

研 究

六極磁石型セシウムビーム周波数標準器の 確度向上に関する研究

中 桐 紘 治*

(平成2年4月23日受理)

STUDIES ON THE ACCURACY IMPROVEMENT OF THE HEXAPOLE MAGNET TYPE CESIUM BEAM FREQUENCY STANDARD

By

Koji NAKAGIRI

The accuracy improvement of the CRL (Communications Research Laboratory) cesium beam frequency standard Cs 1 has been carried out, using hexapole magnets for beam optics and a comparatively small size apparatus, in order to contribute to the CRL Coordinate Universal Time UTC (CRL) and the International Atomic Time TAI. The design, experimental production and measurement of special characteristics were performed, then the sources of uncertainties in accuracy evaluation were investigated.

1. 序 論

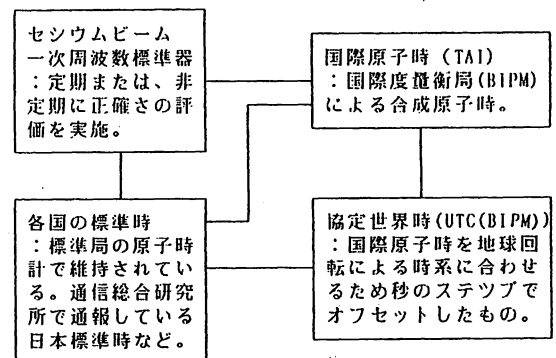
1.1 セシウムビーム一次周波数標準器の役割と開発 研究経緯

セシウムビーム周波数標準器はセシウム133原子基底状態の二つの超微細準位、即ち F を磁気量子数、 m_F を磁気方向量子数とした ($F=4$, $m_F=0$) と ($F=3$, $m_F=0$) の準位間の遷移を周波数標準として利用する。この遷移周波数は時間の単位「秒」の定義 (1967年第13回国際度量衡総会 (CGPM) での決議: 秒はセシウム133原子の基底状態の二つの超微細準位の間に対応する放射の9,192,631,770周期の継続時間である) に使われている。これを発生する標準器を特に「一次標準器」と呼んでいる。

セシウム標準器には小形の商用のものと、大型の実験室のタイプのものがある。前者は正確さが 1×10^{-11} 位であるが、実用標準器として種々の用途に使われている。後者は前者に比較して正確さが2桁ほど高い周波数・時間の一次標準器として各国の標準研究所で利用されている。この一次標準器は国内の標準に寄与するばかりでなく、世界協定時の基になっている国際原子時の較正に用いられる。第1.1図にこの関係を示した。ここで国際原

子時とは、1971年の国際度量衡総会で採択された国際基準時系である。これは平均海水面で実現される SI 秒 (国際単位系の秒) に基づくもので、各国の標準研究所などの協力機関から提供される原子時計 (主に商用のセシウムビーム標準器) の時刻データを国際度量衡局 (BIPM, 1988年に国際報時局 (BIPM) の原子時業務を引き継ぐ) が統計的に重みづけして合成原子時を作る。これは1958年1月1日0時を紀元としている。

セシウムビーム標準器は、1950年代に入って米国国立標準局 (NBS) (1988年国立標準技術研究所 (NIST) に改名) においての Lyons と Sherwood によるラビ



第1.1図 一次周波数標準と標準時

* 標準測定部

磁気共鳴実験に始まる。これはコロンビア大学の Kush の応援を得て行われた⁽¹⁾。その後二空胴ラムゼイ共鳴方式が発明されて現在の原形が出来たといわれている⁽²⁾。標準器としての稼働は Essen らの英国国立物理研究所 (NPL) が早く、セシウム原子の遷移周波数により水晶発振器時計を校正しつつ天文時との比較実験を行った⁽³⁾。その後、5年間に約1桁の割合で精度が向上し、主に米国国立標準局 (NBS)、カナダ国立研究院 (NRC)、西ドイツ物理工学研究所 (PTB) の一次周波数標準器によって現状のレベルに近い 1×10^{-13} 位の一次標準が確立された⁽⁴⁾。

日本での「大形実験室型セシウムビーム一次周波数標準器」の研究開発は計量研究所において始められ、1号機は1971年に、2号機は1975年に動作開始した。周波数精度として、1977年に 4.8×10^{-13} ⁽⁵⁾⁽⁶⁾、1984年に 2.2×10^{-13} ⁽⁷⁾ を得ていて、更に3号機を建設している。一方、通信総合研究所 (1988年に電波研究所から改称、英語略称も RRL から CRL に変更) では当時「水素メーザ

周波数標準器」を一次標準器として動作させていた。しかしながら、水素蓄積球の寸法を変えて測定することによる自由空間での周波数推定値 (水素メーザの絶対値) の精度は、水素メーザの水素蓄積球内面のテフロン被膜壁による周波数シフトの再現性が悪いため、 1.4×10^{-12} しか得られなかった。このことは他の国でも同じような結果であったそのため、1975年から「大形実験室型セシウムビーム一次周波数標準器」の開発を始め、1977年から実験動作させた⁽⁸⁾。1984年5月には周波数絶対値の精度 1.1×10^{-13} が得られた⁽⁹⁾。この時の精度は、ほぼ国際レベルなので国際報時局 (BIH) ヘデータを送り、国際原子時の校正に寄与することを始めた。1986年4月には改良の結果 0.7×10^{-13} の精度が得られた⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。第1.1表に各国標準研究所の一次標準器とその主な特徴を示した。

小形商用型は共振器長が短く、ビーム方向反転実験が出来ないなどの理由で、精度、長期安定度が大型のものより劣るが他の方式の商用型に比べて十分な性能であり、一次標準器と呼ばれることがある。日本での小形商用型

表1.1 各国の一次周波数標準器の特徴

研 究 所 (国 名)	一次標準器*1 (運用形態)	相互作用長 (m)	線幅 (Hz)	エネルギー 選択用磁石	精度*2 $\times 10^{-13}$	関連文献 (発表年)
PTB (西 独)	CS1 (Clock, TAI)	0.8	63	Hexapole- Quadrupole	0.3	[14] (1986)
G (USSR) (ソ 連)	MTs—102 (Fr Std, TAI)	1.0	110	Dipole	0.50	[15] (1983)
NRC (カナダ)	Cs V	2.1	60	Dipole	0.53	[16] (1976)
	Cs VI A,B,C (Clock, TAI)	1.0	100	Dipole	0.71	[17] (1981)
CRL (日 本)	Cs 1 (Fr Std, TAI)	0.55	100	Hexapole	0.74	[10] [11] [50] (1986)
G (USSR) (ソ 連)	MTs—101 (Fr Std, TAI)	0.62	120- 180	Dipole	0.75	[15] (1983)
NIST (米 国)	NIST6 (Fr Std, TAI)	3.74	26	Dipole	0.85	[18] (1977)
NRLM (日 本)	NRLM-II (Fr Std)	1.18	130	Dipole	2.2	[7] (1984)
NIST (米 国)	NIST4 (Clock)	0.524	130	Dipole	3.0	[18] (1977)
NIM (中 国)	Cs-2	3.68		Dipole	4.1	[19]
	Cs-3 (Fr Std)	3.68		Dipole	4.5	(1981)
SO (中 国)	Cs I (Fr Std)	1.6	100	Dipole	10	[20] (1981)

*1 精度評価をある間隔で行って一次周波数標準器として使う場合を Fr Std で示し、更に精度評価実験をしない時は連続運転をして原子時を刻ませる場合を clock で示す。国際度量衡局へ精度評価の結果を送って国際原子時 (TAI) の校正に寄与している場合を TAI で示した。

*2 精度評価値は不確かさを起こす各項目の値の rms 値 (1σ) を示す。

については1976年度から日本電信電話公社横須賀電気通信研究所で開発研究が始まり、日本電気、富士通の協力を得て一次試作器を1979年に完成させた⁽¹²⁾⁽¹³⁾。現在、商用の製品は、日本電気と富士通から、ビーム管に外国から供給されたものを使用するものは東洋通信機から販売されている。

第1.2表に主な原子周波数標準器の種類と特徴を示した。また、第1.2図には原子周波数標準器の安定度を水晶発振器のものと一緒に示した。

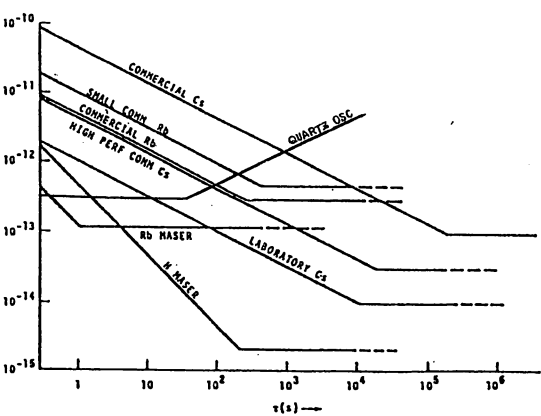
1.2 本論文の目的・意義

本研究の目的・意義を次に列挙する。

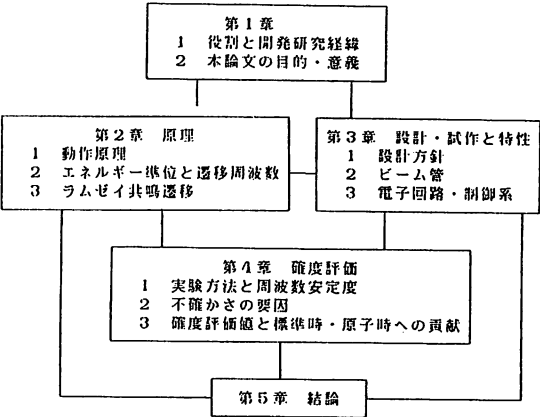
- (1) 六極磁石を用いる比較的小形のセシウムビーム一次周波数標準器を実現するために、各部の設計・試作をして特性を測定するとともに精度評価実験を実施してこれによって発生する周波数絶対値の不確かさを明らかにする。特にセシウムビームとマイクロ波との相互作用条件に深く関係するセシウムビーム軌道、静磁場の乱れ、マイクロ波の位相と乱れなどの周波数への影響を明らかにして改善を図る。
- (2) この一次周波数標準器で達成された周波数値を協定世界時 UTC (CRL) と国際原子時 (TAI) の較正に使うとともに、この一次周波数標準器の長期安定度と他の一次周波数標準器との方式及び特性の違いなどを参考にして今後の課題を明らかにし、一次周波数標準の高精度化研究分野に貢献する。

1.3 本論文の構成

第1.3図に本論文の構成を示す。まず第1章で、セシ



第1.2図 各種周波数標準器の安定度



第1.3図 本論文の構成

表1.2 原子周波数標準器の種類と特徴

原 子	方 式 (エネルギー選択, 検出)	遷移周波数 (磁場依存性)*1 [Hz]	スペクトルQ (安定度) (τ は測定時間)	確 度
¹³³ Cs	ビーム, 共鳴吸収 *2 (磁気偏向)	9, 192, 631, 770. 000 (427.18H ₀ ²)	~10 ⁸ (~5X10 ⁻¹² / $\tau^{1/2}$)	10 ⁻¹³ 3X10 ⁻¹⁴
¹ H	ビーム, 蓄積球, メーザ (磁気偏向, メーザ発振) *3	1, 420, 405, 751. 769 (2750H ₀ ²)	~2X10 ⁹ (~5X10 ⁻¹⁴ / τ)	3X10 ⁻¹²
⁸⁷ Rb	ガスセル, 共鳴吸収 *4 (光励起, 光吸収)	6, 384, 682, (574H ₀ ²)	~10 ⁹ (~10 ⁻¹³ / $\tau^{1/2}$)	*5 ~10 ⁻¹¹
¹⁹⁹ Hg ⁺	イオン蓄積, 共鳴吸収 *6 (光励起)	40, 507, 374, 996. 9 (92.7H ₀ ²)	4.7X10 ¹⁰ (~10 ⁻¹² / τ)	2X10 ⁻¹³

*1 磁場 H₀ の単位は Oe である。
*2 数値は大形の研究室タイプの場合である。現在、エネルギー選択、検出に半導体レーザを用いる光励起方式が次期一次標準器として有望で開発されている。
*3 受動型メーザも開発されている。
*4 研究室タイプのメーザ型も開発されている。
*5 光シフトとセル内の緩衝用ガスの種類、圧力によって値が決まる。
*6 他に ⁹Be⁺, ²⁵Mg⁺, ¹³⁵Ba⁺, ¹³⁷Ba⁺, ¹⁷¹Yb⁺ などが調べられている。

ウムビーム一次周波数標準器の役割及び開発経緯と本論文の目的・意義、そして、セシウムビーム一次周波数標準器の原理と開発した標準器 Cs 1 の設計・試作・特性及び精度評価の概要について述べた。

第2章では、まず、動作原理を概説し、周波数標準器が利用する高分解能スペクトルの理論的根拠に関係する不確定性原理及びシュレーディンガー方程式とセシウムビーム原子超微細構造エネルギー単位及び遷移周波数について述べる。最後に、セシウム標準器の高分解能化技法の中でも最も重要なラムゼイ共鳴法に関する式の導入とそのスペクトルの周波数領域での振る舞い、周波数シフトへの影響について述べた。

第3章では、六極磁石方式でビームの低速度化を図り、装置全体の大きさを精度高い製作が容易で実験がし易いように比較的小さいタイプにしたセシウムビーム一次周波数標準器 (Cs 1) の設計・試作・特性について述べた。この結果は次のように要約できる。(1)ビーム系では、ビームオプティックスの最適設計と特性を理解するために、ビーム軌道計算によるシミュレーションプログラムを開発し、それによる計算結果は実験と良い一致を示し、ラムゼイ共鳴半値全幅として約 100 Hz、予想される周波数安定度として約 $5 \times 10^{-12} / \tau^{1/2}$ の好結果を得た。(2)磁場の分布に起因する周波数変動を除くために、磁場に敏感な両隣接遷移を使用する方法を採用して、これが有効なことを計算と実験で明らかにした。(3)偶数次モードラムゼイ共振器左右両アームの電気長合わせには、その電気長差に敏感な奇数次モードの特性を利用した。そしてこの奇数次モードは共振器を製作した後も左右両アームの電気長差があれば現れ共振器完成度評価に使えることが分かった。(4)電子回路・制御系については、まず、ビームショット雑音と矩形波周波数変調の関係を明らかにして、新方式である水晶発振器直接周波数変調制御系と隣接遷移による磁場制御に都合の良い周波数合成器による周波数矩形波変調制御系の設計・試作・特性を明らかにした。

第4章では、まず精度評価のための実験について、次に、主な不確かさの要因、即ち二次ドップラー効果、共振器位相分布、一次ドップラー効果、磁場、隣接遷移、マイクロ波スペクトル純度について個々に検討したこと、実験で測定されたマイクロ波パワー依存周波数シフトの原因としては共振器位相よりも一次ドップラー効果が考えられることを示す。最後に、得られた精度評価値 (約 10^{-13}) とその日本標準時と国際原子時への貢献について述べた。

第5章では、本研究で得られた諸成果をまとめるとともに、更に、精度を改善するための方策、問題点につい

て述べた。

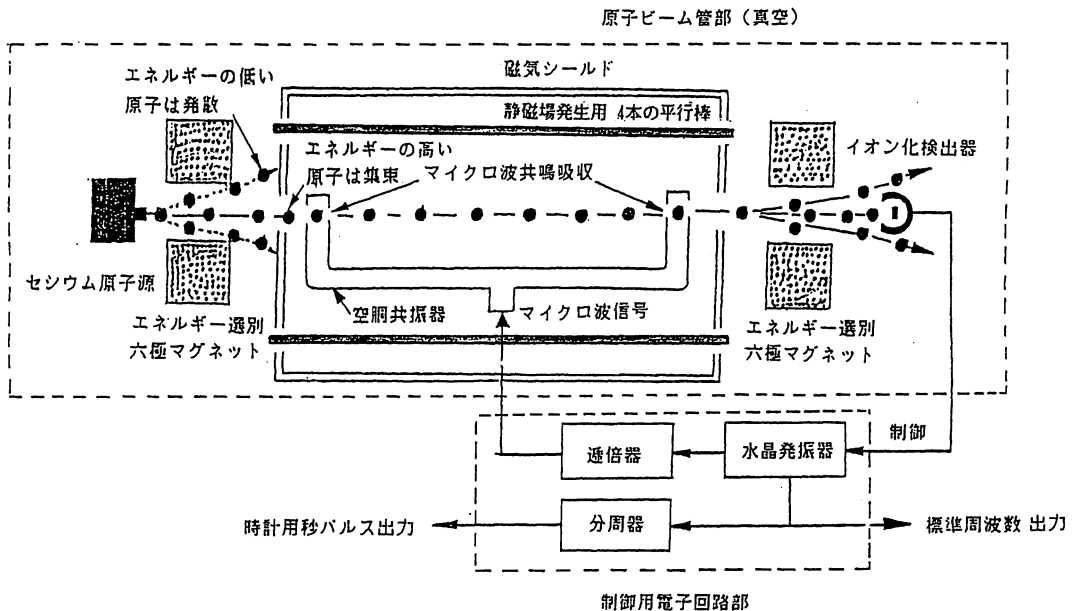
2. 原 理

2.1 動作原理

一次周波数標準器はセシウム原子のエネルギーレベル差を周波数の基準として利用する。このセシウム原子は原子番号55、原子量133で構造は複雑であるが、最も外側の軌道には電子が1個だけとなっている。その最外殻電子と原子核の磁気の相互作用によって生じるエネルギーレベル (基底レベル) は二つに分かれる。この二つのレベルは外から磁場を加えると上のが9本、下のが7本に分離する。上下のグループの中で磁場の大きさに対する依存性が最も小さく二次曲線になるものが、その中央の一つずつ存在する。この二つのレベルの移り変わりをクロック遷移と呼ぶ。エネルギー差を E とすると、量子力学から $E = h\nu$ の関係がある。ここで ν は遷移に関係する電磁波の周波数で、 h はその係数でプランク定数である。従ってこの ν は原子固有の性質を示し一定不変とされる。特にこの ν の零磁場での値を 9,192,631,770 Hz として、この振動数だけの周期の継続時間を1秒と定義することが1967年の国際度量衡総会で決められた。

第2.1図はセシウムビーム一次周波数標準器の動作原理を示す。第2.2図に示すようにセシウム原子のエネルギーレベルで上、下のグループは磁場を強くしたときの依存性が違い、上のグループは一つを除いて上り、下のグループの方は下がる。この特性を利用して中心の磁場の強さが零で径方向に強くなる六極磁石中にビームを通してエネルギーが磁場に対しての傾斜が上る原子だけを集束させる。次の共振器でマイクロ波を照射してクロック遷移を起こし (磁気共鳴吸収と呼ばれる)、もう一度六極マグネットの中を通して原子が上、下のエネルギーグループのどちらの状態になっているかチェックする。この遷移が効率良く、しかも正確に起こるようにビーム管と制御系を設計する。

マイクロ波共振器はU字形の導波管の中央にマイクロ波を供給して両端から定在波の半波長離れた所にビームが通る穴を開け、中のマイクロ波磁界をビームに作用させる。この方式はラムゼイの発明によるのでラムゼイ共振器と呼ばれ、分解能と正確さを上げる点で重なる役割を果たしている。しかし、両端のマイクロ波の位相を 10^{-4} ラジアン (機械長で 0.1 mm 位、周波数への影響で 10^{-12} 位に相当する) 以下で合わせねばならない等の問題がある。この位相差の影響を評価するには、ビームの進行方向を反転することによって、それによる周波数シフトの符号が反転することを利用する。この他にも、



第 2.1 図 セシウム一次周波数標準器の動作原理

2.2 セシウム原子基底状態のエネルギー準位と遷移周波数

まず、観測されるエネルギー準位間遷移スペクトルに
関係する「時間とエネルギーの不確定性関係」とシュレー
ディンガー方程式について述べる。時間 t とエネルギー
 E の不確定性関係は数学的形式から導かれると

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2 \quad \dots\dots(2.1)$$

に従う。但し、 Δt はその状態の寿命と解釈する場合に
限られる⁽²¹⁾。この式は ν を電磁波周波数とすると、ボー
アの振動数条件

$$E = h\nu \quad \dots\dots(2.2)$$

から

$$\Delta\nu \cdot \Delta t \geq 1 / (2\pi) \quad \dots\dots(2.3)$$

と表すことができる。但し、これが (2.1) 式のエネル
ギーと時間の不確定性から導かれたので、 $\Delta\nu$ はスペク
トルの幅に、 Δt は原子と電磁波の相互作用の時間に対
応する。このことは、後に述べるラムゼイ共鳴のスペク
トル幅に関連する。

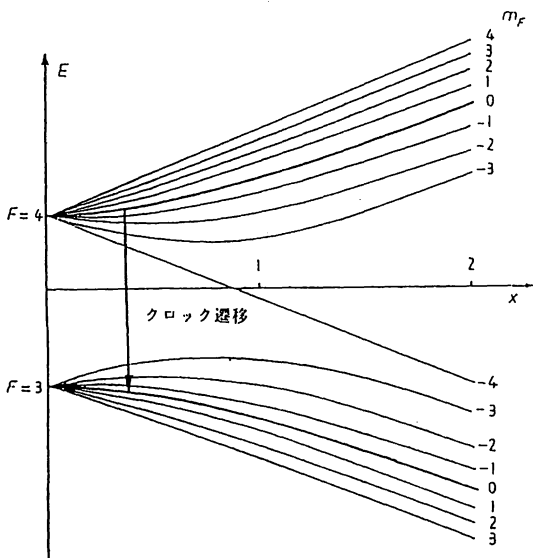
次にエネルギー準位間の遷移に関するシュレーディ
ンガー方程式を導入する⁽²²⁾。ブラとケットによる非相
対論的な量子力学の記述法で微小時間 Δt 後の状態は

$$\begin{aligned} |\Psi(t+\Delta t)\rangle &= U(t+\Delta t, t)|\Psi(t)\rangle \quad \dots\dots(2.4) \end{aligned}$$

と書ける。これから状態 i に発見される振幅

$C_i(t+\Delta t)$ は

$$\begin{aligned} C_i(t+\Delta t) &= \sum_j \langle i|U(t+\Delta t, t)|j\rangle \langle j|\Psi\rangle \quad \dots\dots(2.5) \end{aligned}$$



第 2.2 図 セシウム原子基底状態の超微細構造エネルギーレ
ベルの磁場強度依存性。 μ_0 をボーア磁子、 ΔW を磁
場強度 $H_0 = 0$ のときの $F=4$ 、 $F=3$ エネルギー
レベルの間隔とすると横軸 $x=1$ は $x=2\mu_0 H_0 / \Delta W$
に相当する目盛りである。

正確な周波数を測定するには、磁場の大きさと分布、照
射するマイクロ波純度、ビームの速度分布による二次ドッ
プラー、隣接遷移の裾野、制御系の変復調、黒体放射、
重力場などによる周波数シフトの量を評価する必要がある。

となる。そして、

$$U_{ij} = \langle i | U(t+\Delta t, t) | j \rangle \quad \cdots \cdots (2.6)$$

とし Δt が小さいならば、

$$U_{ij} = \delta_{ij} - i / \hbar \cdot \mathcal{H}_{ij}(t) \Delta t \quad \cdots \cdots (2.7)$$

が成り立つとして、これを $\mathcal{H}_{ij}$ の定義ともしする。この式を (2.6) に代入して整理すると、

$$i\hbar \cdot dC_i(t) / dt = \sum_j \mathcal{H}_{ij}(t) C_j(t) \quad \cdots \cdots (2.8)$$

という形に表せる。係数 $\mathcal{H}_{ij}$ はハミルトニアン行列と呼ばれる。これは外からの磁場、電場とかの物理的状況を表すものである。従って、(2.8) 式は問題にしている体系の時間的性質を完全に説明する量子力学的法則を与える。

原子周波数標準器に用いられる遷移は、アルカリ金属原子の基底状態での超微細構造準位間に起こる。これは核の磁気モーメント μ_1 と価電子によって引き起こされる核の場所での磁場 H_{e1} との相互作用の結果であり、この相互作用のハミルトニアンは次のように表される。

$$\mathcal{H} = -\mu_1 \cdot H_{e1} \quad \cdots \cdots (2.9)$$

ここでの H_{e1} は複雑であるけれど、水素原子型の原子では

$$H_{e1} = H_{orbit} + H_{spin} \quad \cdots \cdots (2.10)$$

と表される。ここで H_{orbit} は電子の軌道により、 H_{spin} は電子のスピンによる。これらは簡単なベクトルモデルで考察すると⁽²³⁾、

$$\overline{H_{e1}} = -2\mu_0 / r^3 \cdot [L(L+1) - S(S+1) + 3(e_r \cdot S)^2] J / J(J+1) \quad \cdots \cdots (2.11)$$

となる。ここで、 μ_0 は $eh / 2mc$ のボーア磁子、 r は電子の軌道半径、 L は軌道角運動量 $\hbar L$ の L の量子数、 e は r 方向の単位ベクトル、 S はスピンによる双極子モーメント $-2\mu_0 S$ の S の量子数、 J は $J = L + S$ の量子数である。(2.11) 式の右辺の括弧 [] の中の第

3項は $3/4$ となる。原子標準器の場合、 $S = 1/2$ で

$$\overline{H_{e1}} = -\mu_0 / r^3 \cdot [L(L+1) / J(J+1)] J$$

となる。従って、超微細構造作用は

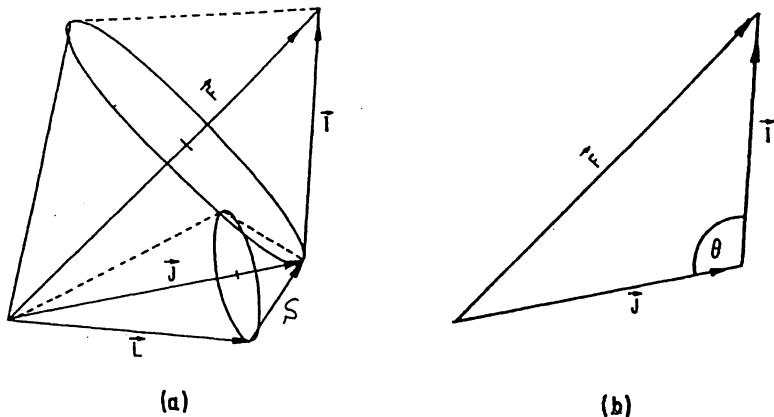
$$W = \langle J | -\mu_1 \cdot H_{e1} | J \rangle = -2g_I \mu_N \mu_0 < 1 / r^3 > [L(L+1) / J(J+1)] \cdot I \cdot J \quad \cdots \cdots (2.12)$$

ここで g_I は核の g 因子、 I は角運動量ベクトルであり、 $\mu_N (= e\hbar 2Mc / (M \text{ は陽子の質量}))$ は核磁子である。この式の $I \cdot J$ を評価するために、ベクトルモデルを考える。水素のような原子では、 L と S はその合成された J の回りをスピン軌道相互作用のため速く回転する。そして、 J と I は磁氣的に弱く結合してその合成 F の回りを比較的ゆっくり歳差運動をしているとすると、(2.12) 式は

$$W = \pi \hbar c R_y \alpha^2 (m / M) g_I Z^3 / n^3 \cdot [F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)] / [J(J+1)(L+1/2)] \quad \cdots \cdots (2.13)$$

となる。ここで、 n は主量子数、 Z は核の電荷である。そして、 R_y はリュードベリー定数、 α は微細構造定数であって、それぞれ $R_y = me^4 / 4\pi\hbar^3 c (cm^{-1})$ 、 $\alpha = e^2 / \hbar c$ である。(2.13) 式の F は $I \geq J$ ならば、 $F = I + J, I + J - 1, I + J - 2, \dots, I - J$ の値をとる。セシウム原子の場合、 $I = 7/2, J = 1/2$ であるから $F = 4$ と $F = 3$ の二つが可能である。

以上は外部磁場が零での超微細構造のベクトルモデルの説明であるが、実際には外部磁場を与えて、それによって分離するエネルギーレベルの中でも最も外部磁場に依存しない二つのエネルギー間の遷移を利用する。第2.3図(a)及び(b)にこれをベクトルモデルで示した⁽²⁴⁾。 F 自身は静磁場 H_0 の回りを比較的ゆっくり歳差運動する (10~30 kHz で) が、 J は合成量 F の回りをこれに比べ速く回転する。そして、その角度は m_F によって



第2.3図 水素原子タイプ原子のベクトルモデル⁽²⁴⁾

違う。電子による磁気モーメント μ_J は、核の磁気モーメント μ_I より大きく、角運動量 J とは反対方向を向く。従って、合成量 μ は F に沿っての方向をとらない。 I と J が F の回りを高速で歳差運動をするから、 μ も同じく F の回りを高速で歳差運動をし、この周波数が 9193 MHz である。第2.4図(a)及び(b)は周波数標準に使うクロック遷移についてのベクトルモデルを示す。 $\vec{H}$ は静磁場方向と同じ方向に掛ける高周波 (RF) 磁場を示し、これに共鳴して磁気モーメントの方向が反転する。

