Anthony Chefles,  
and Norbert Lütkenhaus

#### 要旨

現在の通信技術はガウス状態であるコヒーレント光を利用しているが、古典情報処理の限界を超えるためには、従来のガウス型の操作に加えて、電場振幅の三次以上の相互作用として記述される非ガウス型の操作が必要であると考えられている。本稿では、光子検出器と線形光学素子を用いた測定誘起型の非ガウス操作を考え、これによる量子もつれの増強や量子信号の識別といった量子レベルでの信号処理に必要不可欠な手法について、最近の我々の進展を報告する。

On the current communication scheme, Gaussian coherent state signals play an important role. To make use of a potential of coherent state signals going beyond the shot noise limit, not only Gaussian operations, but also non-Gaussian operations, described as the third or higher order interactions with respect to the electric field amplitude, must essentially be applied. In this manuscript, we discuss our recent results on the enhancement of entanglement and quantum signal discrimination via the measurement-induced non-Gaussian operation with the photon detector and linear optics.

#### [キーワード]

測定誘起型非ガウス操作, 光子検出, 量子もつれ増強, 量子状態識別  
Measurement-induced non-Gaussian operation, Photon detection, Entanglement enhancement,  
Quantum state discrimination

## 1 はじめに

現在の光通信の性能限界を打破し、量子力学の許す究極の伝送性能を達成すると期待されている量子符号化通信を実現するためには、受信機での量子技術が重要であると考えられている。すなわち、送信する光パルスには従来の光通信技術と同様にコヒーレント光を用いるが、受信側では受け取った光パルス列に対して適切な量子計算を施し、情報を最大限引き出すのである。これにより、従来のショット雑音限界を超えた量子通信の世界が開かれるものと期待されている。

ところで、コヒーレント光の量子状態であるコヒーレント状態は、状態の波動関数を記述する準

確率分布がガウス分布で与えられるガウス状態と呼ばれる量子状態のクラスに属する。また、ガウス状態をガウス状態に変換するような操作は、ガウス型操作又はガウス型変換などと呼ばれ、ビームスプリッター、波長板、ホモダイン検波器や、2次の非線形光学過程などはすべてガウス型操作のクラスに属している。

しかしながら、近年の量子情報理論の研究によれば、量子暗号などの一部の応用を除く多くの量子情報技術において、古典的な情報処理能力を凌駕するためにはガウス型の範囲を超える操作、すなわち非ガウス型操作が本質的に必要であることが明らかとなった<sup>[1]</sup>。非ガウス型操作とは、3次以上の非線形光学過程(光子の生成・消滅演算子

に関する3次以上の非線形過程)のことである。つまり様々な光量子情報処理を実用的な技術として実現するためには、少数光子レベルの微弱な光に対してこうした強い非線形過程を実現し、非ガウス型の光量子状態生成、制御ができなければならない、ということの意味している。

非ガウス型の量子状態の例としては、シュレディンガーの猫状態がよく知られている。

$$|K^\pm(\alpha)\rangle = \frac{|\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle}{\sqrt{2(1 \pm e^{-2|\alpha|^2})}} \quad (1)$$

これらは二つのマクロなコヒーレント光の重ね合わせ状態であり、 $|K^+(\alpha)\rangle$ と $|K^-(\alpha)\rangle$ は光子を消滅させる演算子 $\hat{a}$ により、互いに変換できることが知られている。

$$\begin{cases} \hat{a}|K^+(\alpha)\rangle \propto |K^-(\alpha)\rangle \\ \hat{a}|K^-(\alpha)\rangle \propto |K^+(\alpha)\rangle \end{cases} \quad (2)$$

図1にシュレディンガーの猫状態 $|K^+(\alpha)\rangle$ のWigner準確率分布関数を示す。左手前と右奥のガウス型のシルエットを持つ隆起がそれぞれ $|\alpha\rangle$ と $|-\alpha\rangle$ を表しており、その間の振動が、重ね合わされた二つのコヒーレント状態の波動関数の量子的な干渉を表している。そして全体としては、ガウス曲線とは全く違ったシルエットとなっていることが確認できる。

だが、例えばこの猫状態を生成するには少数光子レベルの光でも十分動作するような強力な3次の非線形過程が必要であり、そのような非線形光学デバイスはまだ存在しない。そこで重要となる概念が、「測定誘起型非線形過程」である。これは、量子もつれあい状態と光子数識別器を使って実効的に非線形性を引き起こす操作である。光子数状

態は極めて非ガウスの状態なので、そこへの射影操作である光子数識別器による状態の検出は非ガウス操作である。ただし、当然ながら検出されると光は電気信号へと変換され、その量子性は完全に破壊されてしまう。そこで、量子もつれの性質を用いるのである。量子もつれとは、量子力学特有の非局所的な相関であり、もつれあった状態の片方の光子数を検出してやると、残った状態にはその測定結果に応じた非線形な状態変換が施される。これを利用した実効的な非線形過程が測定誘起型非線形過程である。

このような測定誘起過程により生成された非ガウス状態を使うと、あらゆる量子操作を実現できる基本ゲートを構成できることが分かっている(文献[2]や3-1を参照)。しかしこうした基本ゲートの構成自身、高性能な光子数識別器やスクイーズャーなど、技術的にはまだ非常にチャレンジングな課題が多く、それを組み合わせて何かのタスクを実現することは早急には難しい。