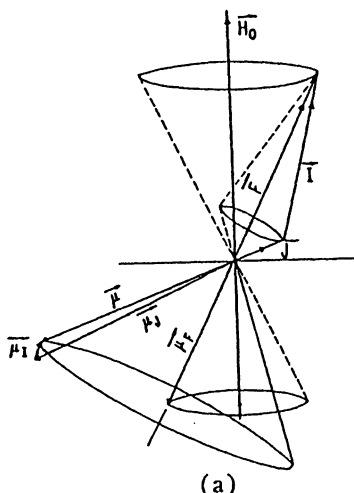
次に量子力学による理論式の導入について述べる。セシウム原子の場合、最外殻に電子が1個ということで磁気モーメントに関係するハミルトニアンは核の電気四重極モーメントと電子の電荷分布の相互作用がないため

$$\mathcal{H} = aI \cdot J + \mu_0 g_J J \cdot H_0 + \mu_0 g_I I \cdot H_0$$

$$= aI \cdot J + \mu_0 g_J J_z H_0 + \mu_0 g_I I_z H_0 \quad \dots\dots(2.14)$$

となる。ここで、 a は超微細構造定数である。ハミルトニアン $\mathcal{H}$ は $m_F = J_z + I_z$ と可換であるから、 m_F を使った表示で対角化できる。従って、まず磁場が零で第1項だけとしたときの状態ベクトルを I と J の合成 (即ち (I_z, J_z) 表示を採用する) で作り、これの対角化のための永年方程式を解く。そして、 m_F 表示 (後に F, m_F 表示になる) でのエネルギーレベルと、それに対する状態ベクトルを合成された状態ベクトル $|F m_F\rangle$ は状態ベクトル $|I I_z\rangle, |J J_z\rangle$ 直積から作ることが出来て、

$$|F m_F\rangle = \sum_{I_z, J_z} \langle I J I_z J_z | I J F m_F \rangle |I I_z\rangle |J J_z\rangle$$



$$= \sum_{I_z, J_z} \langle I J I_z J_z | I J F m_F | I_z J_z \rangle \quad \dots\dots(2.15)$$

というユニタリ変換を利用する。この係数は Clebsch-Gordon 係数と呼ばれる。この係数を $I=7/2, I_z=-7/2, -5/2, \dots, 7/2, J=1/2, J_z=\pm 1/2$ について計算すると第2.1表が得られる。次に外部磁場がある場合のエネルギーレベルを考える。磁場がある場合の (2.14) 式ハミルトニアンは m_F と交渉するため m_F 表示で対角化出来るのであるが、第2.1表からも分かるように、 $m_F = \pm I \pm 1/2$ でない場合 m_F が $F=3, 4$ どちらかという不確定さが残る。これには、この 2×2 の副行列と永年方程式を解いてエネルギーの値を求め、 F の値との対応は磁場が零の場合との連続性から決定する。求めた計算式は $m_F = \pm I \pm 1/2$ の場合も適用できて

$$W_{F=I \pm 1/2, m_F} = -\Delta W / (4I+2) + \mu_0 g_I m_F H_0 \pm \Delta W / 2 \cdot [1 + 4m_F x / (2I+1) + x^2]^{1/2} \quad \dots\dots(2.16)$$

である。これは Breit-Rabi の式⁽²⁵⁾と呼ばれている。ここで、 ΔW は零磁場での $F=I+1/2$ と $F=I-1/2$ 間の超微細構造エネルギーの間隔である。そして、

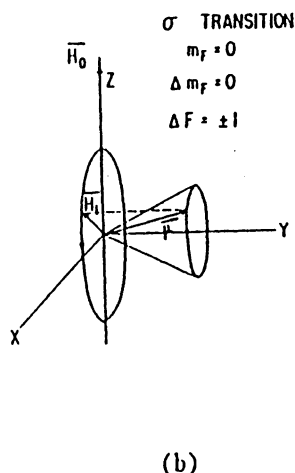
$$x = (g_J - g_I) \mu_0 H_0 / \Delta W \quad \dots\dots(2.17)$$

である。(2.16) 式の様子を第2.2図に示した。

周波数標準に用いる ($F=4; m_F=0$) $\rightarrow$ ($F=3, m_F=0$) 遷移 (クロック遷移) は一番磁場依存性が弱く

$$\nu = \nu_0 + 427.18 H_0^2 - 9.93 \times 10^{-6} H_0^4 \text{ (Hz)} \quad \dots\dots(2.18)$$

と表される。ここでの磁場の強さ H_0 の単位は Oe である。通常の磁場 0.1~0.01 Oe では第2項までで十分であ



第2.4図 (a) 静磁場での正の核磁気モーメントをもつ原子のベクトルモデル (寸法は誇張してある)。

(b) $m_F=0$ の σ 遷移に関する遷移過程の古典的モデル⁽²⁴⁾

表2.1 外部磁場零での Clebsh-Gordon 係数による状態ベクトルの合成⁽²⁶⁾

$IF, m_F >$	$\sum_{I_1, J_1} < I_1, J_1, I_2, J_2 I, J, F, m_F > I_1, J_1 >$
$ 4, 4 >$	$7/2, -1/2 >$
$ 4, 3 >$	$\sqrt{1/8} 7/2, -1/2 > + \sqrt{7/8} 5/2, 1/2 >$
$ 4, 2 >$	$\sqrt{1/4} 5/2, -1/2 > + \sqrt{3/4} 3/2, 1/2 >$
$ 4, 1 >$	$\sqrt{3/8} 3/2, -1/2 > + \sqrt{5/8} 1/2, 1/2 >$
$ 4, 0 >$	$\sqrt{1/2} 1/2, -1/2 > + \sqrt{1/2} -1/2, 1/2 >$
$ 4, -1 >$	$\sqrt{5/8} -1/2, -1/2 > + \sqrt{3/8} -3/2, 1/2 >$
$ 4, -2 >$	$\sqrt{3/4} -3/2, -1/2 > + \sqrt{1/4} -5/2, 1/2 >$
$ 4, -3 >$	$\sqrt{7/8} -5/2, -1/2 > + \sqrt{1/8} -7/2, 1/2 >$
$ 4, -4 >$	$ -7/2, -1/2 >$
$ 3, -3 >$	$\sqrt{1/8} -5/2, -1/2 > - \sqrt{7/8} -7/2, 1/2 >$
$ 3, -2 >$	$\sqrt{1/4} -3/2, -1/2 > - \sqrt{3/4} -5/2, 1/2 >$
$ 3, -1 >$	$\sqrt{3/8} -1/2, -1/2 > - \sqrt{5/8} -3/2, 1/2 >$
$ 3, 0 >$	$\sqrt{1/2} 1/2, -1/2 > - \sqrt{1/2} -1/2, 1/2 >$
$ 3, 1 >$	$\sqrt{5/8} 3/2, -1/2 > - \sqrt{3/8} 1/2, 1/2 >$
$ 3, 2 >$	$\sqrt{3/4} 5/2, -1/2 > - \sqrt{1/4} 3/2, 1/2 >$
$ 3, 3 >$	$\sqrt{7/8} 7/2, -1/2 > - \sqrt{1/8} 5/2, 1/2 >$

る。これに反して磁場に強く依存し、磁場の設定及び評価に使われる遷移は

$$\begin{aligned} \nu(F=4, m_F) &\leftrightarrow (F=3, m_F) \\ &= \nu_0[1+m_F x / 4 + (1-m_F^2 / 16)x^2 / 2] \\ &= \nu_0 + 7.0062 \times 10^5 m_F H_0 \\ &\quad + 26.699(16-m_F^2)H_0^2 \quad (\text{Hz}) \quad \dots\dots(2.19) \end{aligned}$$

である。更に、低周波で磁場の分布の一様性評価に使われたりする遷移は

$$\begin{aligned} \nu &= (F=3, m_2) \leftrightarrow (F=3, m_1) \\ &= -\mu_0 g_I H_0 / h + \nu_0 [x / 4 - (2m_1 - 1)x^2 / 32] / 2 \\ &= 350.870 \times 10^3 H_0 - 13.349(2m_1 - 1)H_0^2 \quad (\text{Hz}) \\ &\quad \dots\dots(2.20) \end{aligned}$$

あるいは

$$\begin{aligned} \nu(F=4, m_2) &\leftrightarrow (F=4, m_1) \\ &= \mu_0 g_I H_0 / h + \nu_0 x / 4 - (2m_1 + 1)x^2 / 32] / 2 \\ &= 349.746 \times 10^3 H_0 - 13.349(2m_1 + 1)H_0^2 \quad (\text{Hz}) \\ &\quad \dots\dots(2.21) \end{aligned}$$

である。ここで、 m_1 は遷移に関わる二つのレベル m_1, m_2 で低い方の m_1 である。

次に外部磁場がある場合の状態ベクトルは固有値 (2.16) 式に対応する固有ベクトルを求めることによる。例えば⁽²⁶⁾,

$$\begin{aligned} |F=4, m_F=0 > &= \alpha |I=1/2, J=-1/2 > \\ &\quad + \beta |I=-1/2, J=1/2 > \\ &\quad \dots\dots(2.22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |F=3, m_F=0 > &= \gamma |I=1/2, J=-1/2 > \\ &\quad + \delta |I=-1/2, J=1/2 > \\ &\quad \dots\dots(2.23) \end{aligned}$$

但し、係数 α, β は

$$\begin{aligned} \alpha &= [4a / \{(g_J + g_I)\mu_0 H_0 / 2 + a / 4 + W_{4,0}\}] \\ &\quad / [1 + \{4a / ((g_J + g_I)\mu_0 H_0 / 2 \\ &\quad + W_{4,0})\}^2]^{-1/2} \quad \dots\dots(2.24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta &= [1 + \{4a / ((g_J + g_I)\mu_0 H_0 / 2 + a / 4 \\ &\quad + W_{4,0})\}^2]^{-1/2} \quad \dots\dots(2.25) \end{aligned}$$

ここで、 $W_{4,0}$ は $(F=4, m_F=0)$ レベルのエネルギー (固有値) である。 γ, δ は $W_{4,0}$ を $W_{3,0}$ で置き換えることによって得られる。

2.3 ラムゼイ共鳴遷移

(1) ラムゼイ共鳴式

Shirley によって示唆された方法⁽²⁷⁾⁽²⁸⁾ でのラムゼイ共鳴式を導入する。これは主な実験条件を満たす一般的なものであるが、個々の条件によっては別の詳細な扱い (隣接遷移も同時に扱うとか) が必要である。

エネルギー E_p, E_q の二つの固有状態ベクトルを ϕ_p, ϕ_q とすると任意と状態 Ψ は

$$\Psi = p\phi_p + q\phi_q = \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} \quad \dots\dots(2.26)$$

で表される。この式での p, q 確率振幅で

$$p^* p + q^* q = 1 \quad \dots\dots(2.27)$$

の規格化条件を満足する。(2.8) 式で、二つの基本状態をもつ場合である。振動磁場は $t=0$ から $t=\tau$ まで $\cos\{\omega t + \phi_M(t)\}$ に比例するとし、 $\phi_M(t)$ は位相変調の様子を表すとする。更に、状態 ϕ_p と ϕ_q を結び付けている振動を $2\hbar b$, その対角要素を $2\hbar d$ と $2\hbar f$ にし、(2.8) 式のシュレーディンガー方程式を行列で示すと、

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_p & 0 \\ 0 & E_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\hbar d & 2\hbar b \\ 2\hbar b & 2\hbar f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} \quad \dots\dots(2.28)$$

となる. この式での相互作用ハミルトニアン⁽²⁹⁾の行列要素 b は, Torrey によって計算されていて⁽²⁹⁾ σ 遷移の場合

$$2b = -\mu_0 / \hbar \cdot (g_J - g_I) \cdot [1 - \{2m_F / (2I+1)\}^2] H_z / R \quad \text{.....(2.29)}$$

である. ここで

$$R = [1 + 4m_F / (2I+1) + x^2]^{1/2} \quad \text{.....(2.30)}$$

である. 但し, x は (2.17) 式で表される. H_z は H_0 に平行な RF 成分である. そして, g_I は g_J に比べて無視できるので,

$$2b = -2H_z / \hbar \cdot \{ (g_J \mu_0 / 2)^2 - (\mu_F, m_F)^2 \}^{1/2} \quad \text{.....(2.31)}$$

と近似される. ここで, μ_F, m_F は実効双極子モーメントで

$$\begin{aligned} \mu_{I \pm 1/2, m_F} &= -\partial W_{I \pm 1/2, m_F} / \partial H \\ &= \pm g_J \mu_0 \{ x + 2m_F / (2I+1) \} / R \end{aligned} \quad \text{.....(2.32)}$$

である. そして, (2.28) 式を解くために位相因子変換法を導入する. これは,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} p' e^{-i\alpha(t)} \\ q' e^{-i\beta(t)} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} e^{-i\alpha(t)} & 0 \\ 0 & e^{-i\beta(t)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p' \\ q' \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \text{.....(2.33)}$$

の関係を利用する. この (2.33) 式を (2.28) 式に代入して, 両辺に (2.33) 式右辺の左側の行列の逆行列を掛けて整理し, 更に左辺第 1 項を移項すると,

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} E_p - \hbar \dot{\alpha}(t) & 0 \\ 0 & E_q - \hbar \dot{\beta}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p' \\ q' \end{bmatrix} \\ 2\hbar \begin{bmatrix} d & b e^{i(\alpha(t) - \beta(t))} \\ b e^{-i(\alpha(t) - \beta(t))} & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p' \\ q' \end{bmatrix} \\ &= \cos(\omega t + \Phi_M(t)) \quad \text{.....(2.34)} \end{aligned}$$

となる. 次に

$$\alpha(t) - \beta(t) = \omega(t) + \dot{\Phi}_M(t) \quad \text{.....(2.35)}$$

として, (2.34) 式に代入すると右辺第 2 項は時間に依存する項としない項に分離できて,

$$\begin{aligned} \hbar \begin{bmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{bmatrix} \\ + \hbar \begin{bmatrix} 2d \cos(\omega t + \Phi_M(t)) & b e^{2i(\omega t + \Phi_M(t))} \\ e^{-2i(\omega t + \Phi_M(t))} & 2f \cos(\omega t + \Phi_M(t)) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \text{.....(2.36)}$$

となる. また,

$$\hbar \{ \dot{\alpha}(t) + \dot{\beta}(t) \} = E_p + E_q \quad \text{.....(2.37)}$$

とすると, (2.34) 式右辺第 1 項の対角要素同志は和をとると零になるから, それぞれは $\pm \hbar c$ (c については

後に (2.45) 式のところで述べる) の形になる. 更に,

$$E_p - E_q = \hbar \omega_0, \Delta = (\omega - \omega_0) / 2 \quad \text{.....(2.38)}$$

とすると,

$$\begin{aligned} E_p - \hbar \dot{\alpha}(t) &= E_p - \hbar / 2 \cdot \{ \omega + \dot{\Phi}_M(t) \\ &\quad + 1 / \hbar \cdot (E_p + E_q) \} \\ &= -\hbar (\Delta + \dot{\Phi}_M(t) / 2) \quad \text{.....(2.39)} \end{aligned}$$

となる. 同様にして,

$$E_q - \hbar \dot{\beta}(t) = \hbar (\Delta + \dot{\Phi}_M(t) / 2) \quad \text{.....(2.40)}$$

となるから, (2.34) 式の時間に依存しない項 $\mathcal{H}_0$, する項を $\mathcal{H}_1$ とすると,

$$\mathcal{H}_0 = \begin{bmatrix} -\hbar (\Delta + \dot{\Phi}_M(t) / 2) & \hbar b \\ \hbar b & \hbar (\Delta + \dot{\Phi}_M(t) / 2) \end{bmatrix} \quad \text{.....(2.41)}$$

となり,

$$\mathcal{H}_1 = \begin{bmatrix} 2\hbar d \cos(\omega t + \Phi_M(t)) & \hbar b e^{i2(\omega t + \Phi_M(t))} \\ \hbar b e^{-i2(\omega t + \Phi_M(t))} & 2\hbar f \cos(\omega t + \Phi_M(t)) \end{bmatrix} \quad \text{.....(2.42)}$$

となる. ここで, $\omega \gg b$ ならば $\mathcal{H}_1$ 項の影響は小さい. 実際, $d, f = 0$ とした場合と $b = 0$ とした場合についての評価は Shirley によってなされている⁽²⁷⁾. 前者は Bloch-Siegert シフトといわれて, これによるラビ共鳴周波数シフトは,

$$\omega_{\text{res}} - \omega_0 = b^2 / \omega \quad \text{.....(2.43)}$$

と表される. これは後に述べる (2.69) 式でラムゼイ共鳴周波数シフトに換算すると, 共振器長 55 cm, 線幅 300 Hz の場合 8×10^{-15} と小さい. 但し, 共鳴周波数で規格化している. また, 後者は小さな高振動を起こすだけである⁽²⁷⁾.

$\mathcal{H}_1$ を無視すると $\mathcal{H}_0$ のみをハミルトニアンとする (回転場近似) シュレーディンガーの式が成立し, その解は

$$\Psi(\tau) = \exp(-i \mathcal{H}_0 \tau / \hbar) \Psi(0) \quad \text{.....(2.44)}$$

となる. ここで, $\mathcal{H}_0$ は 2×2 の行列であり, これの指数関数の 2×2 行列への展開を次のようにして得る. まず, $\mathcal{H}_0$ の固有値 $\pm \hbar c$ (但し, $\Delta' = \Delta + \dot{\Phi}_M(t) / 2$ とすると $c^2 = b^2 + \Delta'^2$) を使って $\mathcal{H}_0 / \hbar c = \mathcal{H}_0' / c$, $c\tau = \phi$ とすると,

$$\begin{aligned} \exp(-i \mathcal{H}_0 \tau / \hbar) &= \exp(-i \mathcal{H}_0' c \tau) \\ &= \exp(-i \mathcal{H}_0' \phi) \quad \text{.....(2.45)} \end{aligned}$$

となる. これを U とすると

$$dU / d\phi = -i \mathcal{H}_0' \exp(-i \mathcal{H}_0' \phi) = -i \mathcal{H}_0' U$$

$$\therefore d^2 U / d\phi^2 = -\mathcal{H}_0'^2 U \quad \text{.....(2.46)}$$

あるいは

$$d^2 U / d\phi^2 + \mathcal{H}_0'^2 U = 0 \quad \text{.....(2.47)}$$

が成立する。この解は

$$\exp(-i \mathcal{H}_0 \tau / \hbar) \Psi = \exp(c\tau) \Psi \quad \cdots \cdots (2.48)$$

の関係を利用して

$$\begin{aligned} U &= A \cos(\mathcal{H}_0' \phi) + B \sin(\mathcal{H}_0' \phi) \\ &= A \cos(c\tau) + B \sin(c\tau) \quad \cdots \cdots (2.49) \end{aligned}$$

が得られ、初期条件から

$$\begin{aligned} A &= U(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ B &= U'(0) = -i \mathcal{H}_0' U(0) \quad \cdots \cdots (2.50) \end{aligned}$$

が得られる。従って

$$\begin{aligned} U(\tau) &= \cos(c\tau) U(0) - i / \hbar c \sin(c\tau) \mathcal{H}_0' \\ &= \begin{bmatrix} \cos(c\tau) + i \mathcal{A}' / c \sin(c\tau) & -ib / c \sin(c\tau) \\ -ib / c \sin(c\tau) & \cos(c\tau) - i \mathcal{A}' / c \sin(c\tau) \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (2.51) \end{aligned}$$

が得られる。この式は RF 場での相互作用によって原子の状態を変える変換行列である。これを使ってラムゼイ共鳴式を導入する。ラムゼイ共鳴法は、第 1 の共振器でビームとして走っている原子が RF 場を受け、第 2 の共振器まではそれを受けなくて、第 2 の共振器で同じ RF 場を再び受けることで、原子標準器に適した高分解能スペクトルを得る方法である。

第 1 の共振器では時間 $t = 0$ から $t = \tau = l / v$ 間、周波数 $\omega + \dot{\Phi}_M(t)|_{t=\tau}$ を受ける。但し l は共振器で RF 場を受ける長さ、 v は原子の速度である。ここで $\dot{\Phi}_M(t)$ は、共振器中での RF 場の位相変化の割合で、高周波 (RF) 場自身が周波数あるいは位相変調を受けている場合、またはそれと等価な現象、即ちビームの走る方向とマイクロ波の進行方向の直角性が少しずれて原子がそれによる一次ドップラーシフトを感じる場合とか、共振器のビームの通る穴の影響によりマイクロ波の位相が乱れてそれを原子が位相変調として感じる場合で発生する。次の共振器までは即ち $T = L / v$ の間マイクロ波の作用を受けない。しかし、 $\Phi_M(t)$ の時間依存性はここの区間で考える。その間での位相の変化量は、

$$\Phi_M(t, v) = \Phi_M(t) - \Phi_M(t - L / v) \quad \cdots \cdots (2.52)$$

で表される。但し、 t は原子が第 2 共振器へ入る時刻を示している。第 2 共振器では原子は $t = T + \tau$ から $t = T + 2\tau$ 間周波数 $\omega + \dot{\Phi}_M(t)|_{t=T+\tau}$ を受ける。

まず第 1 共振器中での変換行列は

$$U_1 = \begin{bmatrix} \delta_1 & \sigma_1 \\ \sigma_1 & \delta_1 \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (2.53)$$

である。但し、下添え字は第 1 共振器を示し、 σ , δ は (2.51) 式の行列要素を表す。そして、この行列要素の中に含まれる $\mathcal{A}'$ は

$$\mathcal{A}' = \mathcal{A} + \dot{\Phi}_M(t) / 2 \quad \cdots \cdots (2.54)$$

となる。

次のマイクロ波を受けない時間 T では $b = 0$, $c = \mathcal{A}'$ であるから、

$$U_0 = \begin{bmatrix} \exp\{i(\mathcal{A}T + \Phi_M(T + \tau, v))\} & 0 \\ 0 & \exp(-i(\mathcal{A}T + \Phi_M(T + \tau, v))\} \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (2.55)$$

となる。ここで $\mathcal{A} = (\omega - \bar{\omega}_0) / 2$ であるが、この $\bar{\omega}_0$ は前の定義により

$$\bar{\omega}_0 = (\bar{E}_p - \bar{E}_q) / \hbar \quad \cdots \cdots (2.56)$$

である。この場合の $\bar{E}_p$, $\bar{E}_q$ は二共振器間での p と q 状態の平均エネルギーをそれぞれ表し、共振器の場所での平均エネルギーと違う。

第 2 共振器中 $t = T + \tau$ から $t = T + 2\tau$ 間での変換行列は

$$U_2 = \begin{bmatrix} \delta_2 & \sigma_2 \\ \sigma_2 & \delta_2 \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (2.57)$$

となる。但し、下添え字は第 2 共振器を示し、 δ , σ は (2.51) 式の行列要素を示す。そして、

$$\mathcal{A}_2' = \mathcal{A} + \dot{\Phi}_M(t) / 2|_{t=T+\tau} \quad \cdots \cdots (2.58)$$

となる。以上によりラムゼイ共鳴式を導くための変換行列 U_1 , U_0 , U_2 の準備ができた。従って最初の磁石によって選択された状態を

$$\Psi(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (2.59)$$

とすると時間 $t = T + 2\tau$ での解は

$$\Psi(T + 2\tau) = U_2 U_0 U_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (2.60)$$

となる。これにより $p \rightarrow q$ への遷移確率は

$$\begin{aligned} P_{p,q} &= \Psi^*(T + 2\tau) \Psi(T + 2\tau) \\ &= -(\sigma_2 \sigma_2 \delta_1^* \delta_1 + \sigma_1 \sigma_1 \sigma_2^* \delta_2 \\ &\quad + \sigma_1 \sigma_2 \{\delta_1 \delta_2^* \times e^{i(2\mathcal{A}T + \Phi_M(T + \tau, v))} \\ &\quad + \delta_1^* \delta_2^* e^{-i(2\mathcal{A}T + \Phi_M(T + \tau, v))}\}) \quad \cdots \cdots (2.61) \end{aligned}$$

である。この式で共鳴中心近くでは $\mathcal{A}_1$ と $\mathcal{A}_2$ どちらも b に比べて小さく $b_1 = b_2 = b$, $T \gg \tau$ ならば一次近似で

$$\begin{aligned} P_{p,q} &= 1 / 2 \sin^2(2b\tau) \{1 + \cos(2\mathcal{A}T \\ &\quad + \Phi_M(T, v)) - (2\mathcal{A} + \dot{\Phi}_M(t, v)) / b \\ &\quad \cdot \tan(b\tau) \sin(2\mathcal{A}T + \Phi_M(T, v))\} \quad \cdots \cdots (2.62) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $\Phi_M(T, v)$ は二つの共振器間の位相差、 $\dot{\Phi}_M(t, v)$ はマイクロ波位相変調を表す。そして、実際のラムゼイ共鳴スペクトルは各原子の遷移の積算であるから (2.61) あるいは (2.62) に原子の速度分布強度を掛けたものとして求められる。Damms はこの (2.62) 式を時間領域へフーリエ変換してセシウムビームの速度分布算出に利用した⁽³⁰⁾。

(2) ラムゼイ共鳴法の特徴

ラムゼイによって提案されたこの方法は⁽²⁾、多くの利点を持ち光スペクトルでの高分解能スペクトルの観測にも使われている。次にこの方法の主な特徴を述べる。

最初にラムゼイ共鳴スペクトルの振る舞いについて述べる。第1の共振器でのRF場の位相と第2の共振器でのRF場の位相が180°違っていたら、最初のRF場の励起効果を元へ戻してしまうことになる。これと等価なことが、励起RF場周波数をずらすと位相が $2\Delta T$ ずれることによって起きる。このような位相効果を連続的に観測したのがラムゼイ共鳴スペクトルで、ラビ共鳴スペクトルのほぼ中心に起きる。このスペクトルの振幅は一般には中心付近で大きく、中心から周波数が離れるに従って小さくなる。これは、実際の原子が速度分布をもつからで、周波数がずれるに従って原子の飛行時間の違いが位相 $2\Delta T$ に現れこの位相が分散しこの効果が相殺し始めるからである。

ラムゼイスペクトルの線幅は、ほぼ(2.62)式から分かるように原子の速度を一定とすると、中心付近では余弦波で振動するので半値幅の所ではこれが零となり

$$f - f_0 = 1 / (4T), \quad \therefore \Delta f = 1 / (2T) \quad \dots\dots(2.63)$$

が得られる。この値はエネルギーと時間の不確定性関係から得られる最小不確定性に近い値である。これは、ラムゼイ共鳴法が、第1の共振器でのRF場で原子の磁気モーメントの歳差運動を励起し、その状態を T 秒継続したはずの原子の様子を第2の共振器でRF場を照射することによって確認する方法であることに起因する。即ち、正弦波で表される状態を比較的直接測定しているからである。単一のRF励起の場合、即ちラビ共鳴での半値全幅は⁽²³⁾

$$\Delta f = 0.799 / \tau \quad \dots\dots(2.64)$$

となる。但し、 τ はRF場を受ける時間である。原子ビームの速度分布がマックスウエル・ボルツマン分布であっても、

$$\Delta f = 1.07\alpha / l \quad \dots\dots(2.65)$$

となる。ここで、 α は原子ビームの最速速度、 l は共振器長である。これがラムゼイ共鳴では

$$\Delta f = 0.64\alpha / L \quad \dots\dots(2.66)$$

であって、マックスウエル・ボルツマン分布の場合もラムゼイ共鳴が有利である。しかし、欠点としては振幅が若干小さくなることによるS/Nの劣化がある。

次にラビ共鳴での周波数シフトがラムゼイ共鳴シフトにどれだけ影響するかを調べる。ラビ共鳴での周波数シフトを $\delta\omega$ とすると、(2.62)式で $\Phi_M(T, \nu) = 0$ とし、 $\Phi_M(t, \nu) = -\delta\omega$ とおけるから

$$dP_{p,q} / d\Delta = 1 / 2 \cdot \sin^2(2b\tau) \{-2T \sin(2\Delta T)$$

$$\begin{aligned} & -(2/b) \tan(b\tau) \cdot \sin(2\Delta T) \\ & -(2\Delta - \delta\omega) \cdot 2T / b \cdot \tan(b\tau) \\ & \cdot \cos(2\Delta T)\} \quad \dots\dots(2.67) \end{aligned}$$

となる。この方式で $dP_{p,q} / d\Delta = 0$ とおき $T^2 \cos(2\Delta T)$ で除すと

$$\begin{aligned} & \tan(2\Delta T) / T \cdot [1 + \tan(2\Delta T) / bT] \\ & \approx -2\Delta \tan b\tau / bT + \delta\omega \tan(b\tau) / bT \quad \dots\dots(2.68) \end{aligned}$$

となる。ここで遷移確率が最大になるのは、 $2b\tau = \pi / 2$ で、更に $L \gg l$ 、 $T \gg \tau$ 、 $T \ll 1$ であるから左辺は 2Δ になり

$$\omega_{res} - \omega_0 \approx \tan(b\tau) / b\tau \cdot l / L \cdot \delta\omega \quad \dots\dots(2.69)$$

が成立する。この式から、ラムゼイ共鳴の特徴として次のことがわかる。 τ 依存性即ち速度依存性が、それほど大きくないがラビ共鳴シフトの場合と違って存在する。また、ラビ共鳴シフトが l / L だけ小さくできて標準器作りに都合が良い。しかし、 $\delta\omega$ 自身が速度分布依存性をもつ場合、例えば一次ドップラーシフトである場合、 l / L で減少するがマイクロ波パワーに関係する b による周波数変化が起こる。

ラムゼイ共鳴の短所としては、二か所での励振マイクロ波の位相を合わせるのが難しいことである。これについてはラムゼイ共振器の設計の節で詳しく述べるが、位相差の違いによる周波数シフトは、(2.62)式から分かるように

$$\Delta f_{\text{phase}} = -\Phi_M(T, \nu) / 2\pi T \quad \dots\dots(2.70)$$

となる。これは、第2の共振器の位相が $\Phi_M(T, \nu)$ だけ進んでいた場合で、原子はこの周波数だけプラス方向にずれていたと認識するから、制御された出力周波数はマイナス方向にシフトすることによる。このシフトの符号はビーム方向に依存するから、ビーム方向反転によって評価できる。この位相差シフトは、(2.70)式が(2.69)式のように b を直接含んでないのでマイクロ波パワーの影響を受けないようにみえるが、マイクロ波パワーによって遷移確率が変わることに起因するビームの実効速度分布変化の影響を T を介して受ける。

その他には、磁場の値の決め方が隣接遷移を利用しているため、クロック遷移での二乗平均値との違いに起因する誤差の問題もあるが、これも後に述べるように磁場の一様性が一定の良さであれば解決できる。

2.4 本章のまとめ

本章では、第3章以降の内容を展開する上で必要な原理を動作原理と理論式を中心にして述べた。

まず、エネルギーと時間の不確定性関係より $\Delta\nu \cdot \Delta t \geq 1 / (2\pi)$ が成立すること、次に、外からの磁

場、電場とかの状況による体系の時間的性質を記述するハミルトニアン行列を含むシュレーディンガー方程式について述べた。

原子周波数標準器に用いられる超微細構造単位について、まず、ベクトルモデルで考察し、次に、量子力学によってそれを表す Breit-Rabi の式を導き、それに対応する固有ベクトルを導いた。

高周波 (RF) 場での相互作用に関する変換行列を、二つの固有状態間の遷移のみに限定する位相因子法で回転場近似でのシュレーディンガー方程式の解として求めて、ライゼイ共鳴式を導入した。そして、ラムゼイ共鳴法が、エネルギーと時間の不確定性関係から導かれる最小不確定性に近い値を測定できる方法であり、周波数標準器にとって有用な高分解能技法であることを述べた。

3. 設計・試作と特性

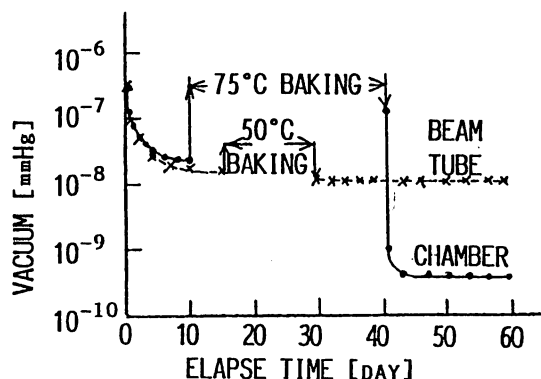
3.1 設計方針

昭和50年度から比較的小形で高精度な一次周波数標準器を実現するために設計・試作を始めた。当時、ドイツ物理工学研究所 (PTB) の CS 1 は第1.1表に示されているように、他に比べて小形であるが性能が良かった。この一次標準器の特徴はビーム形成に六極磁石を使用していたことであった。この特徴に対する興味と、ビーム形成に六極磁石を使う水素メーザ標準器を開発し、このビームオプティックスの最適化技術に関する実験・検討の経験を既に持ち合わせていたことで、六極磁石を使うセシウムビームオプティックスを採用した。その他空洞共振器、磁場、制御系などの重要な技術については、外国の検討・成果を参考にしながらも、できるだけ独自の方式をとって高精度化を図ることにした⁽⁸⁾。

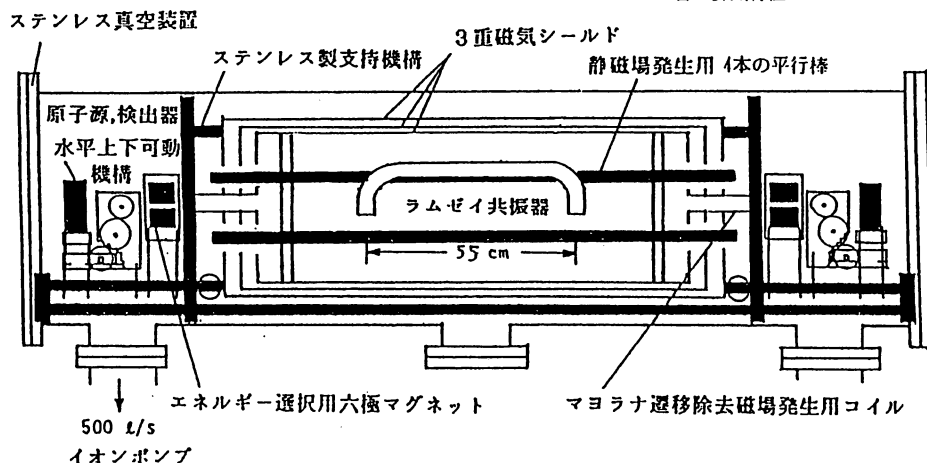
3.2 ビーム管の設計・試作と特性

第3.1図に示しているビーム管の寸法を決定する上で一番考慮したのは、磁気シールドの磁気特性である。最内層シールドの長さは磁気焼鈍装置に入るもので最大ということで1m、形は円筒にした。この内径は、円筒上のパーマロイ金属板の接続箇所からの局所的影響を恐れて大きくするが、これを包む真空層の径が大きくなりすぎないように、しかも、ラムゼイ共振器の曲がり角を急激にはしないように31.4cmとした。従って、ビーム管の内径は45cm、共振器長は55cmとした。共振器へのマイクロ波導入は、従来の装置では導波管のままだが多かったが、これでは磁気シールドへ比較的大きな孔を開けることになり内部の磁場を乱すこと、また組み立てや取り扱いの容易さも考えて、断面積の小さい141セリリジッドケーブルで磁気シールド内にマイクロ波を導入し、磁気シールド内で同軸導波管変換器を使用することにした。

第3.2図は組み立て前の真空槽の排気特性を示す。真空度はイオンポンプの所での測定値である。装置として



第3.2図 組み立て前の真空槽状態でのビーム管と組み立て後のビーム管の排気特性



第3.1図 セシウムビーム一次周波数標準器 CS 1 のビーム管

組み上げ後の運転では、約1か月後で 2×10^{-8} Torr となり到達真空度としては十分な値が得られている。

(1) ビームオブティックス

ビーム系の最適設計をする目的で数値計算法を利用するビーム軌道計算プログラムを開発した。ビーム軌道法による計算の大きな特色はセシウム標準器のビームオブティックスのシミュレーションができることである。これにより、ビーム効率とマイクロ波との相互作用時のビーム状況が分かる。前者は周波数安定度、後者は周波数精度等に大きく関係し、それらの解析と改善に寄与する。本節では、このビーム軌道計算方法を示し、ビーム効率とビーム軌道への影響を計算して実験値と比較する。また、この六極磁石方式のビーム効率関係の特徴を明らかにするため、現在各国で開発がなされている光励起式セシウムビーム標準器の場合の計算結果も示す^{(11)(31)~(33)}。

第3.3図に実験と計算に使用した通信総合研究所セシウムビーム一次周波数標準器 Cs 1 のビームオブティックス構成例を示す。

セシウム原子と真空での平均自由行程がコリメータ長さより大きいとしてコリメータでの通過が分子流として扱えとすると、円筒形のコリメータで半径を r 長さを L とした場合、 $L > 4r$ では B. B. Daiton の文献(34)からコリメータからのビームの噴出量は、

$$dN = \nu_1 \cos \theta \cdot (d\omega / \pi) \pi r^2 T_{\text{dir}} \quad \text{.....(3.1)}$$

と表される。ここで、 ν_1 は単位時間に単位面積を通過する原子数である。これは、原子の密度を n 、速度を v とすると、

$$\nu_1 = (1/4) n v \cdot f(v) v^2 dv \quad \text{.....(3.2)}$$

となる。ここで密度 n は、原子源の中での温度に依存するセシウム原子の飽和蒸気圧を P 、絶対温度を K とすると、

$$n = 0.965 \times 10^{19} P / K \quad (\text{個数/cm}^3) \quad \text{.....(3.3)}$$

となる。圧力 P は R. E. Honig の文献(35)から計算して、

$$P = 10^{(-4.40 \times 10^{-5}) + (6.02 \times 10^{-2})(K - 19.71)} \quad (\text{Torr}) \quad \text{.....(3.4)}$$

となる。(3.2) 式右辺の $f(v)v^2$ はマックスウェル・ボルツマン速度分布を表す。そして、 $(1/4) n v$ は分子流においての単位面積を通過するコンダクタンスである。従って (3.1) 式の T_{dir} は、厚みの薄い板に開けた孔(面積: πr^2) からの角度 θ 方向での通過量のコリメータの形状による $\cos \theta$ 則からのずれを表す。そして、(3.1) 式の $(d\omega / \pi)$ は、コリメータ出口から外への単位立体角である。 T_{dir} は Daiton の文献(33)から、 $p = (L / 2r) \cdot \tan \theta \leq 1$ では、

$$T_{\text{dir}} = 1 - (2 / \pi) (1 - a) (\sin^{-1} p + p(1 - p^2)^{1/2}) + (4 / 3\pi p) (1 - 2a) (1 - (1 - p^2)^{3/2}) \quad \text{.....(3.5)}$$

である。この式の右辺で $1 - (2 / \pi) (\sin^{-1} p + p(1 - p^2)^{1/2})$ がコリメータ入口から出口へ直接通過する量に、他は管内壁から飛来する量に関係する。そして、 $p \geq 1$ では、

$$T_{\text{dir}} = a + 4(1 - 2a) / (3\pi p) \quad \text{.....(3.6)}$$

である。但し、(3.5) 式と (3.6) 式での a は

$$a = [\{u(u^2 + 1)^{1/2} - u^2\} - \{v(v^2 + 1)^{1/2} - v^2\}] / [\{u(2v^2 + 1) - v\} / (v^2 + 1)^{1/2} - \{v(2u^2 + 1) - u\} / (u^2 + 1)^{1/2}] \quad \text{.....(3.7)}$$

である。そして、この式での u, v は

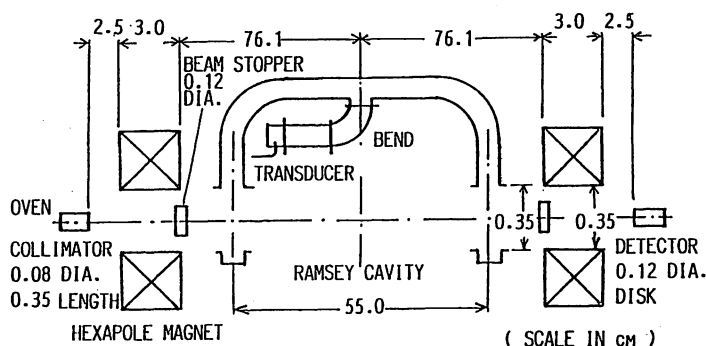
$$u = (L / 2r) - v \quad \text{.....(3.8)}$$

$$v = L \sqrt{7} / (3r + 2r \sqrt{7}) \quad \text{.....(3.9)}$$

である。更に、上記 (3.1) 式での微小立体角 $d\omega$ は

$$d\omega = \sin \theta d\theta d\psi \quad \text{.....(3.10)}$$

と表される。 ψ は軸に対する回転角である。この式は、コリメータ軸と軸を同じくする頂角 2θ の円錐底面の一番外側のリング上の面素を通る量を表す為である。



第3.3図 セシウムビーム一次周波数標準器 Cs 1 のビームオブティックスとラムゼイ共振器部構造

計算においては、ビームコリメータは点光源でなく一定の大きさをもつ実状を考慮するために、0.1 mm 直径の多数の小コリメータが束を作っていて、その各コリメータの指向性は元のコリメータの寸法によるものと同じであると仮定（以後この方法を細管近似と呼ぶ）した。

第3.4図には第3.3図の 3 cm 六極磁石の形状を示した。六極磁石のポールピース間のポテンシャル V はその形状、永久磁石部の強度とポールピースとの接続状況によって⁽³⁶⁾

$$V = Cr^3 \cos 3\psi \quad \cdots \cdots (3.11)$$

と与えられる。但し、ここでは円筒座標 (r, ψ, z) が採用されていて、 z 軸は六極磁石の中心軸と一致する。

(3.11) 式中の C は係数である。 r と ψ 方向の磁場は上式の勾配として表され、

$$H_r = -H_{\max}(r/r_0)^2 \cos 3\psi \quad \cdots \cdots (3.12)$$

$$H_\psi = H_{\max}(r/r_0)^2 \sin 3\psi \quad \cdots \cdots (3.13)$$

$$|H| = \sqrt{H_r^2 + H_\psi^2}, \quad H_{\max} \text{ at } r = r_0 \quad \cdots \cdots (3.14)$$

が得られる。ここで、 r_0 は六極磁石内接円の半径である。原子に関係する力の運動方程式は次の成分をもち、

$$F_r = m\{d^2r/dt^2 - r(d\psi/dt)^2\} \quad \cdots \cdots (3.15)$$

$$F_\psi = m \cdot r \cdot d(r^2 d\psi/dt)/dt \quad \cdots \cdots (3.16)$$

となる。ここで、 m は原子の質量である。一方、原子に掛かる力は (2.14) 式の相互作用エネルギーを使って、

$$F = -\partial W / \partial H \cdot \nabla H \quad \cdots \cdots (3.17)$$

となる。ここで、 $-\partial W / \partial H$ は実効双極子モーメントと呼ばれ μ_{eff} で表される。ここでの相互作用エネルギーはスカラーであるから、

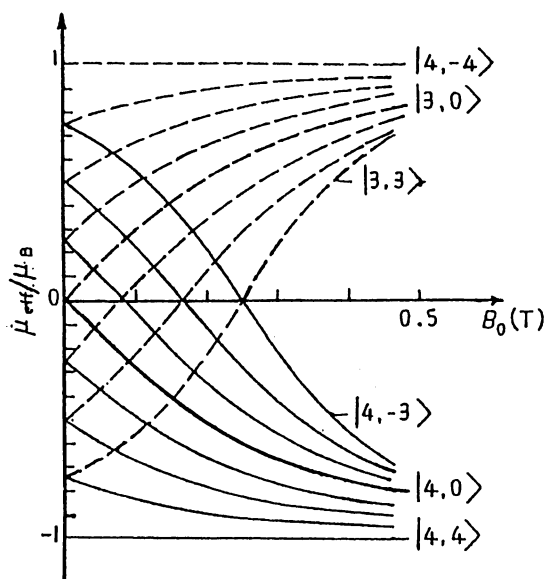
$$F = -\nabla W = \mu_{\text{eff}} \cdot \frac{\partial}{\partial r} H_{\max}(r/r_0)^2 i \quad \cdots \cdots (3.18)$$

とすることができる。ここで、 i は r 方向の単位ベクトルである。(3.15), (3.16) 式は、

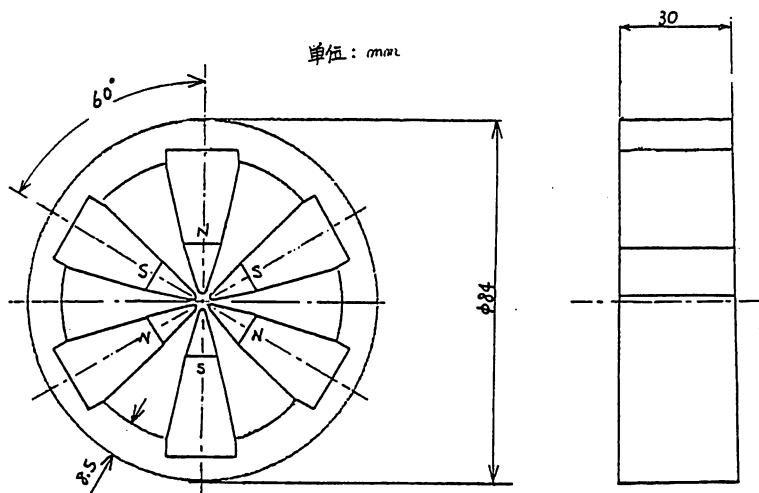
$$m\{d^2r/dt^2 - r(d\psi/dt)^2\} = \mu_{\text{eff}} \cdot 2H_{\max}r/r_0^2 \quad \cdots \cdots (3.19)$$

$$d(r^2 d\psi/dt)/dt = 0 \quad \cdots \cdots (3.20)$$

となる。実効双極子モーメントは磁場の強度 H_0 の関数であり、セシウム原子の各状態に対し様々な値を第3.5図のようにとる。これは (2.16) から、



第3.5図 セシウム原子基底状態の超微細構造実効双極子モーメントの磁束密度依存性



第3.4図 長さ 3 cm 六極磁石形状。ポールピース、永久磁石は開き角 30° の形状をしていて、ポールピース先端部は放物線の形が望ましいが円弧で近似してある。この先端部磁極間距離が最短になる所が磁束密度が一番強くこの例では 0.560 ± 0.05 T である。

$$\mu_{\text{eff}}(F = 7/2 \pm 1/2, m_F) \approx \pm(x + m_F/4) / \{(1 + 1/(2m_F x) + x^2)^{1/2}\} \cdot (\mu_0) \quad \dots\dots (3.21)$$

となる⁽²⁴⁾。ここで、 $x = -2\mu_0 H_0 / \Delta W = -3.052 \times 10^{-4} H_0$ (H_0 の単位は Oe) である。(3.19), (3.20), (3.21) 式を解析的に解くのは難しい。そこで、Runge-Kutta 法を用いて $(r, \dot{r}, \psi, \dot{\psi})$ の連立微分方程式として数値的に解いた。例えば、 $(r, \dot{r}, \psi, \dot{\psi})$ の数値が 3 cm の磁石の場合 10 回計算される。その 10 区分の各々での飛行時間は r の値によって変わらないとする。また、 $r < 1(10r_0)$ では磁場ポテンシャルが非常に小さくなるので自由空間と同じ運動だと仮定する。これにより、 $r < 0$ で式が発散するのを防止している。

ここで採用した Runge-Kutta 法は、初期の段階における 6 cm の磁石を使うビームオプティックスの設計と⁽³¹⁾⁽³²⁾、現在の 3 cm の磁石を使うビームオプティックスの設計と解析に用いられた⁽¹¹⁾⁽³³⁾。中国計量科学研究院の Huang Bingying もこの方法を、六極磁石を使用するセシウム標準器の設計に用いてビームオプティックスのシミュレーションに有用であることを示した⁽³⁷⁾。

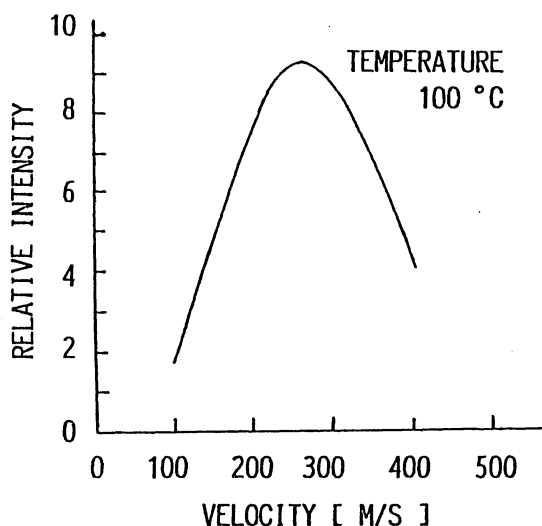
本研究でのビーム軌道計算法の特徴を次に要約する。

- (1) 原子の出発点は、従来良く使われている一点光源の取り扱いではなく、コリメータの有限の大きさを考慮した「細管近似法」でビーム軌道計算に必要な出発点の違いを取り入れている。これは、六極磁石内の軌道計算においてビーム軸に垂直な径方向の運動が径方向の六極磁石の磁束密度の変化に大きく依存するために重要である。但し、この方法は、ビーム量が 20 % 程多めにでるのでビーム量の定量評価ではこれを考慮しなければならない。
- (2) 六極磁石内の軌道を計算する際使うセシウム原子の実効磁気双極子モーメントの磁束密度依存性を使っている。この値が第 3.5 図に示されているようにセシウム原子の場合 0.5 T 以下で方向量子数 m_F によって大きく違っている。水素原子の場合は、これが 0.05 T 位で全部の磁気双極子モーメントが飽和するので一定とした扱いをしている⁽⁵⁸⁾。この扱いでは、ビームが一点光源から出たとすると六極磁石内で進むに従ってビーム軸から正弦波状の振る舞いをする。その波長を λ とすると $1/4\lambda$ と $3/4\lambda$ の軌道をとる原子のみがビームとして集束することになるので計算が単純になり光学レンズに似た扱いができる利点があり、水素メーザ標準器のビームオプティックスの設計に用いられている⁽⁵⁹⁾。(3) ψ 方向の運動が考慮でき六極磁石のポールピースの形状を計算に入れてポールピース間の磁束密度によるビーム集束の設計計算が容易になる。(4) ビーム軌道によるシミュレーションなので、ビームとマイクロ波との相互作用に基づく周波数シフト（共振器位相分布、一次ドップラー

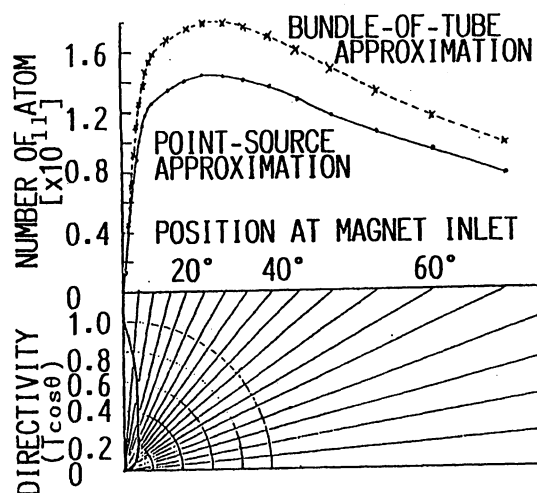
効果などの影響による）計算を容易に取り入れて確度評価に利用することができる。

第 3.6 図は、コリメータ出口でのセシウムビーム強度の速度依存性計算値を示す。110 m/s と最確速度 270 m/s の強度比は 0.23 : 1.0 である。コリメータの寸法は、温度の増加によるビーム強度確保が原子の平均自由行程を短くしてコリメータの指向性を妨げないように決める。

第 3.7 図は下側に第 3.3 図に示した直径 0.8 mm、長さ 3.8 mm の寸法のコリメータの指向性 $T_{\text{dir}}, \cos \theta$ を示し、上側はそのコリメータから 2.5 cm 離れた六極磁石の入り口でのビーム強度で、コリメータ軸と軸を同じ



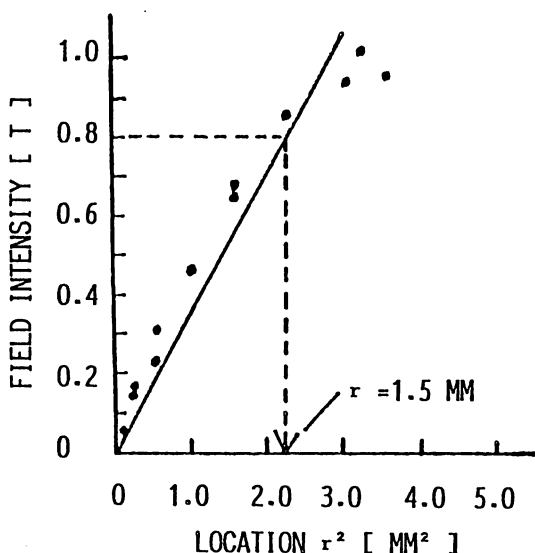
第 3.6 図 コリメータ出口でのセシウムビーム強度の速度依存性⁽³²⁾



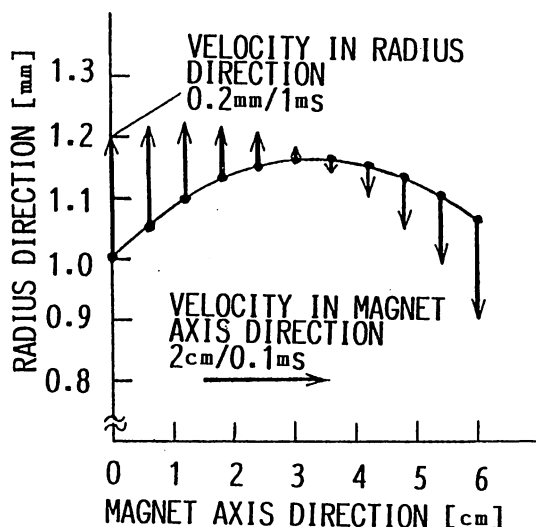
第 3.7 図 コリメータ出口でのビーム指向性（下側）と六極磁石入り口でのビーム強度⁽³³⁾

くする円錐底面の角度幅 1° のリングを通る単位 ($F=4$, $m_F=0$) のセシウム原子の数を表す。温度 112°C での計算である。図から細管近似の方が 20% 程多いのがわかるが、細管の直径とコリメータのそれとの比が大きくなるに従って点光源近似と同じになる。しかし、細管近似の方がビーム軌道計算に必要な出発点の違いを取り入れることができるのでビームのシミュレーション計算には適する。

第3.8図は、以前の実験で使用した長さ 6 cm, 内接円の直径 1.5 mm の六極磁石ポールピース間磁束密度の r^2 依存性を示す。内接円の半径は 1.5 mm である。

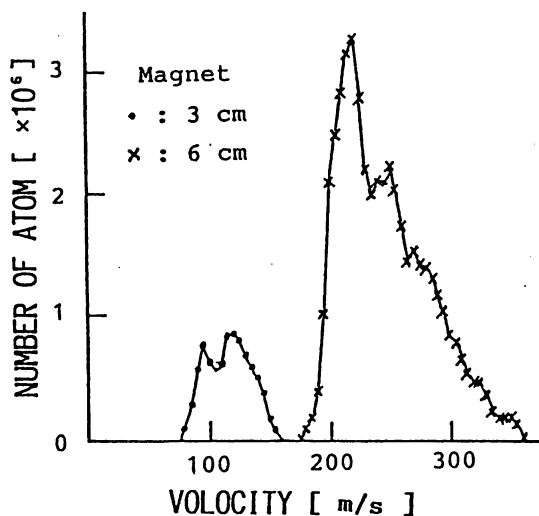


第3.8図 6 cm 六極磁石ポールピース間磁束密度の r^2 依存性⁽³²⁾



第3.9図 六極磁石内でのビーム軌道と径方向速度⁽³³⁾

ビーム軌道計算では図に示されている r^2 則からのずれも考慮できるようにした。第3.9図はこの磁石内でのセシウムビームの軌道と径方向速度を示している。ここで、 $\dot{\psi}=0^\circ/\text{s}$, $H_{\text{max}}=6200\text{ Oe}$ である。第3.10図は、6 cm と 3 cm の磁石を用いるビームオプティクスでの速度分布特性計算例である。1984年5月長さ 3 cm, 内径 3.5 mm の六極磁石を使ってマイクロ波パワー依存周波数シフトが大きく改善された⁽⁹⁾ので、この 3 cm の磁石を以後使用することにした。この時、0.5 mm 径で 1.0 mm 長さのコリメータを使用した。しかしこのコリメータの実験上の効率率は十分なものではなかった。そこで、ビームオプティクスの最適設計を試みるために、ビーム軌道法による計算を行なった。この設計及び計算では、次のような項目を主に考慮した。(1) 周波数安定度を上げるためのビーム効率、(2) ビームの一様性：これは重力にも影響される。この一様性はラムゼイ共振器とこの共振器に付けるカットオフ導波管内でのビームの非対称性に影響を与えるので重要である。(3) 隣接遷移 ($F=4$, $m_F=\pm 1$) $\rightarrow$ ($F=3$, $m_F=\pm 1$) の裾野の影響を小さくするためと、バックグラウンド雑音となる単位の中でも主力となるクロック遷移よりも実効双

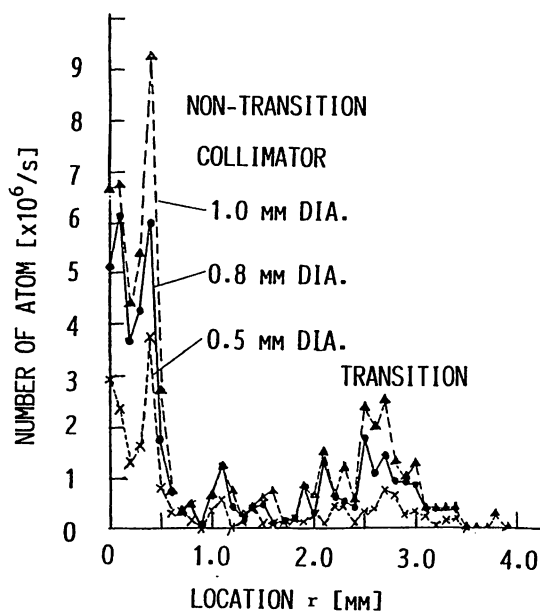


第3.10図 6 cm と 3 cm の六極磁石を用いるビームオプティクスでの速度分布計算例。計算に使用したパラメータは、六極磁石の場合第3.4図と第3.8図及び本文の説明に示されている。原子源の温度は 100°C 。コリメータは内径 0.5 mm, 長さ 1.0 mm で、ビームストッパーは外径 1.2 mm で共通である。コリメータ出口から 3 cm, 6 cm の六極磁石までの距離はそれぞれ 23 mm, 11.2 mm, 六極磁石から検出器までは、それぞれ 24.2 mm, 14.0 mm である。図中の速度分布はマイクロ波を最適パワーより 6 dB 少なく加えて遷移させたときの実効速度分布である。