一方我々は、直接実証実験へとつながり得るような個々の具体的な量子プロトコルにおける、測定誘起過程による非ガウス型操作の優位性について理論的な研究を進めてきた。本稿ではそれにかかわる我々の最近の研究成果について報告する。

本稿の前半では、測定誘起型非ガウス操作による、シュレディンガーの猫状態の生成と、量子もつれの局所操作による増強について議論する。量子もつれ状態の非局所的な相関は、様々な量子情報処理において重要な役割を果たす。量子もつれ状態は非古典ガウス光であるスクイーズド状態を組み合わせることで実現され、量子テレポーテーション[3]や量子稠密符号化[4]といった、量子もつれの効果を利用したプロトコルが提案、実証されてきている。この量子もつれは環境との相互作用により劣化してしまうが、ガウス操作による局所変換と古典通信による情報のやり取りのみでは回復させることが不可能である[5]。それに対し、前述の測定誘起型非ガウス操作を行うことで、実効的に量子もつれを増強することができることが知られており[6]、我々は新たに量子稠密符号化通信路での相互情報量が増加し得ることを示した[7]。また、我々はさらに、対数的ネガエニティと呼ばれる量子もつれの測度[8]を用いることで、混合状態の非ガウス型量子もつれ状態の

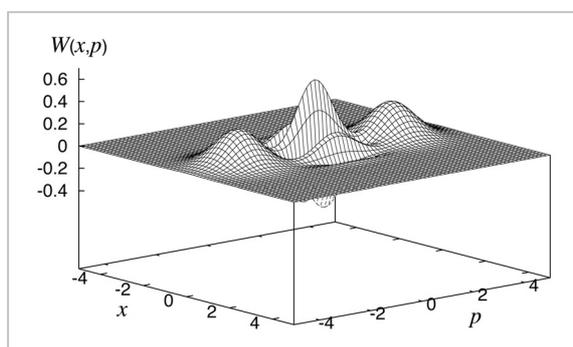


図1 シュレディンガーの猫状態のWigner準確率分布関数

直接評価を行うことにも成功したので[9]、これらについて報告する。

後半では、量子信号の測定、識別の問題における測定誘起型非ガウス操作の有用性について議論する。量子信号により通信を行う場合、情報を最大限取り出す測定を行う必要があり、ここでも非ガウス型の量子測定が威力を発揮する。また、通信に限らず様々な量子情報処理プロトコルにおいて、必要とされる量子測定の物理的構成法を明らかにすることは非常に重要な理論的課題である。実はこうした問題は古くから一部で深く議論されており、そうした過去の成果を現代的な視点で見直すことで、新たな示唆を与えてくれる。我々はこのようなアプローチにより、光子検出器、線形光学素子、そして古典的なフィードフォワード制御のみが準備できれば、任意の2値の射影測定を構成できることを証明したので、これについて述べる。

## 2 非ガウス型操作による量子もつれの増強

非古典状態であるスクィーズド状態と光子数識別器を用いると、先のシュレーディンガーの猫状態を近似的に生成することができる[10]。スクィーズド状態  $|r\rangle$  ( $r$  は圧搾度)の一部をビームスプリッターで切り分け、切り分けたビームに光子が検出される事象のみを選択するような条件付き測定を考える(図2)。非古典状態をビームスプリッターで分割することにより、それぞれのビーム間に量子的な相関が生まれるが、一方を光子数基底(非ガウス型)へ射影すると、もう一方のビームが非ガウス型の状態に変換される。検出される光子

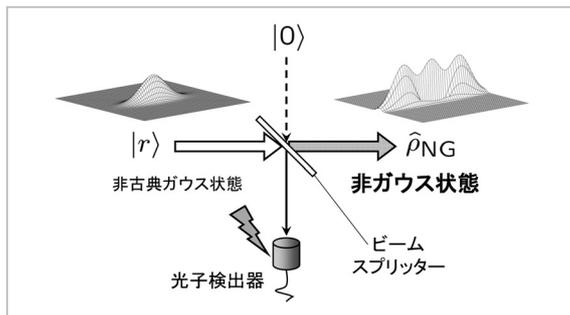


図2 ビームスプリッターと光子検出器による測定誘起型非ガウス操作を用いた、猫状態の生成系の概念図

数が奇数のときは  $|K^-(\alpha)\rangle$ 、偶数のときは  $|K^+(\alpha)\rangle$  に近い状態が得られる。実際には光子数を識別することは困難であるから、2個以上の光子が反射される確率はほとんど無視できるようにビームスプリッターの透過率を大きくして(例えば  $T = 0.9$  程度)これを受ける on/off 型の検出器が光子を検出する事象のみを選ぶというような手法が採られる。このとき残ったモードで生成される状態は  $|K^-(\alpha)\rangle$  に近いものとなるが、厳密には、検出された光子数が2個以上であった確率はゼロではないため、生成された状態は混合状態となっている。