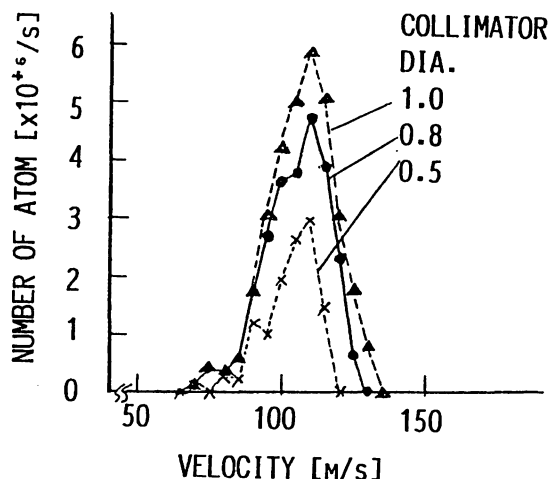
極子モーメントが大きい準位を多量に集束しないようにするため、ビームストッパーの大きさを小さくし過ぎないこと。

以下の計算でのビームオプティックスのパラメータは特に断らない限り第3.3図の値を使う。マイクロ波遷移のためのマイクロ波パワーは、クロック遷移のラムゼイパターンを最大にする最適パワーより 3 dB 少ないパワーを使用する。このパワーを通常の実験でよく採用するからである。

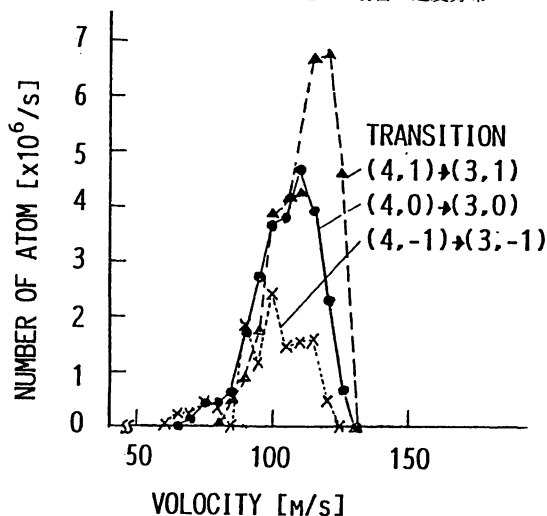
第3.11図は、検出器へ達する原子数の r 方向分布コリメータ径依存性を調べた結果である。コリメータと磁石間の距離は 2.5 cm でビームストッパー径は 1.2 mm である。第3.12図はコリメータ径を変えた場合の速度分布を示す。第3.13図はコリメータ径 0.8 mm の場合の隣接遷移を含めた速度分布を調べたものである。第3.14図はコリメータ径を変えた場合のラムゼイ共鳴を示し、マイクロ波パワーは S/N が最大にとれる最適パワーより 3 dB 下げたパワーである。0.8 mm のコリメータの場合、原子源の温度 100 °C で、ラムゼイ共鳴の線幅と中心の振幅の大きさは、それぞれ 95 Hz, 3.3 pA である。これらの計算値には細管近似のビーム量過大近似 (約1.2倍) と、検出器でのセシウム原子のホットワイヤーに衝突してコレクター円筒へ飛来して付着する面積からくる検出効率と劣化 (0.95) の効果を考慮していない。この検出方式はフロップ・アウト方式であるため、遷移しなくて検出器に入る全原子数は ($F=4$,



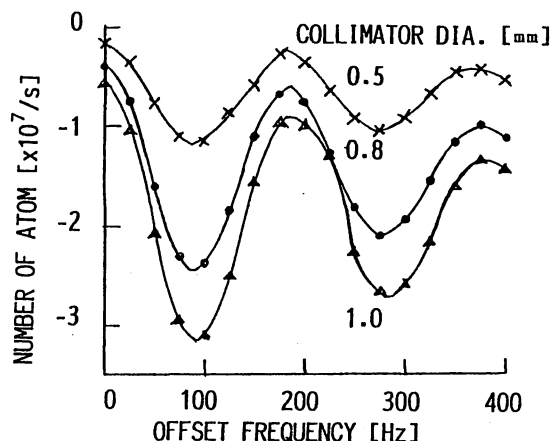
第3.11図 検出器へ達する原子数の r 方向分布コリメータ径依存性⁽³³⁾



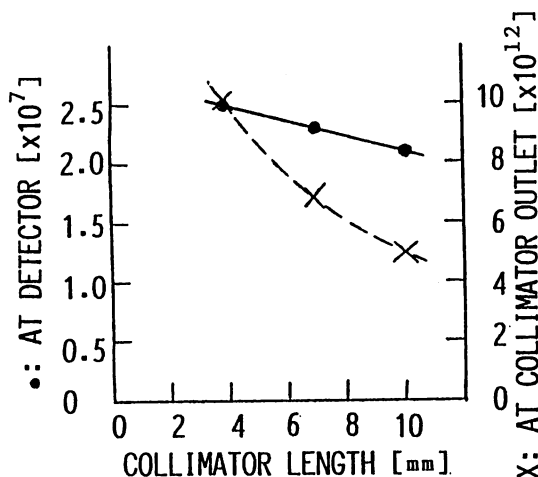
第3.12図 コリメータ径を変えた場合の速度分布⁽³³⁾



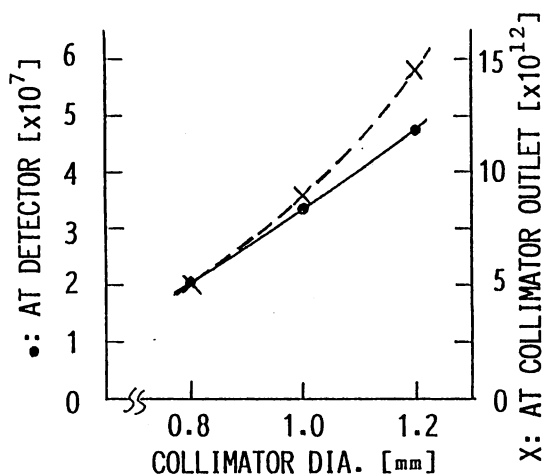
第3.13図 コリメータ径 0.8 mm の場合の隣接遷移を含めた速度分布⁽³³⁾



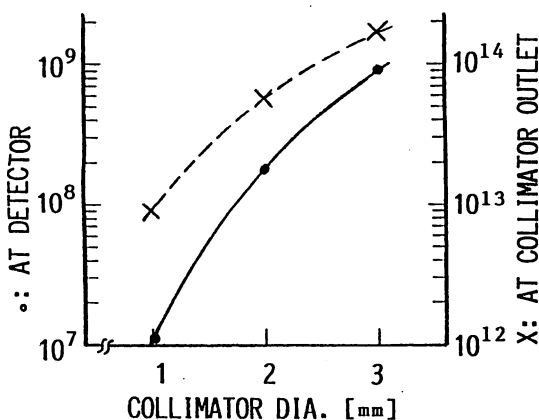
第3.14図 コリメータ径を変えた場合のラムゼイ共鳴 (マイクロ波パワーは S/N が最大にとれる最適パワーより 3 dB 下げたパワー)



第3.15図 コリメータ噴出ビーム量と検出器到達量のコリメータ長さ依存性⁽³³⁾

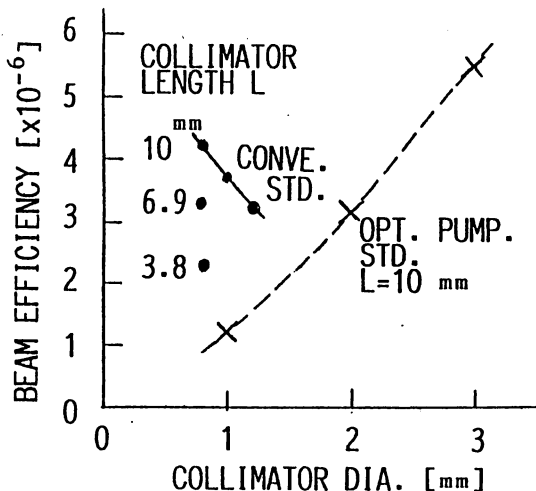


第3.16図 コリメータ噴出ビーム量と検出器到達量のコリメータ直径依存性⁽³³⁾



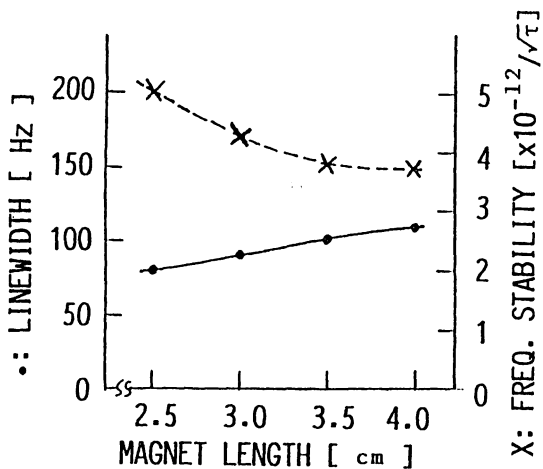
第3.17図 光励起式セシウムビーム標準器の場合のコリメータ噴出ビーム量と検出器到達量のコリメータ径依存性⁽³³⁾

$m_F = 0$) 単位の7.3倍(計算値)あってバックグラウンド雑音となる。第3.15, 16図は、コリメータを出る原子数と検出器到達原子数について、コリメータの長さ依存性、直径依存性をそれぞれ示す。第3.15図からは、コリメータ中でセシウム原子の平均自由行程が大きく分子流として扱える限りコリメータの長さを長くするのがビーム効率上有利であることが分かる。これは、コリメータの長さを長くする方が指向性が向上するためである。第3.16図では、コリメータ径が増えてもビームを集束する六極磁石の形状は一定であるから、その集束効率が少し悪くなることが示されている。この六極磁石の集束効果を明らかにするために六極磁石を使わないビームを利用する光励起式セシウムビーム標準器用円筒コリメータの直径依存性を第3.17図に調べて示した。光励起式とは、蛍光を放出するエネルギー準位に原子エネルギー状態を励起して下の超微細構造エネルギー準位に遷移する現象を、磁気共鳴を起こすために超微細構造エネルギー準位の反転分布を得ることに利用するとともに、超微細構造エネルギー準位間の磁気共鳴が起きてエネルギー遷移したかどうかの検出にも使う方式である。ここでの光励起式の計算は、コリメータ径と検出径は同じだとして、光励起で $F=3$ の七つの準位に集めてその $1/7$ をクロック ($F=3, m_F=0$) 準位から ($F=4, m_F=0$) 準位の) 遷移の信号として利用できると仮定した。第3.17図ではコリメータ径の増加とともに検出原子数の増加率がコリメータを出る原子数のそれを上まわっている。第3.18図は、第3.16, 17図の結果から、検出器へ達して信号として寄与する原子の量のコリメータ噴出量に対する割合をビーム効率として、コリメータ径依存性を調べたもので

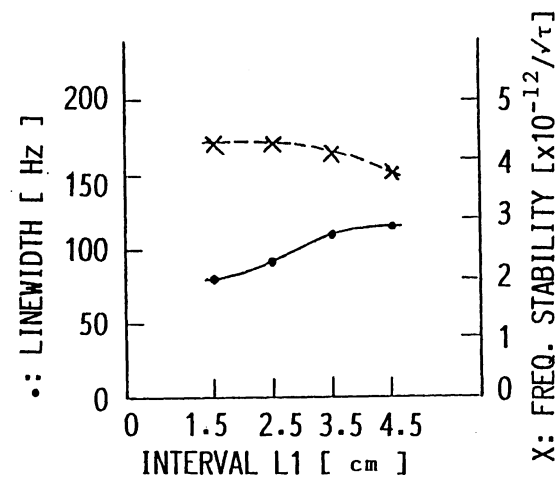


第3.18図 従来型と光励起式セシウムビーム標準器のビーム効率のコリメータ径依存性⁽³³⁾

ある。この図中で光励起型のセシウム標準器の場合コリメータ径の増加とともにビーム効率が階線的に上っているのは、コリメータ径の増加とともにその通過量は径の3乗に比例するが検出器の形状は円盤であるため一定の大きさであれば、検出器からコリメータを見込む立体角が2乗で増加するので、差し引き1乗で減少する。しかし、光励起の場合検出器の径の増加も同時にさせているためこれによる効果が2乗であるため総合して図に示されているように径の1乗で増えることになる。予想されるラムゼイ共鳴幅と周波数安定度について、第3.19図では六極磁石長さ依存性を、第3.20図ではコリメータと第1磁石間距離 L_1 依存性を調べた。但し、周波数安定度は二標本時散（アラン分散）の平方根で示している。第3.21図ではコリメータ直径依存性を光励起式の場合とともに調べている。この図と第3.18図の結果から、従来



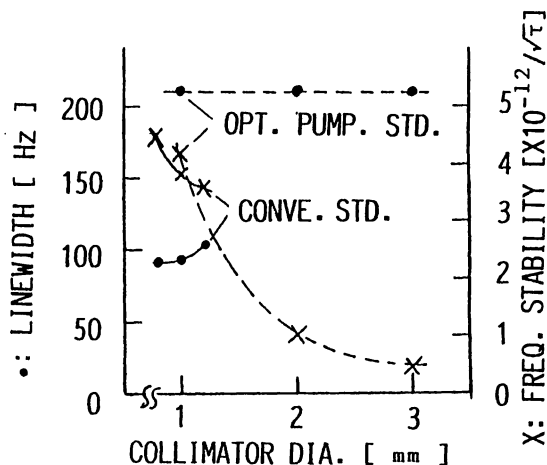
第3.19図 スペクトル線幅と周波数安定度の磁石長さ依存性⁽³³⁾



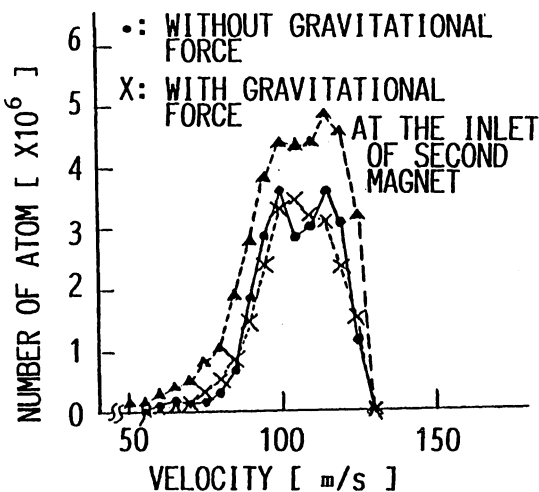
第3.20図 スペクトル線幅と周波数安定度のコリメータと磁石間距離 L_1 依存性⁽³³⁾

型の場合ビーム効率、周波数安定度ともコリメータ径が1 mm 位までは六極磁石の集束効果がよく表れていること、光励起式の場合は逆にコリメータ径を1 mm 以上にする方が良いがビームの消費量増加に注意する必要があることなどがわかる。上記で述べた計算と過去の実験結果に基づいて、ビームオプティックスのパラメータ、寸法を第3.3図のごとく決めた。

第3.22図は、このビームオプティックスでの第2マグネットのビームストッパーを含めた入り口に達する原子の速度分布を示し、速度選択は第1マグネットで行なわれていることが分かる。第3.22図には重力の速度分布へ

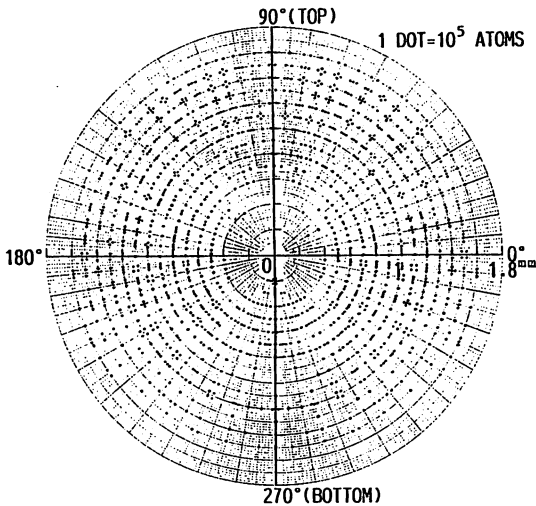


第3.21図 従来型と光励起式セシウムビーム標準器におけるスペクトル線幅と周波数安定度のコリメータ径依存性⁽³³⁾

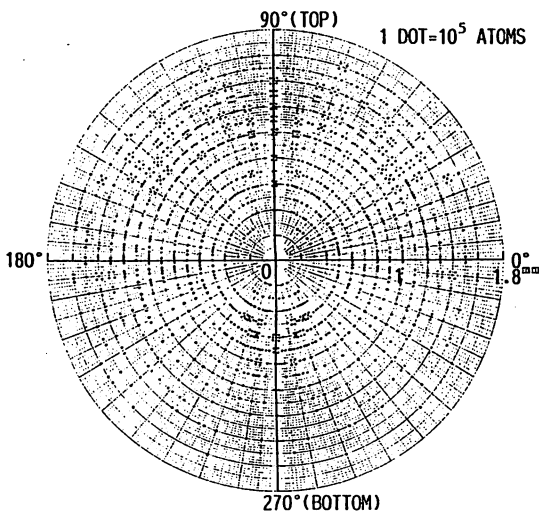


第3.22図 第2磁石入り口を通過する原子ビームの速度分布と検出器へ到達した原子ビームの速度分布。後者の場合、原子ビームが重力落下の影響を受けた計算値も示している⁽³³⁾。

の影響も示している。重力によるビームの降下は速度 100 m/s で初めて磁石を出て次の磁石までで 1 mm ほどであるが、速度分布には大きく影響しないことが分かる。そして、重力を考慮した方が中央のへこみがなくなり、後に示す実験値と同じ傾向である。しかし、ビーム軌道の共振器の相互作用領域 2 か所での同一性がなくなり、これにより周波数シフトを起こすかもしれない。このビーム軌道の同一性を調べたのが第3. 23, 24図で、第 1, 2 相互作用領域断面での強度分布をそれぞれ示す。第3. 23図で上側にある原子が、第3. 24図では下側に現れているのがわかる。この両相互作用内領域の中間で交差する原子は 30 % 近くになることが計算から得られている。上記は計算値であるが以下に実験値を示す。第3. 25図

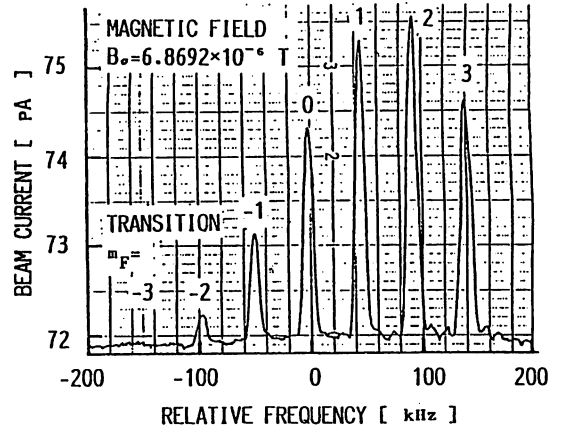


第3. 23図 第 1 相互作用領域断面でのビーム強度分布⁽³³⁾

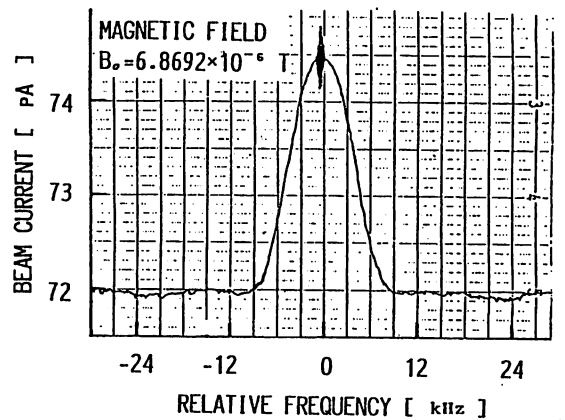


第3. 24図 第 2 相互作用領域断面でのビーム強度分布⁽³³⁾

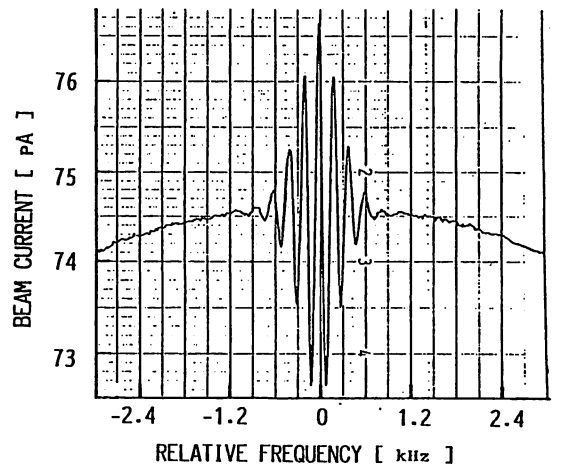
は測定されたラビ共鳴で、この時のマイクロ波パワーは最適パワーより 3 dB 下げている。但し、通常運転での磁場の値はこの図での値と違って隣接遷移の裾野の影響



第3. 25図 ラビ共鳴遷移



第3. 26図 クロック遷移周辺のビーム電流⁽³³⁾



第3. 27図 クロック遷移のラムゼイ共鳴⁽³³⁾

を避けるため 108.8188 mOe にしている。第3.26図はクロック遷移周辺のビーム電流を示す。第3.27図はクロック遷移のラムゼイ共鳴を示す。原子源の温度 112°C でのラムゼイ共鳴線幅と中央での振幅はそれぞれ約 100 Hz と 4 pA である。原子源が 100°C, 112°C, 140°C の場合、その蒸気圧はそれぞれ 0.42×10^{-3} Torr, 0.88×10^{-3} Torr, 4.4×10^{-3} Torr である。112°C の実験値と上記の計算値とは、第3.14図で述べた 100°C の計算値を 112°C に換算し、更にその図の説明で述べた補正をすると振幅、線幅がそれぞれ 5.5 pA, 100 Hz となる。振幅の実験値は計算値の 73% となり良く一致した。PTB の G. Becker は、光学レンズ法の焦点距離と主軸面 (principal plane) を使う方法によりビーム量を計算し、実験値は計算の 40% になったと報告している⁽⁶⁰⁾⁽⁶¹⁾。温度 112°C でのビーム消費量計算値は 1.5×10^{14} 個/s であるから、1 g での寿命は 1.3 年となる。この実験値は約 10 か月だったので実験値は計算値の 64% を示したことになる。第3.28図は 3 遷移の速度分布を示す。同時に同じ方向、反対方向での再現性を示す。これには、ビームストッパーの形と位置の改善が効果的であった。ここでの速度分布の算出はラムゼイ共鳴パターンから高速フーリエ変換 (FFT) 法を利用している⁽³⁰⁾。この第3.28図の実験結果は第3.13図の計算値と良く一致している。第3.29図は本研究の実験から得られた一次周波数標準器 Cs 1 の周波数安定度を、通信総合研究所の水素メーザ周波数標準器 H3 と商用セシウム周波数標準器を基準として測った例でビームショット雑音限界とともに示している。この結果から、ビームショット雑音より Cs 1 の検出器関係の雑音が大きくこれを改善する必要があるのがわかる。

(2) 静磁場

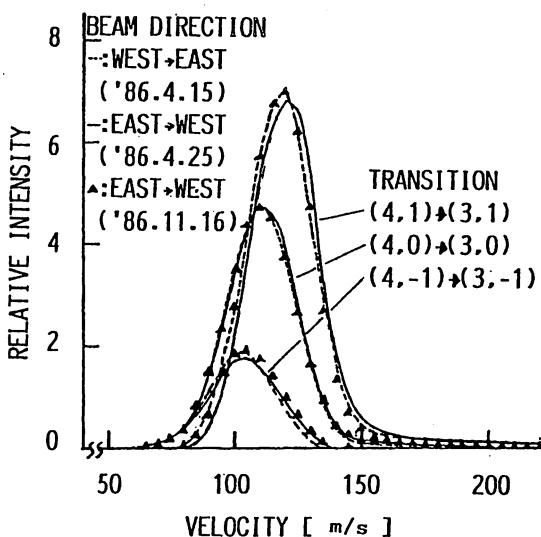
第3.1図に示しているように静磁場は、円筒形の 3 重の磁気シールドで地球磁場を遮蔽し、その内側の 4 本の平行棒に一定の電流を流すことによって得ている。磁気シールドの内径と長さは、それぞれ内層で 31.4 cm, 100 cm, 中層で 33.2 cm, 108 cm, 外層で 35.0 cm, 116 cm である。磁気シールドは円筒と蓋 (エンドキャップ) で構成され、蓋の縁 (円筒状) は 4 cm の幅がある。材質はパーマロイで溶接加工している。このパーマロイの比透磁率は地球磁場程度 32 A/m (0.4 Oe) で 2×10^4 位、これより小さい磁場では 10^5 位の高透磁率のものを使用している。3 重の磁気シールドにより残留磁場として 60 μ Oe 位が得られているから、遮蔽度は 7000 程度となる⁽³⁸⁾。

静磁場 (C 磁場) 発生用の 4 本の平行棒は、半径が 7.5 cm の一つの円上で等間隔な位置でこの円と直交し

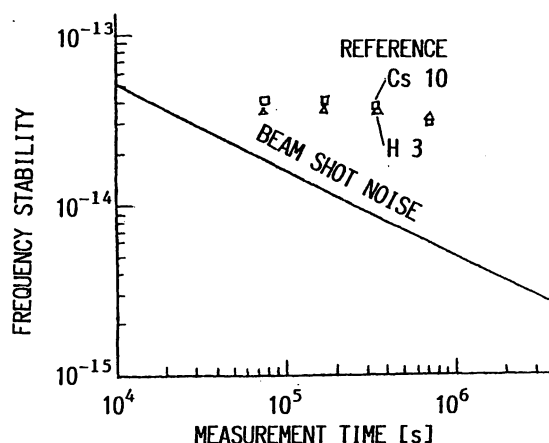
ている。この 4 本の平行棒は、磁気シールドの両側の蓋を貫通し電流が供給される。ラムゼイ共振器としてよく使われている U 字形の曲がりに E ベンド導波管を採用している共振器 (以後 E ベンド共振器と呼ぶ) による RF 磁場に平行に静磁場を発生させて σ 遷移を起こさせるためである。このコイルに流す電流 I による磁場は、

$$H_0 = 4\pi I / (2\pi r) = 0.106667 I \text{ (Oe)} \quad \dots\dots (3.22)$$

と表される。ここで、 I の単位は A である。例えば、クロック遷移での周波数シフト 5 Hz を起こす磁場 ($H_0 = 0.108188$ Oe) を発生させる電流は 1.01426 A である。しかし、実際に必要な電流は約 1.18 A であった。これは、磁場発生用の 4 本の平行棒が磁気シールド



第3.28図 3 遷移の速度分布⁽³³⁾



第3.29図 セシウムビーム一次周波数標準器の周波数安定度⁽³³⁾

の中にあるので、その鏡像効果により磁場の値が減るのを補うためであろう。

4本の平行棒に電流を流し磁場の分布を測った一例が第3.30図である⁽³⁹⁾。両端にいくに従って磁場の値が減少している。次に、この影響を二つに分けて調べる。

磁場の設定には (2.19) 式の ($F=4, m_F=\pm 1$) → ($F=3, m_F=\pm 1$) の磁場に依存する遷移を使う。これは式から分かるように静磁場による周波数シフトは H_0 にほぼ比例する。しかし、クロック遷移は (2.18) 式からほぼ H_0^2 に比例するので、この違いによる影響を以下に述べる。図中の分布を二次曲線で近似するために、ビーム軸を x 軸にとり、ラムゼイ共振器のある場所 x の値を $\pm k$ とし、中間領域での磁場ピーク値を y 軸上の b とすると、磁場分布は、

$$y = (-b/k^2)x^2 + b \quad \dots\dots(3.23)$$

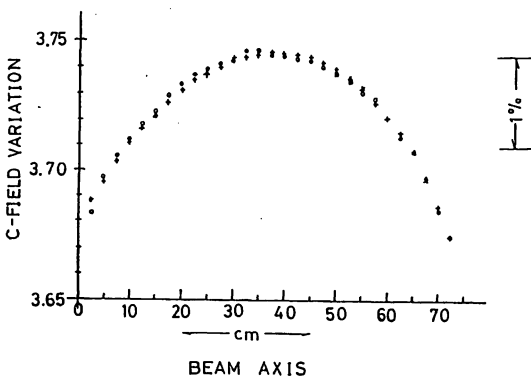
と表される。従って、 $\overline{H_0}$ 、 $\overline{H_0^2}$ をそれぞれ中間領域の平均値、二乗平均値とすると、

$$\overline{H_0} = (1/2k) \int_{-k}^{+k} [(-b/k^2)x^2 + b] dx = 2b/3 \quad \dots\dots(3.24)$$

$$\begin{aligned} \overline{H_0^2} &= \overline{(H_0 + \Delta H_0)^2} = \overline{H_0^2} + \overline{(\Delta H_0)^2} \\ &= (2b/3)^2 + (1/2k) \int_{-k}^{+k} [(-b/k^2)x^2 + b/3] dx \\ &= (2b/3)^2 + 4b^2/45 \quad \dots\dots(3.25) \end{aligned}$$