このような線形光学素子と光子検出器を用いた有限の確率で成功する非ガウス操作は、ガウス型の量子もつれ状態に対しても有効である。それぞれ  $x$  軸、 $p$  軸方向に揺らぎが圧搾されたスクィーズド状態  $|r\rangle_A$ ,  $|-r\rangle_B$  をバランス型ビームスプリッターで合波した状態は2モードスクィーズド状態と呼ばれる。この状態は経路AとBの光子が量子的な相関を保っており、ガウス型の量子もつれ状態が実現されている。元のスクィーズド状態の圧搾度  $r$  が大きければ大きいほど量子もつれが強くなり、無限大の極限で理想的な量子相関が実現されるが、現実に到達できるスクィージングの度合いには技術的な理由などからも限界がある。そこで、生成された量子もつれ状態を操作して、量子もつれを増強することができないか、という発想が生まれる。しかし、ガウス型量子もつれ状態に対してガウス操作による局所変換(相関を保つ各ビームAとBに対し、互いに独立な操作を行うこと)と古典通信による操作を行っても、その量子もつれを増強することは不可能である、ということが知られている。

しかし逆にガウス型でない操作を用いれば、量子もつれの増強がなされる可能性がある。そこで2モードスクィーズド状態に対して、測定誘起型非ガウス操作を行うことを考える(図3)。非ガウス化された量子もつれ状態の各ビームA、Bをバランス型ビームスプリッターで合波し、それぞれホモダイン検波を行う(連続量ベル測定)と、 $\tanh r \equiv \lambda \lesssim 0.67$  の領域において、その分散値がより小さくなっていることが分かる(図4)。すなわち、量子的な揺らぎがより圧搾されているといえるが、この事実は量子もつれの増強を示唆する

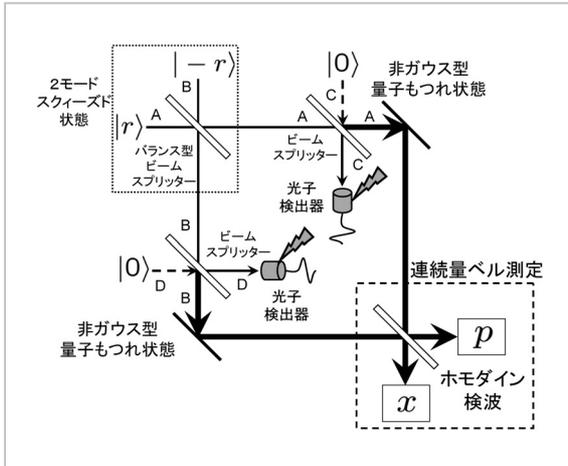


図3 ガウス型量子もつれ状態に対する非ガウス操作

ものである。

光子検出器に on/off 型を用いた場合に生成される非ガウス量子もつれ状態は、猫型状態生成の場合と同様に混合状態として出力される。実は、混合状態の量子もつれの評価はそれほど容易な話ではない。量子もつれの大きさを評価するための普遍的な測度例えばエンタングルメント・オブ・フォーメーション [11] 等が提案されてきているが、混合状態の場合には実質的に計算することが不可能になるからである。そこで代わりに連続量テレポーテーションにおけるフィデリティの改善 [6]、ベル型不等式の破れの大きさ [12] など、量子もつれに依存するプロトコルの性能を調べることで、間接的に量子もつれの増強の評価が行われてきた。我々は最近、量子稠密符号化通信路に非ガウス量子もつれ状態を適用し、その通信路における相互情報量が、非ガウス操作により改善され得る

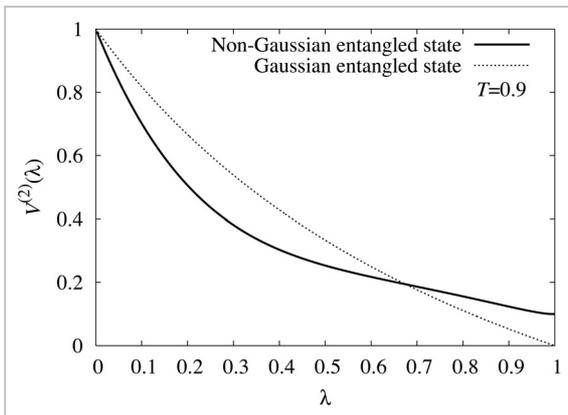


図4 非ガウス操作による分散値の変化

ことを示した [7]。

量子稠密符号化は、量子もつれによる量子チャネルを利用し、通信路の通信性能を改善するプロトコルである (図 5)。あらかじめ送り手 Alice と受け手 Bob が量子もつれ状態を共有しておき、Alice は強度・位相変調により、古典情報を符号化する。今回は特に、4 値の信号を符号化するモデル (QPSK) を考えているが、この場合、送れる情報の最大値は 2 bit となる。Bob は自分の量子もつれ状態と Alice から送られてくる状態の間で連続量ベル測定を行うことにより、情報の復号化を行う。このとき得られるホモダイン測定結果は通信路行列に対応しており、符号化の信号強度  $\beta$  を与えれば、相互情報量を求めることができる。図 6 に非ガウス型の量子もつれ状態を用いた場合、そしてガウス型のスクィーズド状態を用いた場合それぞれについて、相互情報量を計算した結果を示す。この図より、 $\lambda \leq \lambda_D$  の領域において、非ガウス操作による通信路の性能が改善されていることが確認できる ( $\beta=0.7$  のとき、 $\lambda_D \simeq 0.65$ )。