となる。従って、 $\overline{H_0} = 2b/3$ が相互作用領域の磁場より 1% (=0.01) と低いとすると、クロック遷移での静磁場による周波数オフセット 5 Hz (=0.108188 Oe) の場合、この違いによる相対周波数シフトは $+1.1 \times 10^{-4}$ となる。

次にラムゼイ共振器相互作用領域の磁場とその中間領域の磁場の違いによる周波数シフトへの影響を調べ



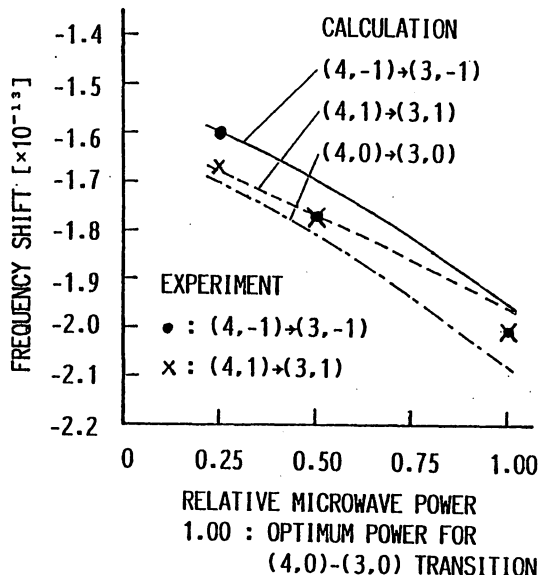
第3.30図 C-磁場のビーム軸上での強度分布 (波木らの文献から引用⁽²⁹⁾)

る⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。この影響は一般化した (2.69) 式で扱えるが、(2.69) 式はビームの原子が単一速度で、しかもマイクロ波遷移が最大になる場合の計算式である。第3.31図は第3.3図のビームオプティクスで得られる速度分布での磁場の違いによるマイクロ波パワー依存周波数シフトを示す。磁場は通常の設定値 108.188 mOe である。この図にはラムゼイ共鳴とラビ共鳴の中心 (ラビ共鳴の半値幅の2か所から推定) の差 590 Hz からの計算値と実験値が比較してある。但し、-3 dB での実験値と計算値は一致させている。この磁場分布による周波数シフトは、両隣接遷移で磁場を設定することによりクロック遷移にとって、この影響がでないようにほぼ自動的に補正できることが分かる。1時間半毎に自動制御した例を第3.32図に示す。縦軸は磁場電流源制御のための D—A コンバータへのデジタルデータである。前図のパワーによる違いが現れている。

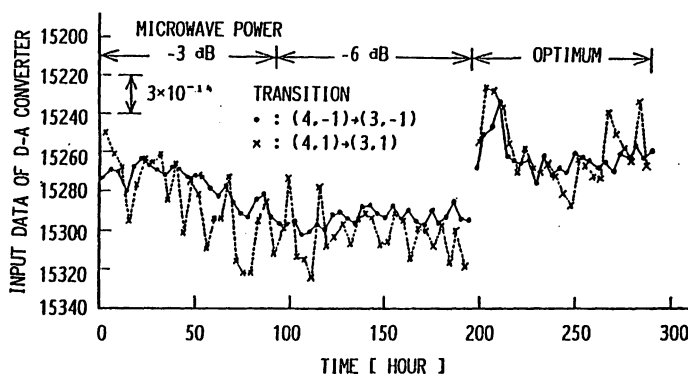
次に電流源の変動の影響を述べる。磁場制御に使用する両隣接遷移周波数変動 Δf_m (Hz) のクロック遷移周波数 f_0 への影響は (2.19) 式から、

$$\begin{aligned} \Delta f_0 / f_0 &= 9.29 \times 10^{-8} \Delta H_0 \cdot H_0 \\ &= 1.89 \times 10^{-20} \Delta f_m \cdot f_m \quad \dots\dots(3.26) \end{aligned}$$

となる。これは、通常磁場 ($H_0 = 0.108188$ Oe) での両隣接遷移周波数設定値の変動 1 Hz で 1.4×10^{-4} となる。この値は磁場電流源の変動では 1.6×10^{-5} に相当する。実際に使用している電流源は第3.32図から分かるようにこの変動が1時間半 (実験室の温度変化 1°C 以下)



第3.31図 3遷移における共振器C-磁場によるマイクロ波パワー依存周波数シフト⁽¹⁰⁾

第3.32図 隣接遷移によるC-磁場制御電流源 D-A コンバータの入力データ⁽¹⁰⁾

で 16 ppm 以下のものにして 1 時間半毎に両隣接遷移を代わる代わる使っている。両遷移を使う理由は、クロック遷移を含めた 3 遷移のビーム電流強度が違い、両遷移からクロック遷移の制御に移ったときの影響が検出器の応答に出るので、この現象を両遷移を使って相殺するためである。

(3) ラムゼイ共振器

ここで述べるラムゼイ共振器の製作法は NRC の Mungall と Damms によって示された方法に基づいている⁽⁴⁰⁾。このラムゼイ共振器は第3.3図に示しているように E 面 T 結合をマイクロ波供給側に両方向に分け両端を短絡して偶数次の定在波を起こさせていてビームが通る部分の位相を合わせる必要がある。ビームとマイクロ波の進行方向が互いに直角に交差するように U 字形に曲げている。以下に等価回路による共振器回路の扱いとそれによる製作について述べる。

導波管を分布定数回路で表すために、伝送線の z_0 の点での電流と電圧をそれぞれ I_0 , V_0 として、 z での電流、電圧は間にある伝送線が一様ならば⁽⁴¹⁾、

$$I(z) = I_0 \cosh \gamma(z - z_0) + (V_0 / Z_0) \sinh \gamma(z - z_0) \quad \dots\dots(3.27)$$

$$V(z) = V_0 \cosh \gamma(z - z_0) + I_0 Z_0 \sinh \gamma(z - z_0) \quad \dots\dots(3.28)$$

と表せる。ここで、 Z_0 は伝送線の特性インピーダンスで、 γ は定数であり、

$$\gamma = \alpha + ik_g \quad \dots\dots(3.29)$$

ここで、

$$\alpha = (\epsilon_0 \omega \rho / 2)^{1/2} [1 + (2b/a)(\lambda/a)(\lambda/2a)^2] / b[1 - (\lambda/2a)]^{1/2} \quad \dots\dots(3.30)$$

$$k_g = 2\pi[1 - (\lambda/2a)^2]^{1/2} / \lambda \quad \dots\dots(3.31)$$

となり、 α は減衰定数、 k_g は位相定数と呼ばれる。ここで、 λ は原子共鳴周波数のための自由空間の波長で、 a と b は矩形波導波管断面の幅と高さである。 ϵ_0 は空

間の誘電率、 ω はセシウム共鳴角周波数であり、 ρ は導波管壁の抵抗である。もし、二つのアームの端の小さな抵抗を無視し、それらを理想的な短絡回路とみなし、 $Z_0 = 0$ とするならば、端から z の距離での電流は (3.27) 式で $V_0 = 0$ とおいて

$$I(z) = I_0 \cosh(\gamma z) \quad \dots\dots(3.32)$$

である。 I_0 は端での電流でこれに関係する z での電流の位相は

$$\phi = \tan^{-1} [Im I(z) / Re I(z)] = \tan^{-1} [\tanh(\alpha z) \tan(k_g z)] \quad \dots\dots(3.33)$$

となる。ここで、 $\tanh(\alpha z)$ は小さいので

$$\phi = \alpha z \tan(k_g z) \quad \dots\dots(3.34)$$

となるから

$$\Delta\phi = \{\partial[\alpha z \tan(k_g z)] / \partial z\} \Delta z + \{\partial[\alpha z \tan(k_g z)] / \partial \alpha\} \Delta \alpha \quad \dots\dots(3.35)$$

ここで、第 1 項は、

$$\partial[\alpha z \tan(k_g z)] / \partial z = \alpha \tan(k_g z) + \alpha z \partial[\tan(k_g z)] / \partial z \quad \dots\dots(3.36)$$

となる。但し、 L は共振器のアーム長 (片側) とする。 $\alpha \tan k_g z$ は $z = L$ で偶数次モード共振器なので $k_g L = n\pi$ であるから、この式の第 2 項に比べて $\alpha \tan(k_g z) \approx 0$ 、第 2 項は $\tan(k_g z)$ を $z = L$ で Taylor 展開して第 1 項だけで近似することによって $\alpha L k_g$ となるから、(3.35) 式は

$$\Delta\phi \approx \alpha L k_g \Delta L + L \tan(k_g z) \Delta \alpha \quad \dots\dots(3.27)$$

となる。第 1 項が原因で 1×10^{-4} rad の位相差 (周波数シフトへの影響は約 3.2×10^{-13}) の場合、 $\alpha = 2 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$, $L = 39.5 \text{ cm}$ で $\Delta L = 0.17 \text{ mm}$ に相当することになる。(3.36) 式は端の短絡の位相を基準にして、そこから L だけの距離での位相を示したものである。

セシウムビームとの相互作用には短絡端から半波長離れたところを使う。このビームが通る所での位相分布は

短絡端での位相を零として、短絡端が損失をもつ場合、
(3.27) 式 と (3.33) 式 に $\alpha \ll 1$, $\cosh(\alpha z) \approx 1$,
 $\sinh(\alpha z) \approx \alpha z$ の条件を使うと、

$$\phi \approx (\alpha z + R / Z_0) \tan(k_g z) \quad \dots\dots(3.38)$$

となる。ここで、 R は短絡端の等価抵抗で、

$$R = (\mu_0 \omega \rho / 2)^{1/2} \quad \dots\dots(3.39)$$

で、

$$Z_0 = \{\mu / \epsilon [1 - (\lambda / 2a)^2]\}^{1/2} \quad \dots\dots(3.40)$$

である。端から半波長の $z = (1/2)\lambda_g$ では (3.37) 式の第1項が主として位相分布を起こすが、これと (3.36) 式の第1項を比較すると $z = (1/2)\lambda_g$ 近辺では $\tan k_g z \approx k_g z$ となり $\Delta\phi$ の大きさの違いは L と z の大きさの違いになり、(3.36) 式の方が1桁以上長さに依存する割合が大きいことが分かる。

第3.33図はここで述べているラムゼイ共振器の等価回路である⁽⁴⁰⁾。この中の Y_1 , Y_2 は (3.27), (3.28) 式で、端と短絡が完全だとすると、

$$Y(z) = Y_0 \coth(\gamma z) = [\coth(\alpha z) \coth(j\beta z) + 1] / [\coth(\alpha z) + \coth(j\beta z)] \quad \dots\dots(3.41)$$

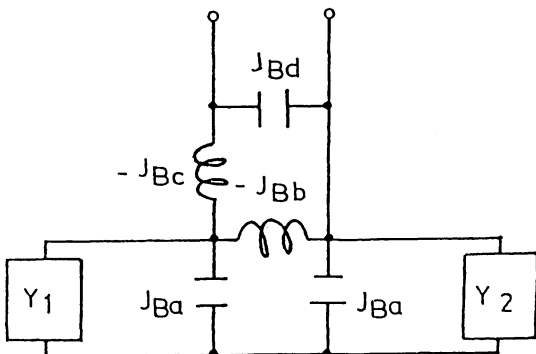
の式で表されるが、 $\coth(j\beta z) = -j \cot(\beta z)$, $\alpha z \ll 1$ のため $\coth(\alpha z) \approx 1 / (\alpha z)$ の関係から、

$$Y(z) / Y_0 = [1 + j\alpha z \tan(k_g z)] / [\alpha z + j \tan(k_g z)] \quad \dots\dots(3.42)$$

と簡略化される。損失がない共振器の場合は、 $z_1 = z_2 = n \cdot \lambda_g / 2 + \lambda_g / 4$ である共振器全体が奇数次モードのときは、

$$Y_1 = Y_2 = -jY_0 \tan(\pi b / \lambda_g) \quad \dots\dots(3.43)$$

となる。そして、 $b < (\lambda_g / 4)$, $\tan(\pi b / \lambda_g) > 0$ であるから、 Y_1 , Y_2 は純インダクタンスとなり、等価回路の $-jB_b$ の両側にそれぞれ別の共振回路が付いていることになり、それぞれの電流の位相はそれぞれのアームの長さに依存することになる。これに対して、 $z_1 = z_2 = n \cdot \lambda_g / 2$ である共振器全体が偶数次モード



第3.33図 ラムゼイ共振器等価回路 (Mungall らの文献⁽⁴⁰⁾から引用)

の共振器になる場合は

$$Y_1 = Y_2 = jY_0 \cot(\pi b / \lambda_g) \quad \dots\dots(3.44)$$

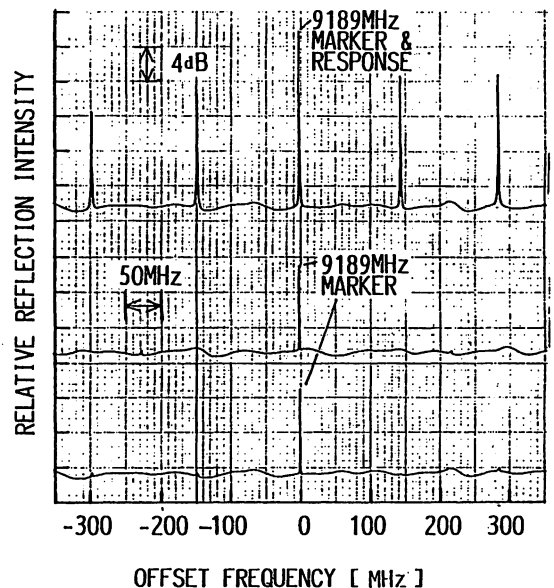
となる。ここで、 $b < \lambda_g / 4$, $\cot(\pi b / \lambda_g) > 0$ となり Y_1 , Y_2 は純キャパシタンスとなり、 jB_a と結びつき単一の共振回路を作る。この場合は位相差のない理想的な共振器となる。このことから共振器を超伝導材料で製作すると位相差のない共振器が出来上がることが分かる。

実際の導波管では損失があり左右のアームの電気長合わせに (3.37) 式の例で示したように精密さが要求される。このため Mugall と Damms は、奇数次モードが共振器のアーム長に大きく依存すること、即ち、奇数次モード共振器を作ってその設定と左右の共振器長に約1mmそれぞれ長く、短くする偏りをもたすことによって入力電圧定在波比 (VSWR) が急激に零に近くなる2組の値が得られる特性を利用した⁽⁴⁰⁾。この場合 (3.42) 式から

$$Y_1 = \alpha z [1 + \tan^2 2\pi(b / 2 - \epsilon + \delta) / \lambda_g] - j \tan 2\pi(b / 2 - \epsilon + \delta) / \lambda_g \quad \dots\dots(3.45)$$

$$Y_2 = \alpha z [1 + \tan^2 2\pi(b / 2 + \epsilon + \delta) / \lambda_g] - j \tan 2\pi(b / 2 + \epsilon + \delta) / \lambda_g \quad \dots\dots(3.46)$$

となる。ここで、 ϵ はフィードの中心からの偏り、 δ はアーム縮小量である。実際の我々の測定では両アーム端に可動ショートを付け、この可動範囲を広げて半波長ずれたところでも2組の値を測定して管内波長をまず決定し、この管内波長と ϵ の実測値により (3.43), (3.44) 式での α と δ を同時に決定する。そして、この奇数次



第3.34図 ラムゼイ共振器加工前の周波数掃引特性 (上部は $30\lambda_g$ 共振器の奇数次モード、中部はその偶数次モード、下部は $31\lambda_g$ 共振器の偶数次モード)

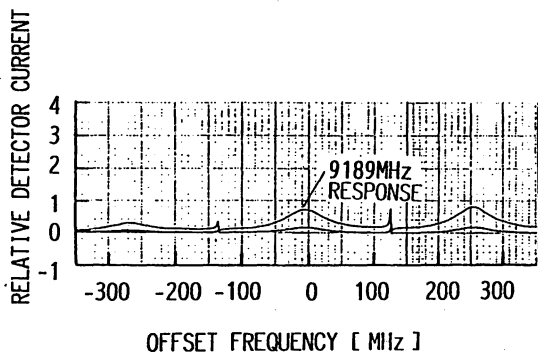
の実験結果から得られた α を偶数次モードでの δ の決定に用いる。

丹銅引き抜き導波管を機械的に曲げて $30\lambda_g$ の偶数次共振器製作実験で、 $\lambda_g=4.65\text{ cm}$ 、 $\alpha=1.75\times 10^{-4}\text{ cm}^{-1}$ 、 $\epsilon=0.132\text{ cm}$ 、偶数次の $\delta=-0.060\text{ cm}$ 、奇数次の $\delta=-0.106\text{ cm}$ が得られた。第3.34図の上部は奇数次モードで偏りを起こして VSWR が零に近くなった状態で、図の中部はこれにより得られる偶数次共振器のレスポンスを調べたものである。図の下部の下半分のレスポンスは1波長長い $31\lambda_g$ の偶数次共振器を同じく可動ショートにより作った場合である。下部両レスポンスの中央の急峻なレスポンスは 9189 MHz を示すマーカーである。このマーカーは上の奇数次モードの場合も 9189 MHz で出るようにした。

第3.35図は電鍍法で作った $16\lambda_g$ の共振器レスポンスで、固定短絡をハンダづけし、この短絡端から半波長離れた所へビーム通過用の穴を開け、更にこの穴からのマイクロ波のリークを防ぐためにカットオフ用円筒導波管を付けている。マイクロ波検出はビーム通過穴にループアンテナを挿入することによって行っている。この検出方法だと偶数次モード共振が第3.34図より良くわかる。この場合、マイクロ波の供給は導波管結合で行なっているので、接続による反射などのミスマッチングの影響が出ていない。しかしながら、実装では同軸導波管変換器を使用するためこれによるミスマッチングの影響に注意する必要がある。これによる周波数シフトは、共振器同調周波数のずれによる周波数プリングの式⁽²³⁾

$$\Delta f = (Q_c / Q_1)^2 (f_c - f_0) \quad \dots\dots (3.47)$$

を利用して評価する。例えば、 $Q_c = 200$ 、 $Q_1 = 10^8$ 、 $f_c - f_0 = 3\text{ MHz}$ だとすると、 $\Delta f / f_0 = 5\times 10^{-15}$ になる。第3.35図には偶数次モードとともに小さいが奇数次モードが現れているのが分かる。これは、上記で述べたようにレスポンスが急峻で、左右の電気長差に敏感に反



第3.35図 $16\lambda_g$ のラムゼイ共振器の加工後の周波数掃引特性 (小さいレスポンスは、アンテナ挿入長を 1 mm 短くしたもの)

応するので、これを測定することによって共振器としての評価に利用できる⁽⁶²⁾⁽³²⁾。

3.3 電子回路・制御系の設計・試作と特性

制御系で主に問題になるのはこの制御系の周波数安定度への影響及び周波数シフトを起こす変調とマイクロ波純度である。また、制御系の信頼性、取り扱い易さも重要である。このような目的で 5.00688 MHz 水晶発振器の制御電圧を直接変えることによる新しい矩形波周波数変調制御系を製作した。その後、静磁場 (C-磁場) 電流源を隣接遷移で制御する必要が生じたので、周波数合成器による矩形波周波数変調系を製作した。いずれもデジタル信号を計算機で処理する方式である。更に、確度評価の定期的自動化を図るために、ビーム方向自動反転制御系を試作した。

(1) ビームショット雑音と矩形波周波数変調

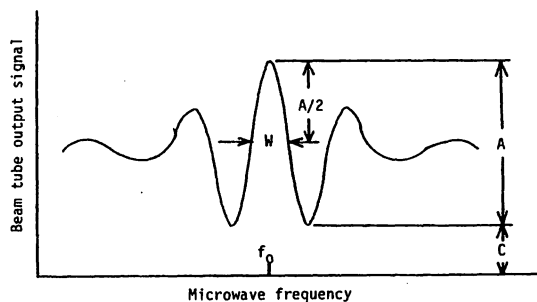
第3.36図はライゼイ共鳴スペクトル模式図を示していて、長さ 6 cm の六極磁石によるビームオブティックスの1例では $C=200\text{ pA}$ 、 $A=30\text{ pA}$ 、スペクトルの半値全幅 $W=230\text{ Hz}$ である。この半値の場所は、スペクトル線の周波数に対する傾斜が大きく、ここで制御することによって縦軸のビーム電流雑音が周波数変動としては一番小さく周波数に伝わる。この場所はスペクトルの中心に対して二か所あり、この二か所のマイクロ波を交互に出してビーム電流値が同じになるように元の水素発振器の周波数の値を制御する。この二つのマイクロ波周波数の平均値を求めることで、スペクトルの中心周波数を精密に観測したことになる。

正弦波変調の場合の周波数安定度に対する雑音の寄与については、既に Lacey ら⁽⁴²⁾ や十文字ら⁽¹²⁾ によって取り扱われているが、ここでは、正弦波の Lacey の手法に従い矩形波変調の場合の導入を以下に示す⁽⁴³⁾。

第3.36図に示す中央のスペクトルの形は次式で近似できる。

$$I(\Omega) = C + A(1 + \cos \Omega T) / 2 \quad \dots\dots (3.48)$$

ここで、 I は電流値、 Ω は中心周波数からの離調角周波数で単位はラジアン/秒であり、 T はラムゼイ共振



第3.36図 ラムゼイ共鳴線の形

器の両相互作用領域間の通過に要する時間である。半値のところのスペクトル全幅は $(2T)^{-1}$ Hz となる。制御回路で補正すべきマイクロ波周波数のずれを f_D 、周波数変調による離調周波数を $\pm f_s$ ($2f_s = W$) とすると、

$$\Omega = 2\pi f_D \pm 2\pi f_s \quad \dots\dots(3.49)$$

となる。ここで、 $\pm$ は周波数の高い場合と低い場合を表している。最適変調周波数は半値を示すところであるから、(3.48)、(3.49)式から f_D が小さいとして、

$$I(\Omega) = C + A / 2 \pm \pi A f_D / 2W \quad \dots\dots(3.50)$$

が成立する。Lacey らの取り扱いと同様に、ビームショット雑音に基づく雑音は $(C + A / 2)$ から決まり、これによる雑音に rms 値が、誤差 f_D の rms 値に等しいとすると⁽⁶³⁾、

$$f_{D,rms} = 2 \sqrt{2e(C + A / 2) B_n W / A \pi} \quad \dots\dots(3.51)$$

となる。ここで、 e は電子の電荷、 B_n は等価雑音帯域幅である。Lacey らの最適正弦波変調の場合の値に比べて約 $\sqrt{2}$ 倍良いことが分かる。測定時間を τ と置くと $B_n = 1 / (2\tau)$ として、

$$f_{D,rms} = \sqrt{4e(C + A / 2) W / (\pi A \tau^{1/2})} \quad \dots\dots(3.52)$$

これから、時間に対する依存性がランダムウォーク位相雑音になっていることが分かる。この $f_{D,rms}$ を周波数安定度の尺度である二標標準偏差 (アラン分散の平方根) で表すと⁽⁶⁴⁾、

$$\sigma_y(\tau) = \sqrt{6e(C + A / 2) W / (\pi A f_0 \tau^{1/2})} \quad \dots\dots(3.53)$$

であり、 f_0 はマイクロ波中心周波数である。上記のラムゼイ共鳴スペクトルの例での $C=220$ pA、 $A=30$ pA、 $W=230$ Hz を代入すると、

$$\sigma_y(\tau) = 4.9 \times 10^{-12} / \tau^{1/2}$$

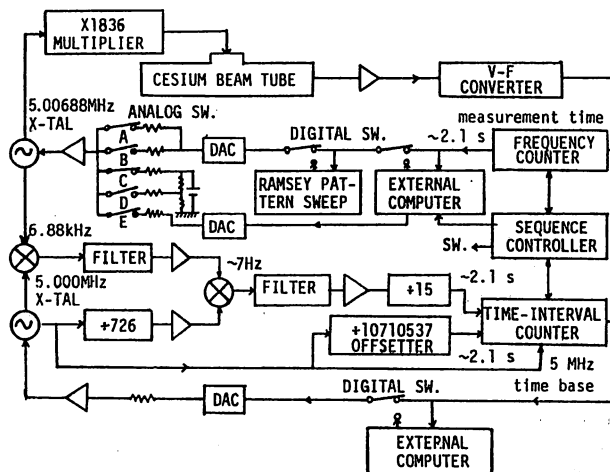
が得られる。

(2) 水晶発振器直接周波数変調方式

この方式の構成は第3.37図に示した。正弦波変調に比べて安定度を約 $\sqrt{2}$ 倍向上させること、変調歪みの評価が簡単になること、5.00688 MHz の次に通倍器が入っていてマイクロ波を発生というように回路が簡素になっていること、回路がデジタル化され計算機制御され各部のシステム評価、全体の評価が自動化されるので作業の能率や精度があがることなどにより高確度評価に貢献できる⁽⁴³⁾。

ビーム検出器から発生する雑音をできるだけ避けるため、検出器中でイオン化に使っているホットワイヤーに流す電流をできるだけ少なくする。従って、検出器の応答が遅くなる。コントロール周期を10秒に1回位にしているので、ビーム電流測定用のエレクトロメータなどのドリフトが問題となる。これの線形のドリフトの影響を避ける目的で、1コントロール周期内の周波数変調を f_{high} , f_{low} , f_{low} , f_{high} の順にする。周波数変調の過渡応答を避ける休止時間を各回の間に入れているから全部で8ステップのシーケンスになっている。このコントロール周期が長いので5.00688 MHz の水晶発振器を直接コントロールしている。NIST (米国国立標準技術研究所) の Howe らの場合はビーム信号で5 MHz の水晶発振器をコントロールして、その5 MHz でもって5.00688 MHz の水晶発振器をコントロールする方式である⁽⁴⁴⁾。第3.37図の上のループをセシウムコントロールループ、下のループをオフセッターコントロールループと呼ぶことにする。

周波数変調方法は5.00688 MHz 水晶発振器をコント



第3.37図 水晶発振器直接周波数変調方式制御系ブロック図⁽⁴³⁾

ロールする電圧をアナログスイッチで直接変えることによって行っている。半値幅のところのビーム電流をエレクトロメータで測定して電圧に変換したものをVFコンバータでデジタル化している。VFコンバータの出力を一定時間（例えば2.1秒）周波数カウンタで計算し、マイクロ波周波数 f_{high} , f_{low} のビーム強度が同じになるようにしている。このとき、D-Aコンバータの出力電圧に対する単調性 (monotonicity) が重要になってくるが、これは16ビット保証されたものを使っている。これによる直線誤差 $\pm 1/2$ LSB を周波数精度で 5×10^{-14} と小さくした。更に、D-Aコンバータが制御ループ内に入っていることと、長時間では平均化されることにより、単調性の限界による影響は小さい。マイクロ波パワーレベルが f_{high} と f_{low} で一致している必要があるが実測では 1×10^{-6} 以下であって周波数に対する影響は小さい。

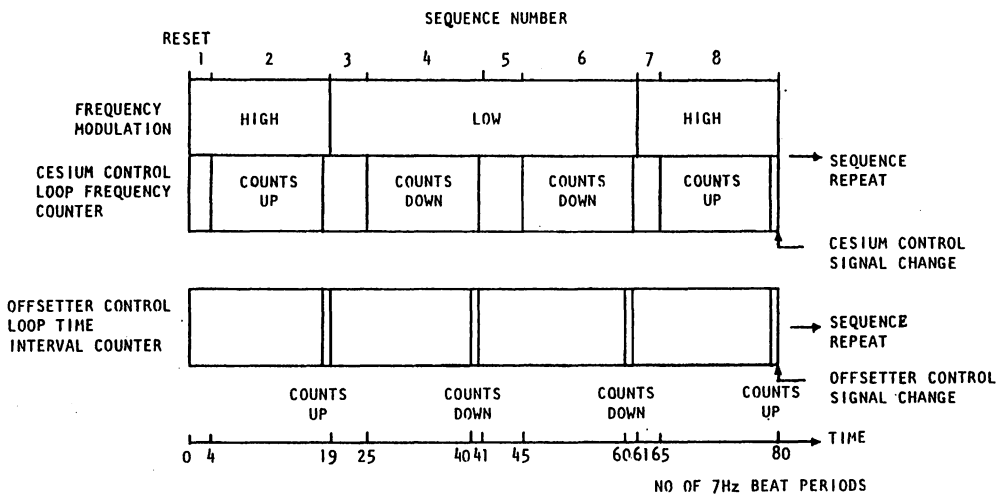
第3.38図に両コントロールループのシーケンスを示している。図中の5MHzと5.00688MHzのビートから

作る約7Hzの整数倍の周期でシーケンスの1ステップが決まり、例えば2.1秒を作るのであるが、5.00688MHzが周波数変調されているから、これに対応して短くなったり長くなったりしている。この7Hzの平均値が設定値になるように5MHzの水晶発振器をコントロールする。周期から周波数への変換は計算機を使用する。コントロールゲインは分周器を使ったり、計算機のプログラムで変えられる。突発的な雑音は計算機のプログラムで取り除くことができ効果を上げている。

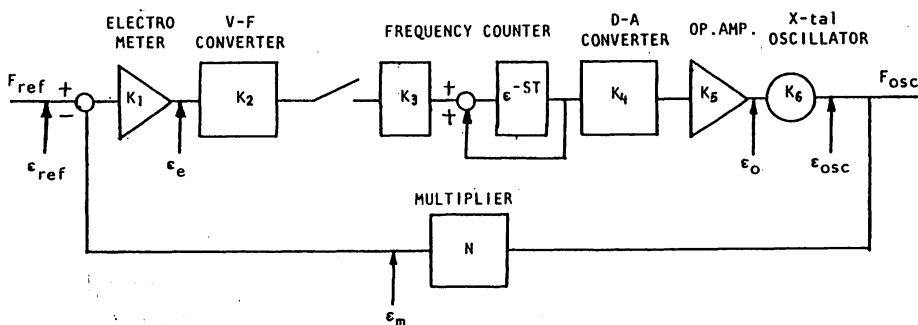
セシウムコントロールループのサーボモデルを第3.39図に示す。 F_{ref} が9192MHzの周波数基準入力でビーム管より得られる信号を表し、 F_{osc} が水晶発振出力である。追従制御のための周波数カウンタの積算は次式で表される。

$$C((n+1)T) = C(nT) + e(nT) \quad \dots\dots(3.54)$$

ここで、 C は積算されたカウンタの値、 $e(nT)$ は新しくやってきた誤差補正用の値であり、これには当然雑音も含まれている。 T はコントロール周期で、 n はそ



第3.38図 水晶発振器直接周波数変調方式制御シーケンス⁽⁴³⁾



第3.39図 セシウムコントロールループのサーボモデル⁽⁴³⁾

の回数を示している。(3.54)式は線形差分方程式で第3.39図の中央に示す伝達関数でもって表現した。入る情報を一時記憶する e^{-sT} がフィードバックされたモデルになっている。サンプル値制御として $e = -sT = z$ とおく z 変換をすると、 F_{ref} から F_{osc} への伝達関数は、

$$F(z) = K / (z-1+KN) \quad \dots\dots(3.55)$$

ここで、 $K = K_1 K_2 K_3 K_4 K_5 K_6$ で KN は一巡パルス伝達関数 $G(z) = KN / (z-1)$ の定数項である。 KN はオープンループゲインである。各要素から発生する変動の影響は次式で表される。

$$\Delta F_{osc} = [\varepsilon_{ref} - \varepsilon_m] G(z) / [N + K_6 \varepsilon_0 + \varepsilon_{osc}] / (1 + G(z)) \quad \dots\dots(3.56)$$

商用セシウム標準器ビーム管に適用したときの各要素の実例は、 $K_1 = 4.28 \times 10^{-3} \text{V/Hz}$, $K_2 = 2.10 \times 10^5 \text{Hz/V}$, $K_3 = 0.80/\text{Hz}$, $K_4 = 1.53 \times 10^{-4} \text{V}$, $K_5 = 4.08 \times 10^{-2}$, $K_6 = 0.118 \text{Hz/V}$, $N = 1836$, $T = 10.69 \text{s}$ で、 $KN = 0.971$ である。休止時間は T の中に2.29秒入っている。

第3.40図に水晶発振器の非制御時の安定度を測定した結果を示した。9192 MHz と 5.00688 MHz での測定をしたが、マイクロ波での安定度は後に示すように通倍器の安定度が良いので 5.00688 MHz のと同じ値を示した。水晶発振器のドリフトレートとして実測値 (2.5×10^{-12} /hour) を採用してドリフトは、 $KN = 1.6$, $T = 10.7 \text{s}$, 定常状態の $n \rightarrow \infty$ では

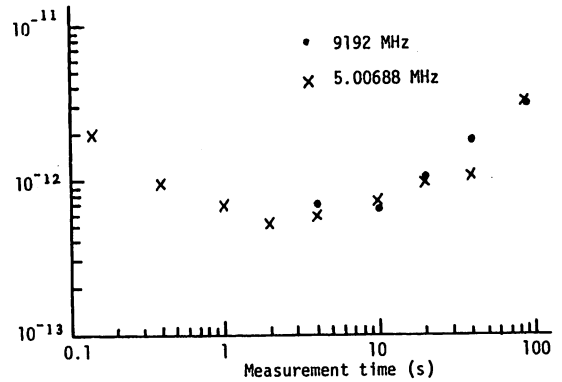
$$\Delta f_{osc} / f_{osc} = 4.7 \times 10^{-15} \quad \dots\dots(3.57)$$

となるが、これは KN の値の逆数に比例するからオープンループゲインが小さいと一定のオフセットが大きくなる。また、このドリフトも長時間では、その向きが変わりその影響は小さくなる。

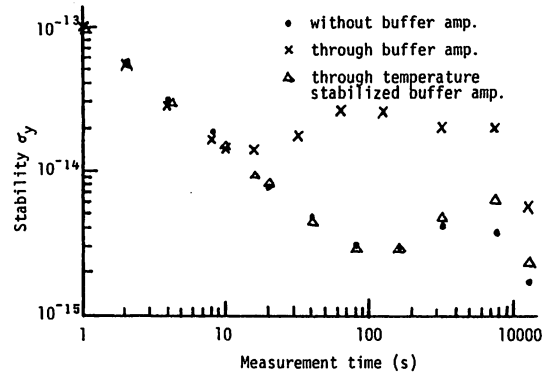
使用している通倍器はフェーズロック・マルチプライヤと呼ばれるものでLバンド発振器をもっていて発振周波数を入力した5.00688 MHz でサンプルしてその発振器を制御している。その出力を更にXバンドの9192 MHz に通倍している。温度 1°C の変化で約 400° の位相変動を起こす。この通倍器を保温槽に入れて改善したのが第3.41図である。周波数領域で評価したのが第3.42図で、図中の水晶発振器の値はメーカーで測定された検査値で参考のために示した。

第3.43図はオフセッターコントロールループの安定度を測ったもので $2 \times 10^{-10} / \tau$ の特性を示した。この測定は5.00688 MHz を変調してセシウムビームでロックし、更に5.00688 MHz で5 MHz をロックした場合の7 Hz の安定度である。

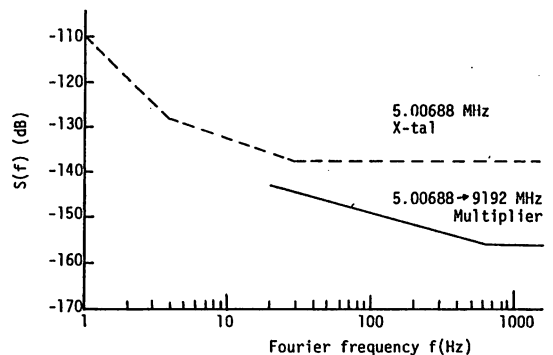
エレクトロメータのドリフトはカタログによると $10 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ で、1コントロール周期内に 0.1°C の変化があったとして $KN = 1.6$ で、



第3.40図 水晶発振器の非制御時の安定度⁽⁴³⁾



第3.41図 通倍器の周波数安定度。図中のバッファアンプは、水晶発振器の出力分配増幅用である。通倍器の周波数安定度評価は通倍器2台に水晶発振器出力を共通入力して両通倍器の出力位相比較から測定する共通入力法による。このため、2台の通倍器それぞれの前にバッファアンプがあるとこれの影響がでる。このバッファアンプは水晶発振器の恒温槽外に付いているので保温槽に水晶発振器ごとに入れて室温変動の影響を取り除いた⁽⁴³⁾。



第3.42図 通倍器のスペクトル密度⁽⁴³⁾

$$\Delta f_{\text{osc}} / f_0 = 2.1 \times 10^{-14} \quad \dots\dots(3.58)$$

である。

第3.44図はマイクロ波を与えたときのビーム電流の安定度を測ったものである。この図からドリフトは、約 $5 \times 10^{-13}/\text{s}$ と大きなものであるが、(3.58) 式の値と同様に室温の1日内的変化があって平均化されて小さくなる。

熱雑音の大きさは、使用している高抵抗 $10^{10}\Omega$ 、電流 235 pA の場合、4 秒の測定時間では $2.4 \times 10^{-15}\text{A}$ となる。カタログに記載されているエレクトロメータの電流雑音は 0.01 Hz~1 Hz で $1 \times 10^{-15}\text{A}_{\text{p-p}}$ であり両方とも 235 pA でのビームショット雑音 $3.1 \times 10^{-15}\text{A}_{\text{rms}}$ より小さい。しかし、実際の総合結果はこれの3倍弱安定度が悪かった。これは、検出器の固定方法やアースが不十分なこと、ホットワイヤーからの雑音が大ききことなどが原因と考えている。

第3.40図と第3.44図からビーム電流雑音が0.1秒から100秒の時間領域では水晶発振器の雑音に比べて1桁ほど大きいことが分かる。第3.44図で10秒位までは $\tau^{-1/2}$ で下がりビームショット雑音の傾向を示している。この形の雑音(ランダムウォーク位相雑音)の場合、スペクトル密度は次の関係式から求める。

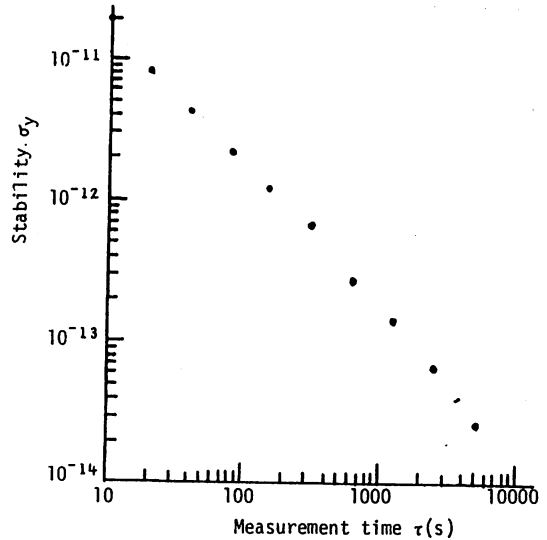
$$S_y(f) = h_0, \quad \sigma_y^2 = h_0 / (2\tau) \quad \dots\dots(3.59)$$

F_{ref} での S_y を $S_{y,\text{ref}}(j\omega)$ 、 F_{osc} での S_y を $S_{y,\text{osc}}(j\omega)$ とすると

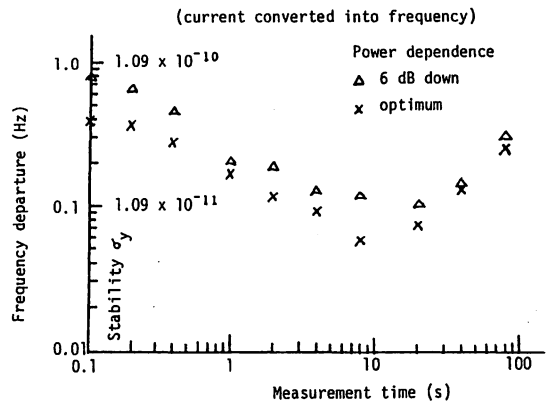
$$S_{y,\text{osc}}(j\omega) = |F(j\omega)|^2 S_{y,\text{ref}} \quad \dots\dots(3.60)$$

が成立する。ここで、 $F(j\omega)$ は信号伝達関数で (3.55) 式に対応する。(3.59) の関係から $S_{y,\text{ref}}$ が定数となるから時間に依存する部分が分離できる。式 (3.54) の関係から nT での雑音のゲインは $(n+1)T$ のゲインを使うことが良いことを知って、商用ビーム管で実際に調べたのが第3.45図で、オープンループゲインを変えて理論値と比較した。ゲインが大きいと早くからビームショットの雑音特性になり、ゲインが小さいとそれが遅れてドリフトなどの影響を受けやすいことが分かる。また、ゲインが大きいとダイナミックレスポンスが大きくなって短時間安定度を悪くする。従って、ゲインは1.6位が良いことが分かる。

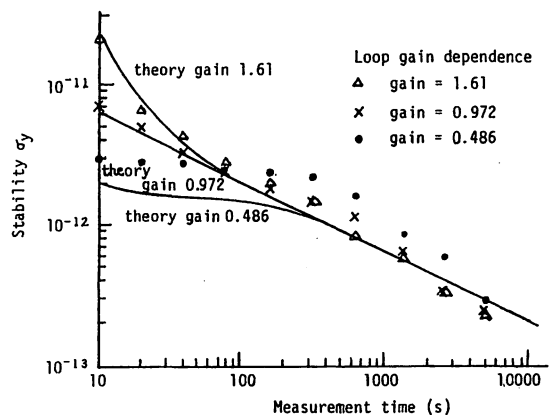
セシウムコントロールとオフセッターコントロールループでの雑音発生源についての大きな違いは、ビーム電流測定系と通倍器がセシウムコントロールループには付加されていることである。セシウムコントロールループについてビーム電流測定系を除いたシステム雑音を考えると、通倍器の雑音は $1 \times 10^{-13}/\tau$ と小さく、水晶発振器からの雑音が大きいと考えられる。オフセッターコントロールループの安定度として $2 \times 10^{10}/\tau$ を得ているが、



第3.43図 オフセッターコントロールループの周波数安定度⁽⁴³⁾



第3.44図 ビーム電流安定度⁽⁴³⁾



第3.45図 商用ビーム管の周波数安定度⁽⁴³⁾

これはセシウムコントロールループの 5.00688 MHz 水晶発振器が変調されてセシウムビームでコントロールされながら得たものであるから、ビーム電流測定系を除いたセシウムコントロールループのシステム雑音は $2 \times 10^{-10}/\tau$ に含まれている。従って、両制御ループ全体でのビーム電流測定系を除いたシステム雑音は $2 \times 10^{-10}/\tau$ と考えられ、10000秒以上では 2×10^{-14} 以下となり、試作したビーム管のビームショット雑音カーブと4000秒付近で交差して、この時間以上ではビームショット雑音が支配的となる。

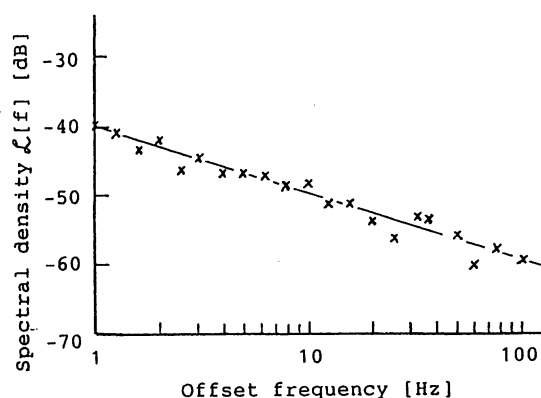
(3) 周波数合成器による周波数変調方式

隣接遷移の裾野のクロック遷移への影響を避けるために、C- 磁場を十分大きくすると、C- 磁場発生用定電流源と外部磁場の変化による C- 磁場の変動が問題となる。この変動を抑圧するために、C- 磁場に敏感な隣接遷移の周波数が常に一定の値になるように C- 磁場発生用電流源を制御する。これには周波数合成器による周波数変調方式を採用して対処した⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。第3.46図にこの方式を示した。この方式変更による切り替えの際、どちらの方式でも同じ周波数絶対値が得られることを確認した。周波数合成器の雑音は、水晶発振器の出力を直接通倍して得られるものより一般には大きい、水晶発振器を1836通倍したものより十分小さい。このことを図中の混合器の出力で調べたのが第3.47図で、前の第3.42図で調べたように水晶発振器の雑音が主に現れている⁽⁹⁾。こ

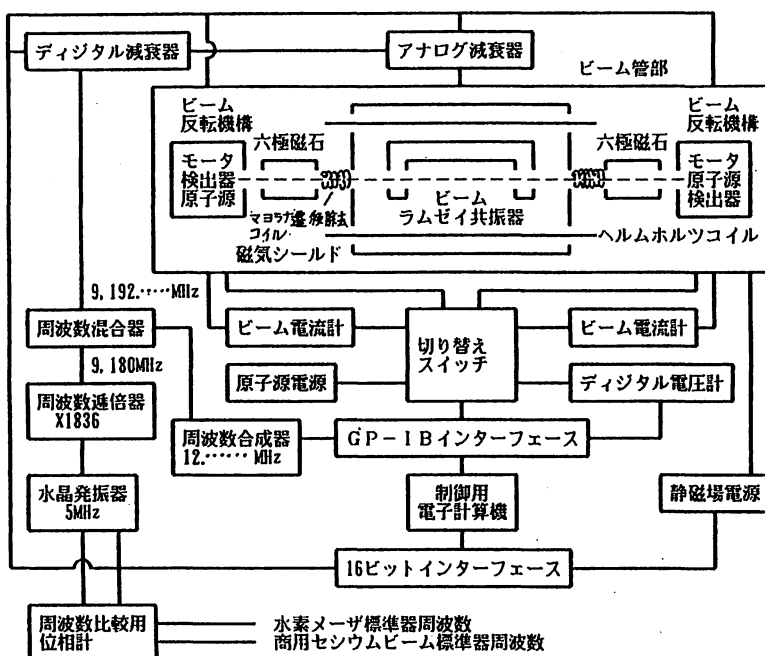
の混合器には、イメージリジエクションミキサー方式のアップコンバータを使っていて、パワー効率を 3 dB 上げている。

第3.46図にはビーム方向自動反転機構も示している。これは前にも説明したように、現在のところ自動化は水平位置調整が可能であるが、上下方向調整も将来自動化する必要がある。これにより $\pm 10 \mu\text{m}$ の自動化調整精度が実現できる。

その他の改善として主要なものを次に述べる。グラドループ雑音の影響を避けるため用途に応じた3種類のDC カットアイソレータを取りつけた。D-A コンバータは線形性、単調性ともに16ビット保証できるものにし



第3.47図 ミキサー出力 9.2 GHz サイドバンド位相雑音⁽³²⁾



第3.46図 セシウムビーム一次周波数標準器制御系ブロック図⁽¹⁰⁾

てその後のゲインを1ビット $=2.5 \times 10^{-4}$ にした。短期安定度向上を阻害しているのは、主にホットワイヤー自身から出ていると考えられるビーム電流測定系の雑音であり、その改良後、この制御分解能を上げる予定である。更に、他の標準器との周波数比較をするための自動位相比較系とともに、ビーム方向自動反転制御装置も製作し、確度評価自動化に対処した。

3.4 本章のまとめ

ビーム管の特色は、ビームオプティックスに六極磁石を使用し、一次標準器としては比較的短い55 cmの長さのラムゼイ共振器などを採用していることである。また、静磁場の特性を良くするために、ラムゼイ共振器へのマイクロ波供給はセミリジッドケーブルと同軸導波管変換器を使用し磁気シールドの通過穴を小さくした。磁気シールドの形も円筒にして最内槽の内径を31.4 cmと比較的大きなものにして磁気的特性を良くした。

ビームオプティックスの最適設計をする目的で、ビーム軌道シミュレーション計算をした。これにより、ビームの動作を理解することができ、また、実験値と比較でき好結果が得られた。まず、コリメータからのビーム噴出動作を近似するために細管近似を採用した。これと従来の点光源近似ビーム噴出量を計算した結果と比較して、細管近似法が軌道とビーム量の面で良いことが分かった。六極磁石内でのビーム軌道は、4連の微分方程式を数値計算法の一種であるRunge-Kutta法で解いて求めた。ビームオプティックスの各種パラメータを変えてビーム効率と周波数安定度とスペクトル幅への影響を調べた。コリメータ径を大きくすることによるビーム速度の増大がそれほどでもないことなどが分かった。

また、六極磁石のビーム集束効果を明らかにするため、六極磁石を使わないビームを利用する光励起式セシウムビーム標準器用円筒コリメータ径依存特性を従来型の特性と比較した。その結果、従来型ではコリメータ径が1 mm位までは六極磁石の集束効果がよくあらわれていて、光励起式ではコリメータ径を逆に1 mm以上にする方がよく、その場合ビームの消費量の増大に注意する必要があることなどがわかった。以上の検討から、0.8 mm径コリメータと中心の内接円径が3.5 mmで長さ3 cmの六極磁石を使っている現在の方式が最適に近いことがわかる。

本研究でのビーム計算法の他の方法との主な違いは、ビーム軌道を円筒座標で表し、一点光源でなくコリメータを有限の大きさをもつものとして扱えること、実効磁気極子モーメントが磁石内の磁束密度に依存すること、更に重力落下の影響も考慮していることである。この特徴により、他の方法よりもシミュレーション効果が上っ

ている。例えば、実験でのビーム量がこれによる計算値の73%を示した。これに対して、PTBの一次標準器に関してのG. Beckerの方法は、コリメータからのビームは一点光源として、磁石内の実効磁気双極子モーメントは四極の場合径 r に比例し、六極の場合 r によらず一定値になるとの仮定をする光学レンズの手法である。これでの実験例は計算値の40%を示したと報告している。本研究のビーム軌道法は、ビームとマイクロ波の相互作用に基づく周波数シフト計算を容易に取り入れることができるので確度評価にも有用である。

そして、次のビームオプティックスの課題としては、NISTのDrullingerらによって提案されているリサイクルコリメータなどの工夫をすることによるビーム消費効率向上、水素メーザ標準器のビーム集束に使われている内接円をテーパー状にすること、あるいは、PTBのBeckerらがセシウムビーム一次標準器に採用している2段磁石方式による改善等が考えられる。

静磁場の発生は、三重の磁気シールド内の4本の平行棒に電流を供給することによる。これによる磁場はラムゼイ共振器の両相互作用領域間の中央でピークを示す放物線の形となり、この中間領域の磁場平均値は両端の相互作用場と約1%の違いであった。これによるクロック遷移への $\overline{H_0}^2$ と $\overline{H_0}^2$ の差による影響を調べ、これが小さいことを確かめた。また、装置組み立て後の実際の稼働状態で、ラビ共鳴中心とラムゼイ共鳴中心との周波数差から、実装での磁場分布を推定する方法を試み良い一致を得た。更に、この違いによる周波数ブリングを除く方法として両隣接遷移($F=4, m_F=\pm 1$) $\rightarrow$ ($F=3, m_F=\pm 1$)を利用する方式を提案し、高精度に行なえることを示した。

ラムゼイ共振器の製作法には、NRCのMungallとDammsの開発した方法を採用した。これは、左右のアーム長全体を奇数次モードにすると、約1 mmずつそれぞれ長く、短くすることによって入力インピーダンスが急激に零に近くなる特性を利用して左右のアーム長の精密測定を実現する方法である。

ラムゼイ共振器の等価回路による扱いはLaceyとMungallらの方法を式の導入順に整理して述べた。共振器の両アーム長の差による位相差は、アームの長さに比例して増大して厳しくなる。まず短絡端を基準にして $L=n\lambda_g/2$ から ΔL だけずれた場合の位相 $\Delta\phi$ を、中央の分岐点でアームを接続し、その合成結果として、逆に両短絡端が位相差 $\Delta\phi$ 違っているとした。そして、ビームが通る短絡端から半波長離れた所での位相は、この位相差と短絡端を基準にして計算した位相分布を合成することによって得られる。実際の短絡端位相差は

0.17 mm で 10^{-4} rad となり周波数への影響は約 3.2×10^{-13} となる。位相分布の周波数への影響は、 10^{-14} のオーダーで短絡端位相差より 1 桁小さいが、これがビーム通過場所によって違うのが問題となる。なぜなら、重力によってビームの均質性が失われることと、ビーム方向反転して同質なビームが得られ、周波数への影響がプラス・マイナスの関係になるとは限らないからである。

ラムゼイ共振器で中央分岐に T 分岐を使う方式は、偶数次モードでは分岐点ではば一つの共振回路を作ることになるため位相のアーム長依存性が、そうでない奇数次モード共振器より小さい利点がある。Mungall と Damms は奇数次モードの機械長が位相に大きく影響を及ぼすことを逆に利用して左右の電気長の精密調整を実現した。本実験では、偶数次モード共振器への加工後の周波数掃引特性に左右の電気長差があると、偶数次モードの間に奇数次モードが現れることが分かった。これは共振器完成度の新しい評価方法として有益である。

電子回路・制御系として低雑音で周波数安定度と変調歪みの点で有利な新矩形波周波数変調デジタル制御装置を製作した。この矩形波変調におけるビームショット雑音と周波数安定度の関係式を導入した。そして、水晶発振器、周波数通倍器の安定度を測り、各部の雑音の影響を伝達関数を利用して評価した。この結果、4000秒付近でビームショット雑音とビーム電流測定系を除いた制御系のシステム雑音が交差し、この時間以上ではビームショット雑音が支配的になることが分かった。また、この制御系を商用のセシウム標準器のビーム管に適用し、ビームショット雑音を考慮した理論値と実験値とは水晶発振器のドリフトの影響を除くと、良く一致する結果を得た。本研究で使用したビーム管では、ビーム測定系の雑音がビームショット雑音より 3 倍程大きくて改良の必要があることが分かった。

従来のものより低雑音化を図るために直接矩形波変調方式を製作したのであるが、従来良く使われている周波数合成器による周波数変調方式に変えた。これは、C-磁場の値を大きくして隣接遷移の裾野の影響を避けるには、直近の両隣接遷移を利用して磁場を自動的に制御する方式に変更しなければならなかったためである。この方式において水晶発振器の周波数制御分解能を 2.5×10^{-14} にし、磁場のそれを 0.6×10^{-14} にしているが、ビーム電流測定系の低雑音化が進めば更にこれらの分解能を上げる意味がある。

更に、他の標準器との周波数比較をするための自動位相比較系とともにビーム方向自動反転制御装置を製作し、確度評価の自動化に対処した。

4. 確 度 評 価

一次周波数標準器の正確さを不確かさ (uncertainty) と呼ぶのは数学的正しさを表現するためであろう。この不確かさとは「測定の真値からの可能なずれ (deviation) の大きさ」と言われ、しばしば、これを系統的な不確かさとランダムな不確かさとで区別し得る⁽⁴⁵⁾。一次標準器のこれに関する研究の必要性は、1987年の国際度量衡総会での「時間」部門関係の決議「セシウム原子一次周波数標準器と確度を決めている摂動効果の物理的モデルを確立し、これに関する実験を活発に推進する要請」で強調されている。本章では一次周波数標準器 Cs 1 の不確かさの要因とその影響について述べる。

4.1 実験方法と周波数安定度

確度を上げるためには、低速度ビームにして得られる共鳴スペクトル線幅を小さくし、しかも十分なビーム強度で周波数安定度を良くする。このため、原子源の温度を 0.5 mm 径、1.0 mm 長さのコリメータを使っていたときは 140°C 位、後に採用した 0.8 mm、長さ 3.8 mm のコリメータでは 112°C 位に設定した。不確かさの合計の目標値を 1×10^{-13} としたので、測定周波数安定度をこの値より以下にする測定時間を、第3.28図の周波数安定度特性から判断して3日間とした。以上の結果、約 4×10^{-14} の周波数安定度を得ることができた。

確度評価項目は多くあり、それぞれについて調べるのであるが、その周波数シフトへの影響が変化しないものは初期に一度調査しておくだけで良いし、また、その量が小さいと思われるものは、その量が小さいことを合理的に説明できることで間に合う。しかしながら、周波数シフト量が大きく、しかも変化し易い項目は毎回評価する必要があり、その内容で不確かさが決まることになる。マイクロ波パワー依存周波数シフト測定実験はこのような項目に関連する。マイクロ波パワーを変えることは、遷移確率がビームとマイクロ波の相互作用時間とマイクロ波パワーに依存するから、ビームの実効速度分布及び軌道を変えることになり、共鳴周波数の決定要因に関する情報を得ることになる。特に、ビーム方向を反転した場合のパワーシフトの大きさの変化と両方向での平均値に対する対称性には注意する必要がある。

4.2 不確かさの要因

装置が完全であっても周波数シフトを起こす要因には静磁場 (C 磁場) の分布と変動、二次ドップラー効果、隣接遷移の裾野、重力場、黒体放射がある。一方、装置が不完全故に周波数シフトを起こす要因には、一次ドップラー効果、共振器位相分布、磁場分布、マイクロ波ス

ベクトルの純度，制御系の変復調がある．シフト量が少ないと考えられるので，ここで挙げなかった項目には，シユタルク効果，ブロッホ・シーゲルト効果，マヨラナ効果などがある．マヨラナ効果については場合によっては重要なので，“磁場”の項目で述べる．制御系変復調，重力場，黒体放射については，次節での不確かさの合計値算出の際触れる．

矩形波周波数変調 ($\pm f_s$) 方式での周波数シフトは，(2.62) 式をビームの速度分布について積分して得られるビームスペクトル (ラムゼイパターン) を $I(f)$ とすると，

$$\Delta f = \{ \Delta I(+f_s) / [\delta I(+f_s) / \delta f] + \Delta I(-f_s) / [\delta I(-f_s) / \delta f] \} / 2 \quad \dots\dots (4.1)$$