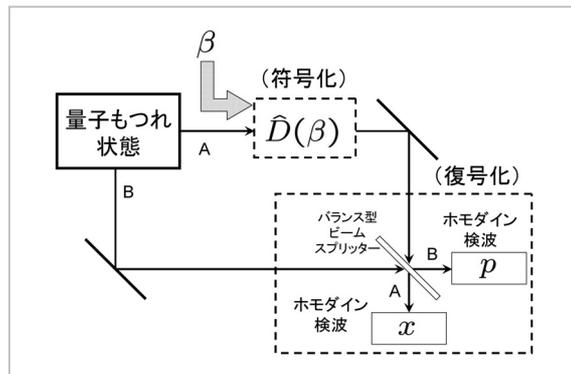


図5 量子稠密符号化プロトコルの概念図

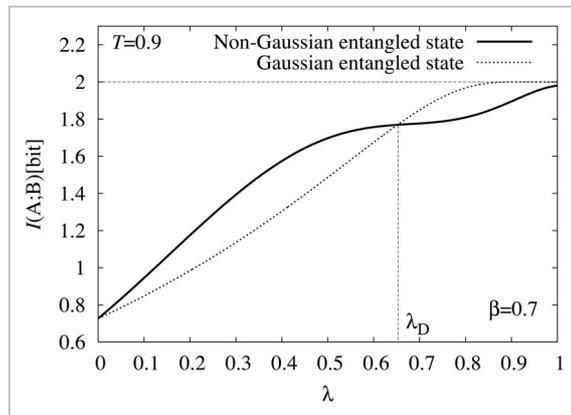


図6 4 値符号化 ( $\beta = 0.7$ ) の場合の相互情報量

以上の結果は、量子もつれの増強を情報学の見地から明らかにしたという意味では意義深いものであるが、結果が信号の変調強度に依存しており、したがって間接的な評価の域を出るものではない。そこで計算する方法が一意的に与えられ、かつ量子もつれに対して単調であるような測度が必要となるのであるが、最近ベレスの量子もつれ状態の判定条件<sup>[13]</sup>に基づいて、対数ネガティビティという新たな測度が導入された<sup>[8]</sup>。

$$E_{\mathcal{N}}(\hat{\rho}) = \log_2 \|\hat{\rho}^{PT}\| \quad (3)$$

ここで  $\hat{\rho}^{PT}$  は、状態の密度演算子に対して、片側のモード (例えば B) についてだけ部分転置操作を行うことを意味している。また、 $\|\cdot\|$  は演算子の固有値の絶対値の総和をとる演算である。部分転置操作に相当する物理過程は存在しないため、結果として量子もつれの影響で負の固有値が出現する可能性があるが、これら負の固有値の大きさが量子もつれの強さに対応している。この量は線形代数パッケージにより計算が可能であり、かつ量子もつれに対して単調であることが証明されているため、有用な測度であるといえる。我々は、図3のように非ガウス化した量子もつれ状態に対して、対数ネガティビティを効率的に計算する方法を発見した。図7にその数値計算結果を示す。対数ネガティビティが大きいことは量子もつれが強いことと等価なため、 $\lambda \leq \lambda_{LN}$  の領域において、確かに非ガウス操作によって、量子もつれの増強がなされていると結論できる。

では、先の量子稠密符号化の Protokol による評価結果との関連性はどのようにつくのであろうか。実は、符号化の信号強度  $\beta \rightarrow 0$  の極限を調

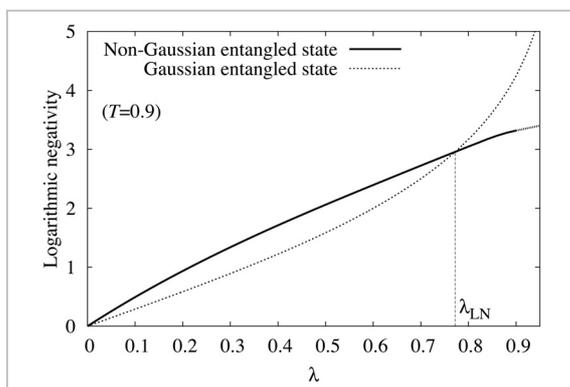


図7 対数ネガティビティによる量子もつれ状態の評価

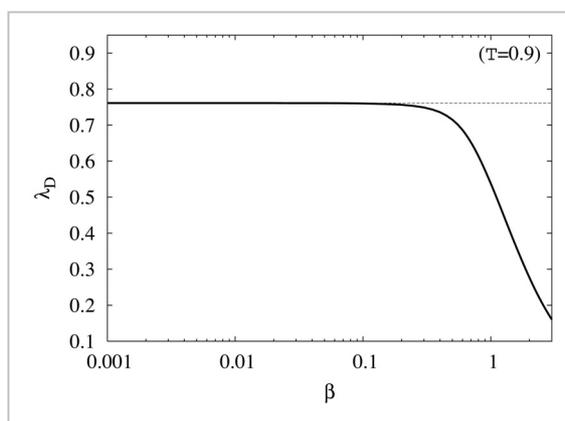


図8  $\beta \rightarrow 0$  の極限での  $\lambda_D$  の振る舞い

べてみると、非ガウス操作により相互情報量が改善される限界が一定値に収束し (図8)、これが対数ネガティビティによる評価での限界とほぼ一致する ( $\lambda_D \simeq \lambda_{LN}$ )。これは信号の変調強度を極限まで弱くすることにより、量子もつれが通信路において果たす役割が大きくなり、純粹に量子もつれの優劣を判定することのできる状況に近づいていくためと考えられる。いわば量子稠密符号化通信路を量子もつれ判定のために最適化しているのであって、この結果から量子稠密符号化通信路における性能改善が見られる場合は、非ガウス操作による量子もつれの増強がなされていると行うことができる。対数ネガティビティと量子稠密符号化による評価の数学的な対応は残念ながらまだ明らかではないが、理論、実験の両面から興味深いテーマであるといえよう。