と表される．ここで， $\Delta I(\pm f_s)$ は周波数要因によるビーム電流スペクトルの強度変化である． $\delta I(\pm f_s) / \delta f$ は変調周波数 $\pm f_s$ でのスペクトル傾きである．

(1) 二次ドップラー効果

これは相対論効果に基づく周波数シフトで実験室の座標ではこれを考慮した周波数 f は，

$$f = f_0 [1 - (v/c)^2]^{1/2} = f_0 [1 - v^2 / (2c^2) + \dots\dots] \quad \dots\dots (4.2)$$

と表される．ここで， v は原子の速度， c は光速である．従って，原子の二次ドップラーシフトは，

$$\Delta f_{2nd D.} = -v^2 / (2c^2) \quad \dots\dots (4.3)$$

となる．周波数標準器としての周波数シフトはビームの速度分布を考慮して(4.1) 式を使って計算される．それ故，ビームの速度分布を正確に測定する必要があるが，通信総合研究所では占部，佐分利，渋谷らによって解析的方法⁽⁴⁶⁾とパルス法⁽⁴⁷⁾によって測って両者の良い一致を得た．本文では，比較的簡単に算出できる Damms の開発した FFT を利用する方法によった⁽³⁰⁾．この不確かさは二次ドップラーシフトの 2% 位に小さく評価できた．これは，シミュレーションによるこの方法についてのテスト結果と測定精度から推定した．

第4.1図には第3.28図の速度分布から計算した二次ドップラーシフトのパワー依存性を示している．この依存性は(4.2) 式で表される関係が，二つの共振器相互作用領域でも，それらの中間領域でも同じように表されるため，マイクロ波パワー照射を受けて遷移確率に関する実効速度分布に依存するパワーシフトが大きく変化しない．

(2) 共振器位相分布

共振器の二つの相位作用領域間位相差と個々の相互作用領域内位相分布によって原子が受ける周波数シフトは，(3.37)，(3.38) 式から

$$\Delta f_{\text{cavity P.}} = (\alpha L / \lambda_g) \delta z$$

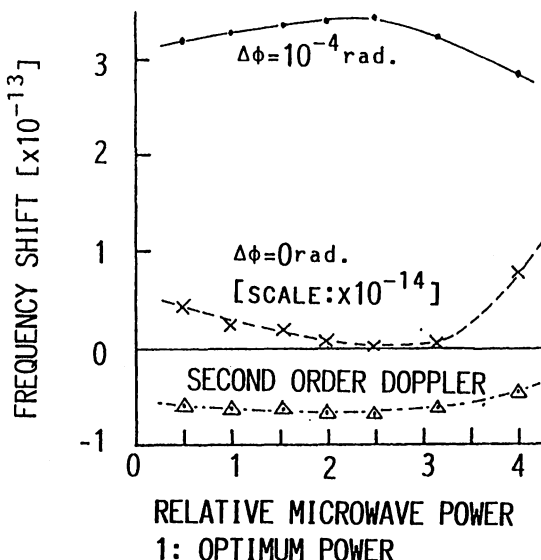
$$+ \alpha z \tan[(2\pi / \lambda_g) z] / (2\pi T) \quad \dots\dots (4.4)$$

となる．この式で第1項は位相差に関係し，第4.1図には $\Delta\phi = 10^{-4}$ rad, 0 rad の場合を示した．図から分かるように，速度依存性は v/L に比例することになり小さい．計算では第3.28図に示したのと同じ速度分布を使用し， $\alpha = 2 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ ， $L = 39.5 \text{ cm}$ ， $\lambda_g = 4.65 \text{ cm}$ とした．位相差 10^{-4} rad はアームの機械長差 0.17 mm に相当し，マイクロ波パワー -3 dB で約 5×10^{-15} を起こしている．この計算には重力によってビーム軌道が二つの相互作用領域で違うことを考慮して，図中の $\Delta\phi = 0$ 場合この影響がよく現れている．しかし，この影響は -3 dB で約 5×10^{-15} と現段階では他と比べて小さい．

初期(1980~1973)の実験で異常に大きなパワーシフトを観測した．これを共振器内の二つの相互作用領域位相差による周波数シフトと，各相互作用領域での位相分布中を原子が通る時位相変調されて起こる周波数シフトとが合成された結果であるという説明を試みた⁽⁹⁾．しかし，その後の検討から一次ドップラーシフトが原因であるとした方が矛盾が無くこの可能性が強いことが分かった⁽³³⁾．いずれも簡単な仮定のもとでの試みであるが，パワーシフトの現象を理解し改善するのに役立つと思われるので次の節で一緒に述べる．

(3) 一次ドップラー効果

共振器内マイクロ波との相互作用で原子が受ける一次ドップラーシフトは

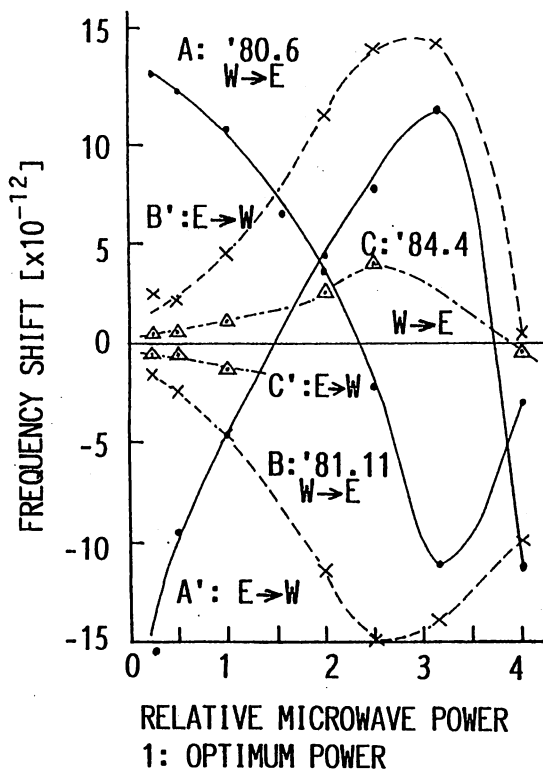


第4.1図 共振器位相分布と二次ドップラー効果による周波数シフト計算値⁽³³⁾

$$\Delta f_{1st D.} = (v/c)[(1-R)/(1+R)]\sin\xi \quad \dots\dots(4.5)$$

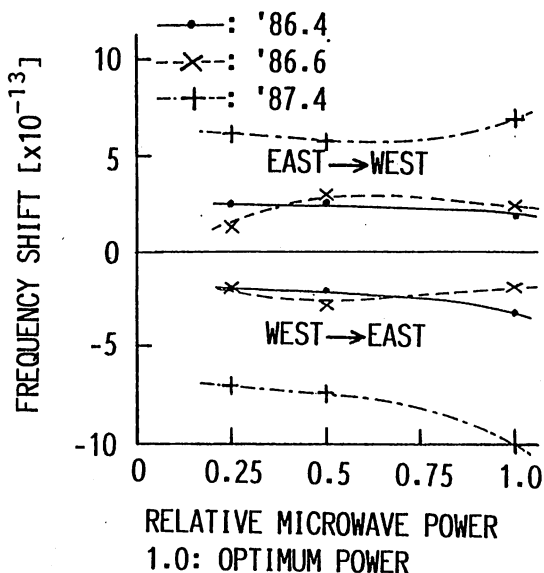
である⁽⁴⁸⁾。ここで、 v は原子の速度、 ξ は原子の走行方向とマイクロ波伝播方向がなす角 90° からのずれを表す。 R は共振器での反射係数である。

第4.2, 4.3図はパワーシフトの初期の実験例(1980~1984)と最近の例である。ビーム方向東→西, 西→東によりほぼ極性が反対になる結果が得られている。周波数基準は確度がほぼ $\pm 1 \times 10^{-13}$ の国際原子時(TAI)である。測定精度はマイクロ波パワー -3 dB で第4.2図のA, B, C の場合 3, 3, 1.5×10^{-13} ($1\sigma_y$) で、第4.3図の三つの例で古い順にそれぞれ約 0.75, 0.75, 1.23×10^{-13} ($1\sigma_y$) である。第4.2図のA, B の場合 6 cm の六極マグネットを使っていて -3 dB での最確速度は 260 m/s である。第4.2図のCと第4.3図の例では 3 cm の六極磁石を使っていて -3 dB での最確速度は 110 m/s である。パワーシフトが小さく改良されてきているのはビームを低速化したこととともにビーム軸合わせ, ラムゼイ共振器, その他が改善されたためと考えられる。第4.2図のAのビーム方向反転に対する対称性が悪いのは初期の頃なのでビーム軸合わせ精度が悪いのと、マヨ

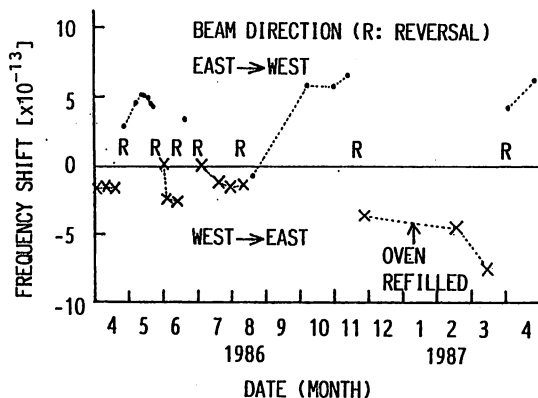


第4.2図 初期の確度評価実験でのビーム方向反転マイクロ波パワー依存周波数シフト (1980~1984)⁽³³⁾

ラナ遷移を防ぐバッファークoil⁽⁴⁹⁾ を使用していないためであろう。なお、このAの例では、静磁場をビーム軸方向に作り、共振器のアームの曲がり角をHバンドのものを使用していた。第4.2図のA, Bの場合のようにパワーシフトが大きかったり、ビーム方向反転による対称性が悪かったら 1×10^{-13} 位の確度評価は難しい。第4.4図は改良後の例(1986~1987)で組み立て後のパワーシフトの変化を調べたものである。1986年4月と1986年6月の二つの例はほぼ同じ傾向を示したが、1987年4月のものはビーム方向反転による間隔も広がりパワー依存性もはっきり出ている。この原因として1987年3月に原子源のセシウムを消費したのでこれを詰めるために



第4.3図 改良後の実験でのビーム方向反転マイクロ波パワー依存周波数シフト (1986~1987)⁽³³⁾

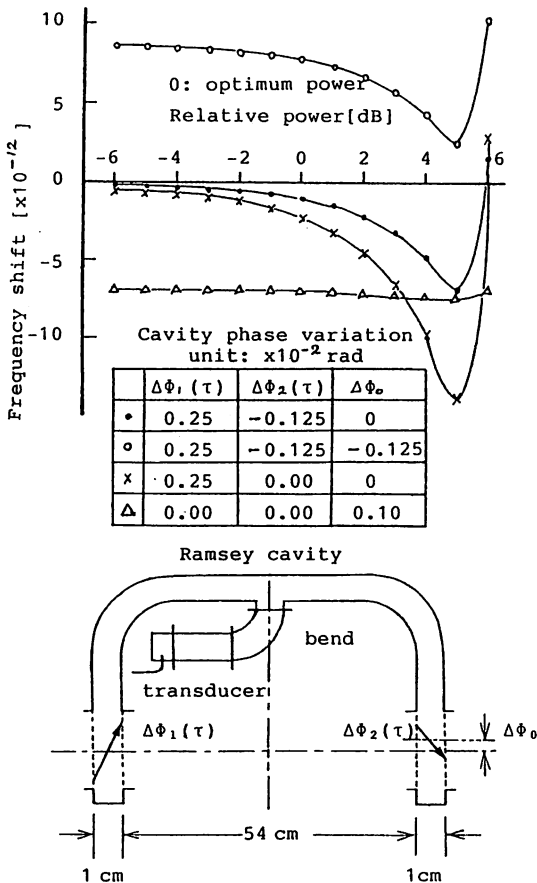


第4.4図 マイクロ波パワー -3 dB (最適パワーに対して) でのビーム方向依存周波数シフトの変化 (1986~1987)⁽³³⁾

真空を破り共振器各部を空気に晒し原子源の栓を締め直したことが考えられる。

次に、上記のパワーシフトの原因を共振器内各相互作用領域での位相分布であるとした検討を述べる。セシウム原子がその位相分布中を通ると原子はマイクロ波の位相変調を受けることになる。この位相分布による位相変化は相互作用領域内では十分ゆっくりとしたもので、しかも原子の軌道には依存しないとする。この位相変調 $\dot{\phi}_M(t)$ の影響は一定の速度の原子にとっては微小で相互作用領域内軌跡での量の積算となるから、相互作用領域での位相変化の全量 $\Delta\phi_M(\tau)$ に比例することになる。但し、 τ は相互作用領域内滞在時間である。

第4.5図は相互作用領域内位相分布によるパワーシフト計算例で (2.60) 式を利用している。使ったビームの速度分布は 6 cm の六極磁石の場合得られたものである。 $\Delta\phi_1(\tau)$ 、 $\Delta\phi_2(\tau)$ はそれぞれ一番目と二番目の相互作用領域での全位相変化量で、 $\Delta\phi_0$ は二つの相互作用領域間の平均位相差である。これらの符号が反転すると、そ

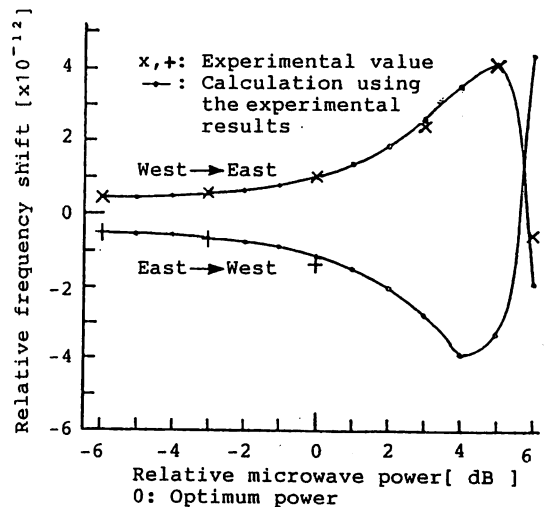


第4.5図 共振器内マイクロ波位相分布によるマイクロ波パワー依存周波数シフト計算例

れによる周波数シフトの符号も反転する。第4.5図の例から分かるように、二つの相互作用領域での位相分布がラムゼイ共振器に中心に対して非対称ならばそれらの積算による効果は相殺しなくてパワーシフトとして現れる。この非対称の影響は、ビーム方向を反転すれば符号が変わるから、パワーシフトはビーム方向反転で対称になるはずであるが、そうでない場合は、ビーム方向反転によって同じようなビーム軌道ができなかったことを意味する。

第4.6図では、-3 dB と最適パワーでの実験値を使って二つの共振器での位相分布の非対称の量を 1.5×10^{-3} rad 平均位相差を -0.9×10^{-4} rad と上記の仮定に基づいて算出し、他の実験値と比較した。但し、使っている速度分布は 3 cm の六極磁石による。算出値による特性曲線と、-3 dB と最適パワー以外の実験値は良く一致した。しかしながら、この平均位相差と非対称の量は (4.4) 式のそれぞれ第一項と第二項に関連するものであって、平均位相差の量 0.9×10^{-4} rad は機械加工精度と電気長精密実験から十分予想されるが、非対称の量 1.5×10^{-3} rad はそのオーダが 1 桁以上大きいことが分かる。第4.7図はこれに関する実験が示されていて1984年5月の低速ビーム (最速速度 110 m/s) と1984年12月の高速ビーム (最速速度 145 m/s) の場合のつじつまは上記のような仮定の計算で良く合うが時間をおいて組み立て直した後の1986年4月の実験結果は説明できない。このことと、Vanier らのミルマン効果についての検討結果 (クロック遷移では RF 磁場の位置による方向回転によっては周波数シフトは起こり得ない) から、次に述べる一次ドップラーシフトに原因を求める検討をした。

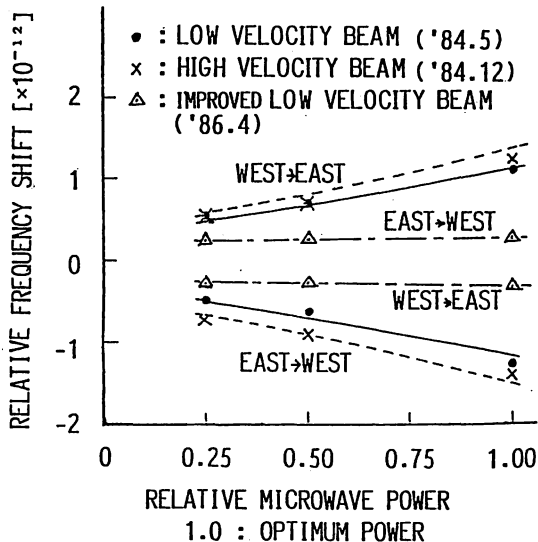
第4.8図は、ラムゼイ共振器の両端での短絡が不完全



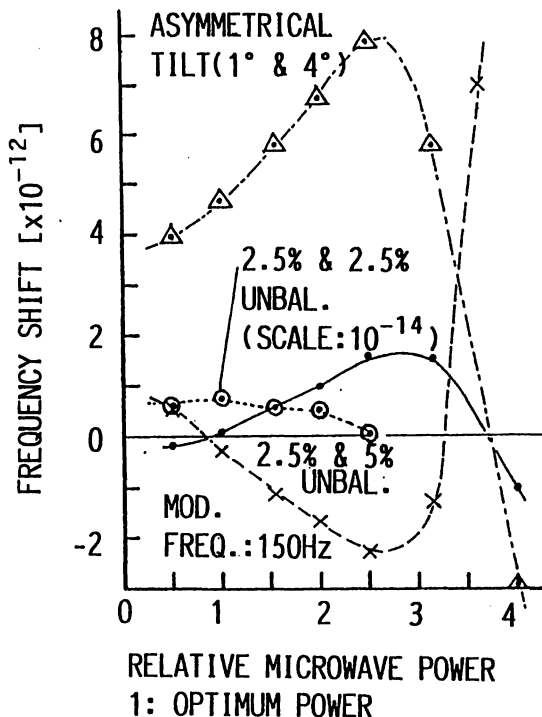
第4.6図 ビーム方向反転マイクロ波パワー依存周波数シフトの実験値と計算値比較⁽⁹⁾

であるため生じる一次ドップラーシフトの計算値である。両端での進行波と反射波の不均衡が 2.5% でビーム軸と 1° と 4° それぞれ傾いているとして調べたのが図の上の部分である。下の部分には不均衡が 2.5%, 5% それぞれある場合を示している。後者の場合変調周波数を 150 Hz にした場合も調べ、通常の 50 Hz の結果に比べ符号が反対になり周波数シフト量も大きくなっていることが分かる。前者の場合はこのような対称性は得られなかった。(4.1) 式の周波数シフトは ΔI が変調周波数にあまり依存しない場合—これは周波数シフト要因が比較的単純なもので構成されていることに関連する— Δf は $\delta I(f_0) / \delta f$ に依存するから、図のような変調周波数による対称性が現れる。但し、変調周波数 150 Hz はラムゼイ共鳴の中央ピークの隣のピークの半値を示すオフセット周波数である。図中の丸で囲まれたデータは不均衡が両端で 2.5% で、しかも両端でビーム軸とマイクロ波進行方向の交差角が直角であるとした場合の残留一次ドップラー周波数シフトを示している。これは 7×10^{-15} 位以下であるが精密な確度評価の際は考慮する必要がある。

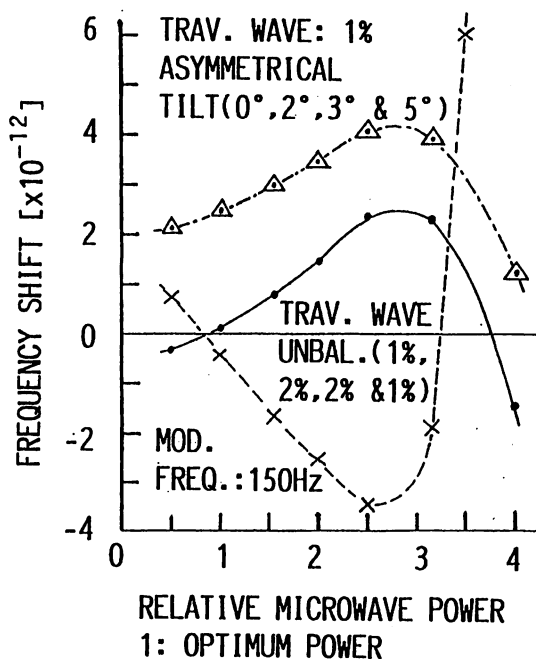
第 4.9 図は、一次ドップラーシフトがラムゼイ共振器に取り付けたカットオフ円筒導波管の所でビーム走行方向にマイクロ波の進行成分が現れると仮定した場合の計算である。図中の上の曲線は、4 個のカットオフ導波管内で誘起される TE_{111} モード RF 磁場の σ 遷移を起こす成分の 1% が進行波として現れ、ビーム走行順にそれが $0^\circ, 2^\circ, 3^\circ, 5^\circ$ 、それぞれビーム軸に対していると



第 4.7 図 ビーム方向反転マイクロ波パワー依存周波数シフト—速度分布を変えた場合と組み立て直した場合の実験例 (直線と点線で速度の違いを示す)⁽¹⁰⁾



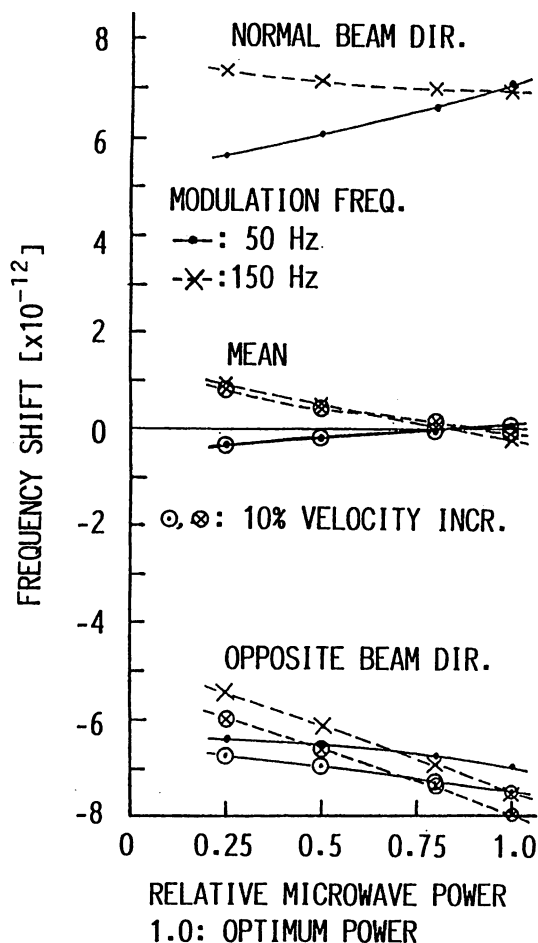
第 4.8 図 ラムゼイ共振器両端短絡度不完全による一次ドップラーシフト計算値⁽³³⁾



第 4.9 図 ラムゼイ共振器ビーム通過口取り付けカットオフ円筒導波管内でのマイクロ波ビーム方向成分による一次ドップラーシフト計算値⁽³³⁾

した場合の計算値である。下の曲線は進行波がビーム走行順に 1%, 2%, 2%, 1% とラムゼイ共振器の中心に対称になった場合である。この場合は上の曲線と違ってビーム方向反転によっても極性が変わらないことになるが、幸いにも、第 4.8 図と同じく変調周波数を 150 Hz にすると対称な形が現れ、これにより判別できる。

精度評価実験ではパワー依存性が小さい最適パワー以下での周波数シフトを詳しく調べている。第 4.10 図は第 4.8 図、第 4.9 図上部の一次ドップラーシフト二つを合成した場合と、これをビーム方向反転した場合を示している。この二つの平均値に重力落下の影響がでているのが分かる。図にはコリメータと第 1 六極磁石の距離を 5 mm 増やすことによって速度分布を約 10% 高い方に移したビームでの計算をダッシュ線で示している。これとの平均値は重み法により計算した結果とほぼ同じだった。この重み法は両方向の速度分布が違っている場合の計算



第 4.10 図 第 4.9 図と第 4.10 図のマイクロパワーシフト合成およびその速度分布が変わった場合のビーム方向反転特性⁽³³⁾

方法で第 4.1 図で扱った共振器位相分布シフトが両方の平均位相差だけに関係すると (4.1) 式から

$$\Delta f_{\text{cavity P.}} = \Delta \phi \cdot W_{\text{cavity}} \quad \dots\dots (4.6)$$

と表される。ここで、 W_{cavity} はビームの速度分布に依存する係数である⁽³⁰⁾。この W をビーム方向それぞれに求め、平均値を算出するときの重みとして利用する。共振器位相分布差シフトと一次ドップラーシフトでは原子が周波数シフトを感じる際は、速度の変化に対する感じ方は L/l 倍だけ一次ドップラーシフトの方が大きいはずであるが、マイクロ波パワーが小さい場合、ビーム速度分布の中心が低速で幅が狭いとき、一次ドップラーシフトもパワーが大きい場合に比べて変化量が小さくなり、重みも共振器位相分布差シフトのものが有効になってくる。実際のパワーシフトでは両シフトとも含まれるから共通の重みを用いるのは都合が良い。

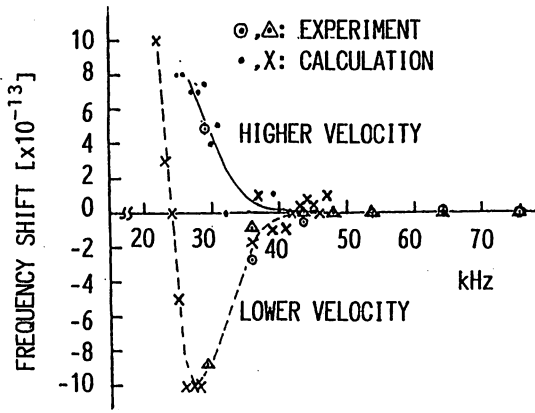
現在のビームオプティクスで起こるマイクロ波パワーシフト特性は第 4.3 図の程度であるから、約 1 桁位第 4.10 図で調べたものより小さい。従って、これを起こしているものがここで調べたような一次ドップラーシフトだとすると、これによる誤差は重力の影響、速度分布の違いの影響を上記で述べた方法によって調査することによって評価誤差を 10^{-14} 位に小さくすることが可能になるであろう。

(4) 磁場の分布と変動

磁場が周波数シフトへ及ぼす影響については前の章で大方述べているが、ここではそれに基づいて周波数値を評価するとともに、磁場の乱れから生じるマヨラナ遷移について述べる。

磁場の分布による $\overline{H_0^2}$ と $\overline{H_0'^2}$ との違いによる周波数差は、第 3 章で調べたように通常の測定で用いる 108.188 mOe (クロック遷移周波数換算で 5 Hz) でクロック遷移周波数が直近の両隣接遷移周波数で設定した磁場よりも 1.1×10^{-14} 大きくなる。次に、ラムゼイ共振器相互作用領域とその中間領域の磁場の違いによる周波数シフトは第 3.30 図から両隣接遷移で制御されることによる周波数補正值では -1×10^{-14} だけ足りない。従って、偶然であるが上の両者による未補償周波数シフトはほぼ相殺することになる。そして、静磁場の制御のランダム性による誤差は、第 3.31 図から +3 dB のパワーでの誤差振幅を $3\sigma_y$ とすると $1\sigma_y \approx 1 \times 10^{-14}$ となる。

マヨラナ遷移が、例えばラムゼイ共振器両相互作用領域で起きたとすると原子の位相が乱れることになり結果的に周波数シフトを起こすことになる。これが起きているかどうかの判定は隣接遷移の影響を調べるときと同じ方法、即ち、静磁場と周波数の関係を調べることによる。第 4.11 図はこれの 1 例である。横軸は磁場の大きさを直



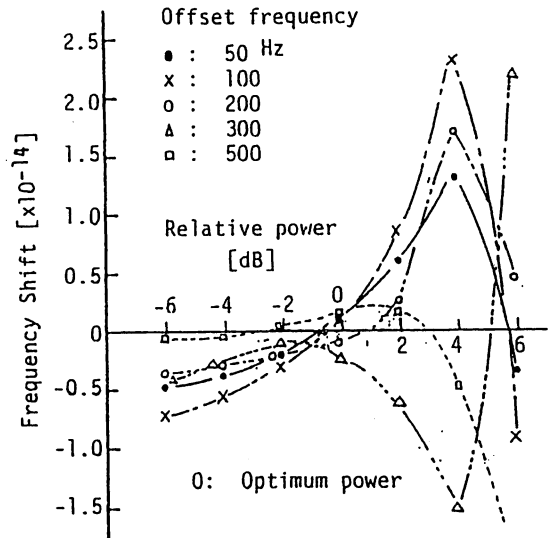
第4.11図 隣接遷移による周波数シフトの実験値と計算値の比較⁽⁵⁰⁾

近の両隣接遷移とクロック遷移との差周波数で示している。縦軸はクロック遷移の磁場設定値に関する周波数オフセット値からのずれを示す。図中の両速度分布の最確速度は、それぞれ 140 m/s 110m/s である。このような特性を詳しく調べて、マヨラナ遷移が起きているとしたらどこで起きているかとか、避けるには磁場の設定値をどの値にしたら良いかなどを判断する。