### 3 光子検出器を用いた非ガウス型量子測定による量子信号の識別

前節までは、測定誘起型の非ガウス型量子操作を使ってどのように量子信号が制御され得るのかについて議論した。一方、量子信号を、我々が直接利用する情報、いわゆる古典情報の伝送媒体ととらえるならば、制御、変調された量子信号は伝送された後、受信者側で適当な受信機によって信号識別されなければならない。実際に我々が通信を行う際の搬送波である電子、光もマイクロな(微弱な)領域では量子力学に従う量子信号である以上、このような量子信号識別の問題は通信理論全般にかかわる極めて一般的な問題となる。

本稿の後半では、通信において中心的役割を果たすコヒーレント状態の光の識別を例として、現在の最先端技術であるガウス型受信機と、非ガウス操作まで含めた最適量子受信機の性能の違いについて概観した後に、我々の提案する任意の2値光量子信号に対する光子検出器を用いた量子最適受信機的设计理論について議論する。

### 3.1 コヒーレント信号識別のための量子最適受信機

簡単な問題として、2値のコヒーレント状態を位相変調した信号  $\{|\alpha\rangle, |-\alpha\rangle\}$  ( $\alpha$  は実数) に  $\{0, 1\}$  を乗せて情報伝送を行うコヒーレント光通信方式について考える。ただし  $0, 1$  の生起確率は等しいとする。このような信号に対して、最も基本的なガウス型量子受信機はホモダイン検波かヘテロダイン検波である。ホモダイン検波とは、数学的には生成・消滅作用素  $\{\hat{a}, \hat{a}^\dagger\}$  から

$$\hat{X} \equiv (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)/\sqrt{2} \quad (4)$$

と定義される直交振幅作用素の固有基底  $|x\rangle$  ( $\hat{X}|x\rangle = x|x\rangle$ ) に射影する操作として表現される。出力確率分布は

$$| \langle x|\alpha\rangle |^2 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{(x - \sqrt{2}\alpha)^2}{2}\right] \quad (5)$$

で与えられる。このようにコヒーレント状態はホモダイン検出確率分布がガウス分布となる典型的なガウス状態である。ホモダイン検波により2値位相変調信号の識別を行うとき、そのビット誤り率は二つの分布  $| \langle x|\alpha\rangle |^2$ ,  $| \langle x|-\alpha\rangle |^2$  の重なる面積に比例して

$$P_e^{(H)} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{2}\alpha) \quad (6)$$

で与えられる。この誤り率を改善するために途中で様々な量子操作を行うことが考えられるが、ガウス型操作を行う限りではこのホモダイン検波の誤り率限界を超えることは不可能であると考えられている。これが従来の光通信の最終的限界であり、そこではショット雑音限界ですべての通信性能が規定されてしまう。

一方、受信過程に非ガウス型操作を含むあらゆる量子操作を許す場合、原理的には(6)式の限界を超える誤り率の達成が可能である。量子力学の

許す最小誤り確率を求める問題は、1967年ヘルストロームによって定式化されて、先の2値位相変調コヒーレント信号に対しては、最小誤り率が

$$P_e^{\min} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{1 - |\kappa|^2}\right) \quad (7)$$

で与えられ(ただし  $\kappa \equiv \langle \alpha | -\alpha \rangle$ )、これを達成する量子測定は信号状態自身の重ね合わせからなる正規直交基底

$$|\omega_0\rangle = \sqrt{\frac{1 - P_e^{\min}}{1 - \kappa^2}} |\alpha\rangle - \sqrt{\frac{P_e^{\min}}{1 - \kappa^2}} |-\alpha\rangle \quad (8)$$

$$|\omega_1\rangle = \sqrt{\frac{P_e^{\min}}{1 - \kappa^2}} |\alpha\rangle + \sqrt{\frac{1 - P_e^{\min}}{1 - \kappa^2}} |-\alpha\rangle \quad (9)$$

への射影として記述されることが示された[14]。この記述は数学的には非常に簡潔であるが、物理的意味が判然としない。そこで、この  $P_e^{\min}$  に近い誤り率を実現する具体的な物理機構の探索が、既に1970年代に行われていた。

ケネディは、信号状態を非対称なビームスプリッターを介して強いコヒーレント光と合波させ、 $\{|\alpha\rangle, |-\alpha\rangle\}$  をいったん  $\{|0\rangle, |-2\alpha\rangle\}$  という状態にシフトさせてから、光子の有無のみを光子検出器で識別すれば、式(7)のヘルストローム限界とわずかに2倍程度しか変わらない誤り率特性

$$P_e^{(K)} = \frac{1}{2} e^{-2|\alpha|^2} \quad (10)$$

を実現できることを示した[15]。これは従来のショット雑音による誤り率限界  $P_e^{(H)}$  を超えるための最も簡単な非ガウス制御の例となっている。ドリナーは、このケネディ方式の中で、コヒーレント光の強度と位相を光子検出結果に応じてフィードフォワードすることで、ヘルストローム限界を厳密に実現できることを証明した[16] (ちなみに、ホモダイン測定を行う前に複雑な非ガウス型ユニタリ変換をうまく選んでやることでも、やはりヘルストローム限界を実現できることが示されている[17]。ただしこの場合、具体的に実現可能な物理系の構成法は必ずしも明らかではない)。

ケネディ、ドリナーらによるこれらの提案は、光通信の性能限界を打破する具体的な方法を初めて与えた極めて先駆的かつ画期的な成果であったが、当時の電気制御技術や光検出技術の水準とはまだ隔たりがあったことなどから、その後この方面の研究が広く追求されることはなかった。しか

し現在、これらの提案は次の二つの理由により、再検討されるべき重要な課題であると認識され始めている [18][19]。第一は、近年の量子エレクトロニクス全般、特に光子検出技術の進展(本号の他の記事を参照)により、これらの提案の実現が手の届くところまで来たことである。またこれらの技術の発達により、先のホモダイン検波による光通信技術も理論限界にまで達しようとしている。一方、もう一つの理由とは、ここ 20 年ほどの間に量子情報全般に関する理論的な研究が著しく進展し、コヒーレント信号の識別に限らない様々な形態の量子状態の識別が、量子情報処理技術の至る所で重要な役割を果たすことが明らかとなってきたことにある。

### 3.2 任意の 2 値純粋量子信号に対する量子最適受信機的设计理論

以下では、この量子最適受信機的设计問題に関する最近の我々の取組と成果について述べる。ドリナーは先のフィードフォワードを用いた物理モデルにおいて、動的計画法などの最適制御理論を使って 2 値コヒーレント状態の識別誤り率を最小にするパラメータを導出し、それがヘルストローム限界に到達することを証明した。一方、我々はヘルストローム限界の最小誤り確率を達成する量子測定が射影測定で表されることを利用して、複雑な最適化法を必要としない、より簡単な設計指針によってドリナー方式が導かれることを示した [19]。

問題の定式化は、与えられた二つの「直交状態」の識別が、光子数識別器、補助系としてのコヒーレント状態、ビームスプリッター及び高速の電気的フィードフォワード制御の組合せで実現できるかという形でなされる。実際、先の 2 値コヒーレント信号を例にとると、信号自体は互いに非直交なコヒーレント状態であるが、測定自身は直交する状態ベクトル  $\{|\omega_0\rangle, |\omega_1\rangle\}$  への射影という形で表されていた。つまり、我々の実現したい測定器は、直交する 2 状態  $|\omega_0\rangle, |\omega_1\rangle$  を完全に識別できるようなものであればよく、そのような測定器はもともとの非直交な信号状態も最小誤り率で識別できることになる。直交状態  $\{|\omega_0\rangle, |\omega_1\rangle\}$  を完全に識別するためには、測定過程の途中においてこれらの状態が常に直交性を保たなければならな

い。このような直交条件を適用するというアプローチは、2 値コヒーレント状態の最適測定に限らず、任意の光の量子状態の識別問題を論じる指針ともなる。つまり、 $\{|\omega_0\rangle, |\omega_1\rangle\}$  に限らず任意の与えられた直交状態の組に対しても、同様に上記の物理系による完全に識別が可能かどうかを議論することができるのである。

さらに、我々はこのアプローチを利用して、任意の直交する 2 組の量子状態の完全な識別が上記の物理系のみで実現できることの証明を、具体的な測定系を示すことにより成功した [20]。これは、先のドリナー受信機の最も一般的な拡張である。さらにこの提案の特長は、十分な数の光子検出器、線形素子、フィードフォワード機構が準備できれば、光子数検出器は完全な光子数識別能力を持つ必要はなく、できるだけ高い量子効率とできるだけ低い暗計数で光子の到来を識別できれば十分であるという点にもある。

今、二つの直交状態を

$$|\Psi\rangle = \sum_{m=0}^{\infty} c_m |m\rangle \quad |\Phi\rangle = \sum_{m=0}^{\infty} d_m |m\rangle \quad (11)$$

と表す。ここで  $|m\rangle$  は  $m$  光子状態で  $\langle\Psi|\Phi\rangle = \sum_{m=0}^{\infty} c_m^* d_m = 0$  である。この状態を図 9 のように  $N-1$  個のビームスプリッターでそれぞれパワーが  $1/N$  ずつ反射されるよう均等に分割し、順に測定を行う。それぞれのポートでは、タップしたビームを十分小さな反射率を持つビームスプリッターにより補助系のコヒーレント状態  $|\beta_n\rangle$  と合波させ、 $\hat{D}(\beta_n/\sqrt{N})$  で記述されるシフト操作を施してから光子検出を行う。 $\beta_n$  は、前段までの光子検出履歴に応じて決定する。

十分大きい  $N$  に対しては、各ポートで 2 個以上の

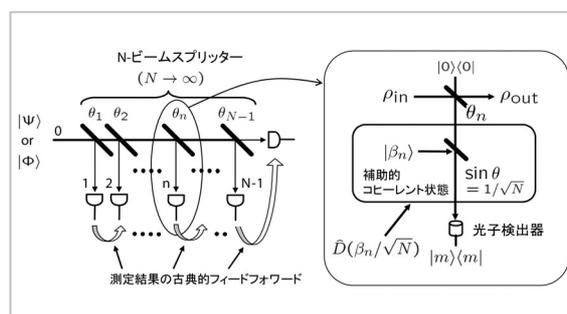


図9 光子検出、補助的コヒーレント状態、フィードフォワードによる二つの直交状態の識別

光子が検出される確率は無視できるので、例えば、1 段目のビームスプリッター通過後の状態は

$$\hat{B}_{1,0}(\theta_1)|0\rangle_1|\Psi\rangle_0 \approx |0\rangle_1|\eta_0\rangle_0 + \frac{1}{\sqrt{N}}|1\rangle_1|\eta_1\rangle_0 \quad (12)$$

$$\hat{B}_{1,0}(\theta_1)|0\rangle_1|\Phi\rangle_0 \approx |0\rangle_1|\nu_0\rangle_0 + \frac{1}{\sqrt{N}}|1\rangle_1|\nu_1\rangle_0 \quad (13)$$

と書かれる。ここで  $\langle\eta_0|\nu_0\rangle + \langle\eta_1|\nu_1\rangle/N \approx 0$  となる。次にモード 1 を測定するが、その際、二つの入力  $|\Psi\rangle$ ,  $|\Phi\rangle$  に対応する測定後の状態  $|\Psi'\rangle$ ,  $|\Phi'\rangle$  が直交するよう測定過程を設計する。このような測定は、具体的には、

$$|\pi_0\rangle = \mathcal{N}_{p0} \{ |0\rangle - (X + O(X^2))|1\rangle \} \quad (14)$$

$$|\pi_1\rangle = \mathcal{N}_{p1} \{ (X^* + O(X^2))|0\rangle + |1\rangle \} \quad (15)$$

なる形の射影測定で与えられることが分かる。ここで  $\mathcal{N}_{p0}$ ,  $\mathcal{N}_{p1}$  は規格化定数であり、二つのパラメータ  $X$  は直交状態  $|\Psi\rangle$ ,  $|\Phi\rangle$  に依存して

$$X = \frac{2(\langle\nu_0|\eta_1\rangle\langle\eta_1|\nu_1\rangle - \langle\eta_0|\nu_1\rangle\langle\nu_1|\eta_1\rangle)}{\sqrt{N}(|\langle\eta_0|\nu_1\rangle|^2 - |\langle\eta_1|\nu_0\rangle|^2)} \quad (16)$$

のように決定される。実はこの測定が、上述のシフト操作  $\hat{D}(\beta_n/\sqrt{N})$  と光子検出器で構成できる。実際、図 9 の 1 段目の測定はベクトル

$$\hat{D}^\dagger\left(\frac{\beta_1}{\sqrt{N}}\right)|0\rangle \approx e^{-|\beta_1|^2/2N} \left( |0\rangle - \frac{\beta_1}{\sqrt{N}}|1\rangle \right) \quad (17)$$

$$\hat{D}^\dagger\left(\frac{\beta_1}{\sqrt{N}}\right)|1\rangle \approx -e^{-|\beta_1|^2/2N} \left( \frac{\beta_1^*}{\sqrt{N}}|0\rangle + |1\rangle \right) \quad (18)$$

で表され、 $\beta_1$  を適切に選ぶことで、 $N$  が十分に大きければ式 (14)、(15) の測定を近似的に構成できることが分かる。さらに、測定後の量子状態  $|\Psi'\rangle$ ,  $|\Phi'\rangle$  は測定結果がどちらであった場合でも

$$|\Psi'\rangle = \sum_{m=0}^{\infty} c'_m |m\rangle \quad |\Phi'\rangle = \sum_{m=0}^{\infty} d'_m |m\rangle \quad (19)$$

の形式で記述できるので、2 段目以降の測定も同様の戦略で繰り返していけばよく、最後の  $N$  段目の射影測定による  $\{|\Psi\rangle, |\Phi\rangle\}$  の識別の誤り率は、 $N$  の十分に大きい極限ならば漸近的にゼロにもっていくことができるのである。

以上の議論では単一モードの光の量子状態につ

いて論じたが、二つの直交状態がエンタングルド状態にあるなど多モードにわたっていても結論は変わらない。あらゆる 2 値の直交状態はモードごとの局所的な射影測定のみで識別できることが既に知られているので [21]、上記の  $N$  分割による測定をモードごとに順次行っていけばよいのである。なお、より厳密な議論と  $N$  が有限の場合についての誤り率の上限の導出に関しては、参考文献 [20] を参照していただきたい。

## 4 おわりに

本稿では、光子検出器、ビームスプリッターによる測定誘起非線形過程を利用した、非ガウス型の量子操作に関する理論的な研究成果について報告した。初期状態がガウス状態の量子もつれあいに対して、光子の有無のみを識別する on/off 型の光子検出器を用いた条件付操作により、混合状態の非ガウス型の量子もつれ状態が生成される。非ガウス型混合状態の量子もつれの度合いを評価することは一般には困難であるが、我々は対数ネガティビティと呼ばれる量子もつれの測度がこの状態に対して直接計算可能であることを見だし、その数値的評価を行った。対数ネガティビティは量子もつれに対して単調であるため、この量が非ガウス操作により大きくなっていることは、とりもなおさず量子もつれが確かに増強されていると結論づけることができる。

一方、こうした光子検出器、線形光学素子などの素子により、量子通信などで必要とされる非ガウス型量子測定器の設計理論についても報告した。量子信号を識別する測定器は、量子情報技術全般において基本的な要素技術であるが、その中で、最も基本的な量子測定である、2 値の射影測定が、上記のデバイスのみで構成可能であることを理論的に証明した。このような限られた物理過程のみで、任意の 2 値射影測定という非常に広いクラスの量子測定が実現可能であるとは、これまでほとんど予想されてこなかった。このような、現実的なデバイスを想定した量子受信機の基礎設計理論は、将来の量子符号化技術実現に向けた重要な基礎理論となることが期待される。

## 参考文献

- 1 S.D.Bartlett, B.C.Sanders, S.L.Braunstein, and K.Nemoto, Phys. Rev. Lett. 88, 97904, 2002.
- 2 D.Gottesman, A.Kitaev, and J.Preskill, Phys. Rev. A 64, 012310, 2001.
- 3 A.Furusawa, J.L.Sorensen, S.L.Braunstein, C.A.Fuchs, H.J.Kimble, and E.S.Polzik, Science 282, 706, 1998.
- 4 X.Li, Q.Pan, J.Jing, J.Zhang, C.Xie, and K.Peng, Phys. Rev. Lett. 88, 047904, 2002; J.Mizuno, K.Wakui, A.Furusawa, and M.Sasaki, Phys. Rev. A 71, 012304, 2005.
- 5 J.Eisert, S.Scheel, and M.B.Plenio, Phys. Rev. Lett. 89, 137903, 2002; J.Fiurášek, *ibid.*, 89, 137904, 2002; G.Giedke and J.I.Cirac, Phys. Rev. A 66, 032316, 2002.
- 6 T.Opatrný, G.Kurizki, and D.-G.Welsch, Phys. Rev. A 61, 032302, 2000; S. Olivares, M.G.A.Paris, and R.Bonifacio, *ibid.*, 67, 032314, 2003.
- 7 A.Kitagawa, M.Takeoka, K.Wakui, and M.Sasaki, Phys. Rev. A 72, 022334, 2005.
- 8 G.Vidal and R.F.Werner, Phys. Rev. 65, 032314, 2002.
- 9 A.Kitagawa, M.Takeoka, M.Sasaki, and A.Chefles, Phys. Rev. A 73, 042310, 2006.
- 10 M.Dakna, T.Anhut, T.Opatrný, L.Knöll, and D.-G.Welsch, Phys. Rev. A 55, 3184, 1997.
- 11 C.H.Bennett, D.P.DiVincenzo, J.A.Smolín, and W.K.Wooters, Phys. Rev. A 54, 3824, 1996; W.K.Wooters, Phys. Rev. Lett. 80, 2245, 1998.
- 12 H.Nha and H.J.Carmichael, Phys. Rev. Lett. 93, 020401, 2004.
- 13 A.Peres, Phys. Rev. Lett. 77, 1413, 1996.
- 14 C.W.Helstrom, "Quantum Detection and Estimation Theory", Academic Press, New York, 1976.
- 15 R.S.Kennedy, Quarterly Progress Report No.108, Research Laboratory of Electronics, MIT, pp219-225, 1973.
- 16 S.J.Dolinar, Research Laboratory of Electronics, MIT, Quarterly Progress Report, No.111, p.115, 1973. 詳細は[14][18][19]などを参照.
- 17 M.Sasaki and O.Hirota, Phys. Lett. pp.21-25, 1996.
- 18 JM Geremia, Phys. Rev. A 70, 062303, 2004.
- 19 M.Takeoka, M.Sasaki, P.van Loock, and N.Lütkenhaus, Phys. Rev. A 71, 022318, 2005.
- 20 M.Takeoka, M.Sasaki, N.Lütkenhaus, e-print quant-ph/0603074, 2006, to appear in Phys. Rev. Lett.
- 21 J.Walgate, A.J.Short, L.Hardy, and V.Vedral, Phys. Rev. Lett.85, 4972, 2000.



きたがわ あきら  
**北川 晃**

新世代ネットワーク研究センター光波  
量子・ミリ波 ICT グループ 有期研究員  
(旧基礎先端部門量子情報技術研究  
グループ専攻研究員) 博士(工学)  
量子光学、量子情報理論



ささ きまさひで  
**佐々木雅英**

新世代ネットワーク研究センター光波  
量子・ミリ波 ICT グループ 研究マネー  
ジャー (旧基礎先端部門量子情報技術  
グループリーダー) 博士(理学)  
量子情報理論



たけおかまさひろ  
**武岡正裕**

新世代ネットワーク研究センター光波  
量子・ミリ波 ICT グループ 研究員 (旧  
基礎先端部門量子情報技術研究グルー  
プ専攻研究員) 博士(工学)  
量子光学、量子情報理論

**Anthony Chefles**

ヒューレットパッカード研究所量子情  
報処理研究グループ 研究員 Ph.D.  
量子情報理論

**Norbert Lütkenhaus**

ウォータールー大学量子計算センター  
教授 Ph. D.  
量子光学、量子情報理論