(5) 隣接遷移

前の磁場の項目の所で示した第4.11図からわかるように隣接遷移の影響を避ける必要があり、通常の磁場設定値 (108.188 mOe) では十分この影響が減衰するようにしている。これによる周波数シフトは、(2.62) 式を使って数値計算で求めた。この計算において、隣接遷移からクロック遷移は十分離れているのでラムゼイ共鳴による振動は無視できるほど減衰しラビ共鳴が影響するとして処理をして、図中の高速ビーム (最確速度 140 m/s) で 2.5×10^{-14} 、低速ビームで 1×10^{-14} 位であると推定した⁽¹⁰⁾⁽⁵⁰⁾。この計算方法は、De Marchi らと Baugh らの採用した計算方法⁽⁵¹⁾⁽⁵²⁾と結果的には同じであろう。

クロック遷移の近くの四つの π 遷移、即ち $(F=4, m_F=0) \rightarrow (F=3, m_F=\pm 1)$ と $(F=4, m_F=\pm 1) \rightarrow (F=3, m_F=0)$ の3章で述べたビームオプティックス計算によりビーム強度、速度分布とを求め、ラムゼイ共振器のカットオフ導波管内の TE_{111} モードによる π 遷移を計算したが、第3.25図に示す実験値からも分かるように、これによる周波数シフトは無視できるほど小さいという結果を得た。しかし、これはラムゼイ共振器にあげるビーム通過口が小さいからであって、2極磁石を使うビームオプティックスを採用している一次標準器、例えば NBS6 などのようにビーム通過口が比較的大きい場合は De Marchi らがその可能性を指摘している



第4.12図 サイドバンドスプリアスによるマイクロ波パワー依存周波数シフト⁽⁹⁾

ように⁽⁵³⁾ π 遷移の裾野の影響が出るであろう。

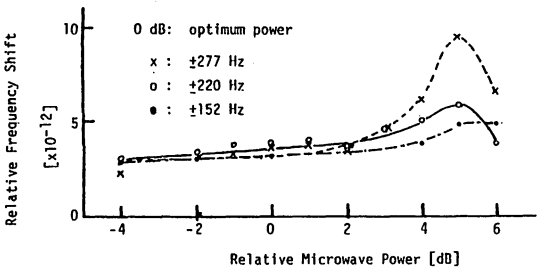
(6) マイクロ波スペクトル純度

セシウム標準器でのサイドバンドスプリアスの影響について、Audoin らの文献 (54) で扱われている方法の中で実際に起きていると考えられるキャリアに対しサイドバンドスプリアスが一定の間隔を保っている場合の検討を主に述べる。第4.12図は、これのマイクロ波パワー依存性を調べたもので、6 cm の六極磁石の場合のビーム速度分布 (最確速度 270m/s) を計算に使用している。スプリアスパワーがキャリアに対し -20 dB、左右の対称性が 1%、矩形波変調周波数は 150 Hz である。サイドバンドスプリアス周波数がキャリア近傍の 50 Hz 以下では、その周波数シフトへの影響は単調に小さくなっている。最適パワー付近を境に符号も変わりパワーを増すに従って変化が大きくなっている。キャリアによる遷移確率が最適パワーで飽和する飽和効果が出ている。離調周波数依存性はラムゼイパターンスペクトルの半値幅の周波数までは単調にその影響が大きくなるのが分かり、周波数プリング効果が現れている⁽⁹⁾。このことから変調幅特性があることが予測でき、実際の計算結果でそのことが得られている。

商用のセシウム標準器のビーム管について、試作した一次周波数標準器内電子回路・制御系でパワーシフトを調べたのが第4.13図である⁽⁵⁵⁾。この原因は別として、周波数変調幅依存特性が出ていて、パワーシフトが比較的小さいことが分かる。

実測のキャリアに対するサイドバンドスプリアスは、第3.46図に示したように -40 dB 以下で小さいことと、

低速ビームでは更にスペクトル幅が狭くなることのためこの影響は上記の計算結果より更に小さくなる。しかし、実際には、アースの不完全、水晶発振器の選択の誤り、各回路素子の接続の不適正による S/N の劣化などにより、ビーム方向反転してパワーシフトが両パワーシフトの平均値に対して非対称にできることを経験している。第 3.46 図では商用電力周波数 50 Hz とそのハーモニックの 100 Hz, 150 Hz, 200 Hz が、測定値の平均化と計算による換算のため出なかった。第 4.14 図は最近の位相雑音測定器で測ったものである。これは、両水晶発振器出力 5 MHz の周波数を合わせ位相を 90° ずらしダブルバランスミキサーに入れ S 字カーブの零交差出力を所定のフィルターを通しデジタル電圧計で測った値を FFT で変換することによっている。この図中のデータを 9GHz に換算するため約 65 dB 増やしても依然として -40 dB 以下であってサイドバンドスプリアスの影響は小さい。この方法に加えて第 3.39 図で示した短期安

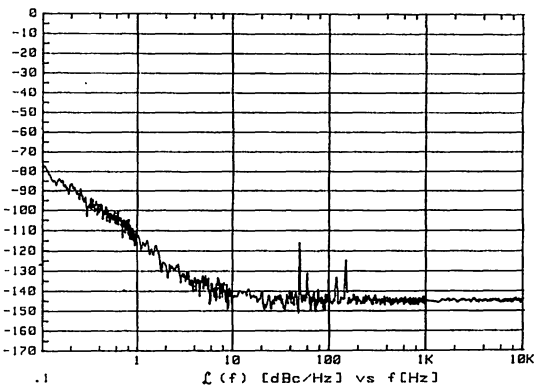


第4.13図 商用ビーム管のマイクロ波パワー依存周波数シフト⁽⁵⁵⁾

定度測定による診断があり、この方法は前の方法より原理的に情報が少ないが、比較的簡単に定量的に評価出来ることと、キャリア付近の雑音を評価するには優れている。雑音の影響は測定条件によっても左右され、時間的にも変わる微妙な問題であるので、ここで述べた二つの方法で常時監視するシステムを備え、周波数シフトへの影響について定量的な検討を実現する必要がある。

4.3 確度評価値と協定世界時 UTC (CRL) (日本標準時)及び国際原子時への貢献

第 4.1 図に 1987 年 4 月 5 日測定された一次周波数標準器の確度評価値を示した。表の中で数値が書き込まれていないのは、これに該当する値が全体の合計値に大きな影響を与えず、しかも、その大きさがはっきりしないからである。前節で確度評価の主要な項目については説明



第4.14図 水晶発振器の位相雑音

表 4.1 通信総合研究所一次周波数標準器 Cs 1 確度評価 (1987 年 4 月 5 日)

Source of uncertainty	Bias (X10 ⁻¹³)	Uncertainty (σ, X10 ⁻¹³)
1. 2nd-order Doppler shift	-0.75 (typical)	0.02
2. Cavity phase shift and 1st-order Doppler shift	7.16 (typical)	0.9
3. Magnetic field		
a) Offset due to finite field	5438.91 (typical)	0.1
b) difference between $\overline{H_0^2}$ and $\overline{H_0}^2$	0.11	
c) difference between cavity interaction region and drift region	-0.1	
4. Pulling by neighboring transition		0.1
5. RF spectrum		0.15
6. Frequency modulation and demodulation		0.25
7. Cavity frequency pulling		0.05
8. Black body radiation	-0.17	
9. Gravitational red shift	0.11	
Total uncertainty (rms)		0.96

しているが、付け加える事柄を次に項目順に述べる。

1. ビーム方向東→西の二次ドップラーシフトを表に示したが、西→東では -0.7×10^{-13} と再現性の良いビーム速度分布であった。
2. 第4.4図中の1987年4月のパワーシフト -3 dB を評価した。その図から分かるようにこの場合のパワーシフトが以前の二つの例より大きく出ている。特に 0 dB 最適パワーでパワーシフトが大きくなりビーム方向反転による相互の値の平均値に対する対称性が悪くなっている。前節で述べたようにこれの評価方法として、パワーシフトの主な原因は一次ドップラーと共振器位相分布であり、パワーシフトを大きくしているのは共振器の相互作用領域での周波数変調効果がお互いに相殺せずとに現れることに起因し、このビーム方向反転によっての対称性が悪いのも、この周波数変調の量が違うためとした。最適パワーでの対称性の悪さが -3 dB の値より大きくで測定し易いのでこの値でもって -3 dB の非対称性を推定した。
3. これに関しては前節の“磁場”の項目で述べた。
4. 前節の“隣接遷移”の項目で述べたビームの最確速度 140 m/s の場合の計算から類推しているので必ずしも正確ではない。
5. これも最確速度 270 m/s の場合の計算値からの類推によっているので再計算が必要であるが、更に正確に評価するには、これに関する理論と実験による詳しい調査が望まれる。
6. これに関しては、3章の電子回路・制御系のところで述べた水晶発振器にデジタル制御電圧を供給している D-A コンバータの単調性に起因する誤差を挙げた。この誤差は、通常水晶発振器のドリフトが1日の内にランダムに変動するため平均化され更に小さくなるはずである。
7. これは静電圧によるシュタルクシフトであり温度に依存する。Itano の文献中(56) の式

$$\Delta f_{\text{black body}} / f_0 = -1.69 \times 10^{-14} [T / 300]^4 \quad \dots\dots (4.7)$$

より計算した。但し、 $T = (273+23)K$ を採用した。

8. 一般相対論効果によるシフトであり、

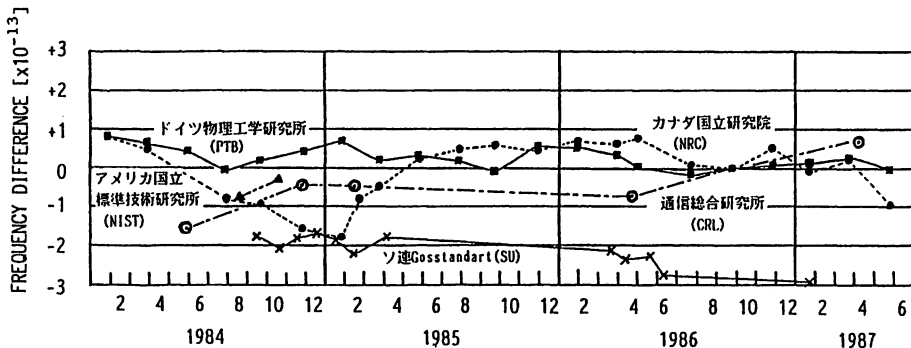
$$\Delta f_{\text{gravity}} / f_0 = g(\theta)h / c^2 \quad \dots\dots (4.8)$$

で表される。ここで、

$$g(\theta) = 9.780 + 0.0519 \sin^2 \theta \quad \dots\dots (4.9)$$

となり、単位は $[m/s^2]$ である。ここで、 h は海水面からの高さ、 θ は緯度、 c は光速である。不確かさの全合計値は $1\sigma_y = 0.96 \times 10^{-13}$ という値で、2の項目の共振器位相と一次ドップラーによる周波数シフトの不確かさの影響が大きい。このシフトを1986年4月の値のように小さくして、更に、周波数安定度などの改善をし、前節の一次ドップラーの項目のところで検討した内容で現実の実験結果を説明できるならば、このシフトによる不確かさを約 1×10^{-14} にすることができて全体の不確かさを $1 \sim 2 \times 10^{-14}$ に実現することも可能であろう。西ドイツの PTB の CS1, CS2 では共振器にビーム通過口によるマイクロ波の乱れの少ないもの、磁場発生にソレノイドコイルを採用するなどの方式の良さと、ビーム効率、グラファイトの有効利用などの種々の改善が実って $1 \sim 2 \times 10^{-14}$ が得られている⁽⁸⁷⁾。しかしながら、これを上まわる確度を実現するにはビーム速度を大幅に低速にするとかの根本的改善が必要であろう。

世界測位システム (GPS) 衛星による UTC (CRL) (=日本標準時 JST) の時刻の値を国際報時局 (BIH)、後に国際度量衡局 (BIPM) へ送ることを1984年から始めたので、同年から年1~2回一次標準器 Cs1 の確度評価値を送り国際原子時の校正に寄与することを始めた。但し、1988年は実験とオーバーホールのため確度評価値が得られなかったで送っていない。この結果は各国の一次標準器の値とともに国際度量衡局の年報(1986年までは国際報時局の年報)に記載された。これを第4.15図に示す。データは1984年5月3日、同年11月30日、1985



第4.15図 各国の一次標準器からみた国際原子時 (TAI) の動き、但し、NRCはCs Vの値、SUはMCs 102の値 (BIPMの年報からの引用であるが、1987年のCRLの値は推定値)

年2月15日, 1986年4月19日, 1987年4月5日に測定されたもので, この時の比較精度も含めた不確かさ($1\sigma_y$)は, それぞれ1.32, 1.1, 1.5, 0.75, 1.25×10^{-13} であった. 但し, CRLの1987年の値は推定値で1988年の年報に1987年の値として記載される予定である. 国際原子時は, PTB, NRCの一次原子時計(primary clock, 一次標準器を連続運転して時計としても利用するもの)数台, 世界の各機関の時計, 即ち水素メーザ時計数台, 商用のセシウムビーム原子時計約180台のデータに統計的に重みづけをして得られるベーパークロックである. 図から, ソ連の値を別にすれば各一次標準器は不確かさの範囲でよく一致している. 各国の一次標準器の確度等は第1.1表に示している.

日本標準器 UTC (CRL) の CRL 一次標準器 Cs1 に対する値は, 第4.15図のデータが UTC (CRL) を介して得られるので確度評価時には常に測っている. この値は, それぞれ-0.39, 0.69, 1.08, -3.76, 0.21×10^{-13} であった. この時の比較精度も含めた不確かさ($1\sigma_y$)は, それぞれ1.1, 1.1, 1.1, 0.69, 1.20×10^{-13} である. ただし, この最後の値に第4.1表の不確かさ是对応するが, 第4.1表では磁場, 隣接遷移, マイクロ波純度での評価法を更検討したので少し小さく評価している. 日本標準器である UTC (CRL) は商用の原子時計数台で運用されていて, 各時計の変動の影響を受けるので協定世界時である UTC (BIPM) に時々同期させている. この UTC (CRL) を精度高く維持するには一次標準器を連続運転することが考えられるが, PTB, NRC ではこれが実施され長期安定度と確度の改善に貢献している. この一次原子時計法は確度評価を定期的に長期に実施するため一次標準器の動作を系統的に調べていることにもなり, 一次標準器の改良及び研究の推進に役立つ面が多い. しかしながら, 問題があれば, 時計としての運転を中止して徹底的に原因を追及できるようにすることも大事である. 一次標準器に最高の精度を期待するならば, 最低3台を必要とするが, 台数が少なくても, 他の機関の精度の高い一次標準器を GPS 衛星などによる精密時刻比較で参照基準として利用し, 他の機関の研究者との共同研究することによってそれを補うことができる. これは, 現在独自に行なわれている確度評価法の研究交流にもなり, より客観的な確度評価法確立に有益であろう.

4.4 本章のまとめ

一次周波数標準器の確度評価を精度高く行なうには, まず周波数安定度を高く得られるように設定するとともに, 安定度の良い参照基準標準器を使用することと一次標準器の確度を決めている各振動(不確かさの要因)を

正確に把握し, それによる不確かさをできるだけ小さくなるように実験条件を設定することが大事である. 不確かさを系統的に調べる必要があるので実験が長期になったり, 一次標準器の台数が多いのが効果的であったりする. ここで, 最も重要視した不確かさの要因は, 周波数のマイクロ波パワー依存性(パワーシフト)及びそのビーム方向反転による対称性とそれらの大きな原因と考えられる一次ドップラーシフト及び共振器位相分布シフトである. そして, 磁場, 隣接遷移, マイクロ波純度も大きな影響を与えるので考察した.

測定条件としては, 共鳴スペクトルを狭くし, しかも, 良い周波数安定度が得られる最速速度が 110 ms の低速ビームにして, 1回の測定を3日間とし約 4×10^{-14} の安定度を実現した.

二次ドップラーシフトはビーム速度分布から決めるので他の要因による影響に比べて不確かさは小さく, また, そのシフト自体も低速ビームのため小さい. 共振器位相分布によるシフトでは, 共振器の両アームの機械長が 0.17 mm あって, ビームの広がり共共振器の位相分布と関係して周波数シフトが起こる場合の検討をした. その際重力による個々の原子のビーム軌道の落下の影響も計算した. しかし, このシフトでは以前の実験(1980~1983)で経験した異常に大きなパワーシフトを説明するものではないことがわかった.

パワーシフトは, 使用する六極磁石の長さを 6 cm から 3 cm に替えて低速ビームを実現してから大幅に改善された. しかしながら, 依然としてビーム系の組み立ての違いによってこのシフトが異なったり, 長期ドリフトが生じた. このような経過により, パワーシフト現象を一次ドップラー効果による周波数シフトであるとする検討をした. この発生箇所として二つの場合を仮定した.

(1)共振器両端での短絡が不完全なため共振器内相互作用領域での進行波と反射の平衡が失われ進行波が幾分多くなりこれとビームの交差角が直角からずれている場合一次ドップラーシフトが起こる. (2)共振器のビーム通過口に取り付けているカットオフ円筒導波管部分でのマイクロ波モードの乱れによってビーム進行方向にマイクロ波の進行波が存在することになり一次ドップラーシフトが起こる. 従って, 六箇所ですれらが起こりそれらの合成として各箇所でのシフトが相殺しなかった場合パワーシフトとして測定される. この計算機シミュレーションは, 各場所で 0.1%位の進行波が存在していることを示唆している. このシフトに関係する両相互作用領域での同質性喪失は, ビーム軌道の重力落下によっても起こる. この重力落下効果によるシフトは, ビーム方向反転によっても符号が反転せず評価が難しい. これには, 変調周波

数をラムゼイ共鳴スペクトルの中央の半値半幅の周波数から次のピークのものにしたと周波数シフトの量が少し大きくなり符号が反転することを利用できることが分かった。また、合成されたパワーシフトがビーム方向によって最確速度が違ふ場合のパワーシフトの平均値を得る方法として従来共振器位相差シフトに用いている重み係数が有効であることを明らかにした。以上の検討結果から、検出器のホットワイヤーからの雑音を減らして周波数測定精度を向上させるとか、グラファイトを活用して共振器の汚染を防ぐなどの実験条件を整備できるならば、ここで述べた一次ドップラーシフトなどによるパワーシフト誤差を現状の約 10^{-13} から 10^{-14} に減少させることができる。

磁場による周波数シフトは大きいのであるが、それによる不確かさはクロック遷移両隣の磁場に周波数が強く依存する遷移を磁場の設定・制御及び評価に使うことによって小さくできる。また、磁場の乱れによるマヨラナ効果によるシフトはこれが起きないように静磁場を六極マグネットとC-磁場の間に掛けることによって防ぐ。これが起きているかどうかは磁場の値を変えての周波数特性から知ることができる。

隣接遷移によるシフトは、静磁場の値を増やすことにより少なくできる。しかし、磁場による不確かさを増やさない程度の値にする。これの不確かさをビーム最確速度 110 m/s と 140 m/s の二つの場合の磁場を周波数特性に関する実験と計算で約 10^{-14} と推測した。

マイクロ波スペクトル純度の影響については、実際のサイドバンドスプリアスがキャリアに対して一定の間隔を保っている場合の評価を計算で行ない現状でな約 10^{-14} と小さいことが分かった。しかしながら、ビーム方向を反転してもパワーシフトが両パワーシフトの平均値に対して非対称に出ることがある。これは水晶発振器自身の特性が悪いのか、各回路の接続と不適正によるS/Nの劣化による場合も考えられるので、これを常時モニターすることもこれによるシフトを防ぐのに有効である。今後これの評価を定量的に行なうことも必要である。

1987年4月5日のCs1の総合確度として 0.96×10^{-13} が得られた。これには一次ドップラーと共振器位相による不確かさ 0.9×10^{-13} が一番大きく効いている。これを改善して総合確度として $1 \sim 2 \times 10^{-14}$ を実現するには、検出器関係の雑音をホットワイヤー材料改善によってビームショット雑音限界の周波数安定度を達成すること、セシウム金属による共振器の汚染を防ぐこと、マイクロ波純度について適切な注意を払うこと、更に一次原子時計としての運転とか一次標準器の数を増やすことなどの諸

対策が有効であろう。即ち、一次標準器の方式および各部の改良を図りながら、不確かさの要因についての物理モデル作成実験、理論調査をすることが肝要である。

1984年から確度評価値（不確かさの合計は約 10^{-13} ）を国際原子時の較正に寄与するため国際報時局（BIH）、国際度量衡局（BIPM）へ送付した。各国の一次標準器の値はソ連の値を除いてそれぞれ確度の範囲で良い一致を示した。西ドイツ、カナダは一次原子時計として運転し好成績を収めている。特に西ドイツのCS1は最も貢献している。

5. 結 論

比較的小形の六極磁石型セシウムビーム一次周波数標準器の確度向上と協定世界時 UTC (CRL) と国際原子時 (TAI) に貢献する目的で各部の設計・試作・特性測定と確度評価を実施した。また、確度評価での不確かさの要因を考察して、この問題点、今後の改善方法を明らかにした。以下、本研究で得られた成果の要点を述べる。

1. ビーム管の開発

本研究で開発したビーム管の特色は、

- (1) ビームの軌道均質性と効率が比較的良好な六極磁石によるビームオブティックスを採用していること。
- (2) 装置全体の大きさを比較的小くして、精度高く製作及び実験し易くしていること、である。即ち、ラムゼイ共振器長を 55 cm にし、磁気シールドの最内槽を焼鈍によって磁気的特性を良くするためにその長さを 1 m にしている。更に、共振器へのマイクロ波の供給は導波管でなく同軸ケーブルと同軸導波管変換器にし、磁気シールドの形は円筒状でその最内槽の内径を 31.4 cm と比較的大きくしている。

2. ビーム軌道法の開発

ビームオブティックスの最適設計をする目的で次の特徴をもつシミュレーションプログラムを初めて開発した。

- (1) コリメータからのビーム噴出近似に、従来は一点光源法が良く用いられているが実状に合う細管近似法を採用する。
- (2) 六極磁石内での実効磁気双極子モーメントが磁石内の磁束密度に依存することを考慮するビーム軌道（円筒座標で示される）を Runge-Kutta 法で計算する。
- (3) 重力によるビーム軌道落下の影響を考慮する。
- (4) ビームとマイクロ波の相互作用に基づく周波数シフト計算を取り入れる。この計算は、確度評価に特に有用である。

このビーム軌道法プログラムで、ビームオプティックスの各種パラメータを変えて、ビーム効率と周波数安定度及びスペクトル幅への影響を調べた。

六極磁石のビーム集束効果を明らかにするために、六極磁石を使わないビームを利用する光励起式セシウムビーム標準器用円筒コリメータの直径依存特性を従来型とともに調べた。その結果、従来型ではコリメータ径 1 mm 位までは六極磁石の集束効果が表れていること、光励起式ではコリメータ径を 1 mm 以上にするのが良く、その場合ビーム消費量の増大を少なくする工夫が必要になることなどがわかった。

実験で得られた値は設計値と良く一致した。共振器長が短いためスペクトルの半値全幅が大きくなるが、低速ビームを実現して半値全幅を 100 Hz 位に小さくでき、予想される周波数短期安定度として約 $5 \times 10^{-12} / \tau^{1/2}$ の良好な結果を得た。このビーム軌道法は、他の方法よりもシミュレーション効果が上っている。例えば、実験でのビーム量がこれによる計算値の 73 % を示した。これに対して、PTB の一次標準器に関しての G. Becker の方法（コリメータからのビーム噴出を一点光源とし、磁石内の軌道を光学レンズの手法を利用する）では実験が計算値の 40 % を示している。

3. 静磁場の制御及び磁場分布による周波数シフトの補正

静磁場発生は 3 重の磁気シールドの中で 4 本の平行棒に一定の電流を流すことによる。ビーム軸での磁場分布は、共振器両相互作用領域の中間で放物線状の強度分布を示した。この分布によるマイクロ波パワーに依存する周波数シフトへの影響を、($F = 4, m_F = \pm 1$) → ($F = 3, m_F = \pm 1$) の両隣接遷移で磁場を連続制御することによってほぼ除くことができ、その残差に対しても精密な補正ができる（約 10^{-14} ）ことを考案し、このことを計算と実験で明らかにした。

4. ラムゼイ共振器製作と評価の改善

ラムゼイ共振器の製作法は奇数次モードを利用する方法で行ない、この方法を製作後の加工精度も含む完成度評価にも適用した。共振器左右のアーム長差を 0.17 mm 程に調整することは可能である。この差の影響は周波数シフトにして 3.2×10^{-13} であり、ビーム方向反転で十分測定あるいは評価できることを示した。

5. 電子回路制御系の開発と評価

電子回路制御系として周波数合成器を使わないで回路が簡素化される水晶発振器直接矩形波変調を初めて試作した。そして、磁場の制御に都合の良い周波数合成器を使用する周波数矩形波変調方式を試作した。いずれも、周波数変調歪みと S/N で有利な方式であり、ディジタ

ル化され計算機で自動制御される。更に、他の標準器との周波数比較、ビーム方向反転自動化装置も製作した。試作した制御系の各回路の雑音の周波数安定度に及ぼす影響を評価し、検出系の雑音を除けば十分低雑音であることがわかった。

6. 確度評価とその向上

確度評価での主な不確かさの要因について個々に検討し、総合確度 0.96×10^{-13} を得た。そして、その周波数値を日本標準時、国際原子時の校正に使い一次標準器としての貢献をした。新しい結果として、次の事柄が得られた。

- (1) 共振器位相分布とビームとの相互作用による周波数シフトで、測定されたマイクロ波パワー依存周波数シフトを説明することを試みたが、一次ドップラー効果による周波数シフトが原因であるとする方が矛盾がない。
- (2) 隣接遷移による周波数シフトの不確かさを、ビーム最速速度 110 m/s と 140 m/s の 2 つの場合の実験と計算で評価し約 10^{-13} とした。
- (3) マイクロ波スペクトル純度の影響については、キャリアに対してサイドバンドスプリアスが一定の間隔を保っている場合の評価を行ない約 10^{-14} と推定した。しかしながら、水晶発振器の特性が悪いとか、各回路の接続の不適正による S/N の劣化等には注意を要する。
- (4) 不確かさの合計を現状の 10^{-13} から $1 \sim 2 \times 10^{-14}$ に改善するには、検出器からの雑音を低くすること、セシウム金属による共振器の汚染を防ぐこと、マイクロ波純度について注意を払うこと、更に一次原子時計としての運転と一次標準器の台数を増やすとかの諸対策も必要である。
- (5) 1984 年から確度評価値（不確かさの合計は約 10^{-13} ）を国際原子時と日本標準時の校正に使用した。各国の一次周波数標準器の値はソ連の値を除いてそれぞれの確度の範囲で良い一致を示している。

7. 今後の確度向上の指針

セシウムビーム一次標準器 Cs1 の確度向上にとって「低速ビーム化」が決定的であったように、共鳴スペクトル幅を狭くすることが今後の大きな改善方法であろう。これに関して、ビーム効率が格段に向上するリサイクルコリメータの使用とかレーザークーリング、または強力な磁石によってビームと低速化を進展させる案が考えられ、一部実験段階になっている。これらの成功によって 1 桁以上の確度向上が期待できる。光励起式セシウムビーム標準器は、新しい光技術を活用できるので「ビームの低速化」等の確度向上技術を発展させるであろう。

謝 辞

本論文をまとめるにあたり、終始懇切な御指導をいただきました早稲田大学教授大井喜久夫博士、前早稲田大学教授植松健一博士、東京理科大学教授田幸敏治博士、早稲田大学教授中村堅一博士に厚く御礼を申し上げます。また、励ましと御指導をいただきました早稲田大学市ノ川竹男教授、同教授上江洲由晃博士にも感謝いたします。

本論文の研究は、筆者が郵政省通信総合研究所において行なった原子周波数標準器に関するもので、多くの方々に御指導、御協力をいただきました。筆者のカナダ国立研究院 (NRC) での在外研究で貴重な御指導をいただいた C. C. Costain 博士、A. G. Mungall 博士、D. Morris 博士、研究室型セシウム標準器技術について有益な助言、御意見をいただいた計量研究部付主任研究官古賀保喜博士に感謝申し上げます。御指導とまとめる機会を与えて下さった通信総合研究所元所長若井 登博士、元所長塚本賢一氏、前所長鈴木誠史博士、現所長畚野信義博士に心から感謝します。また、本研究を進めるにあたり、直接温かい御指導をいただきました方々、特に通信総合研究所元総合研究官佐分利義和氏、元原子標準研究室長小林正紀氏、元情報処理部計算機研究室長原田喜久男氏、現企画調査部長林理三雄博士、電波部長石嶺剛氏、標準測定部長吉村和幸博士に深く感謝します。さらに、本研究に関し特に御協力をいただいたコヒーレンス技術研究室長占部伸二博士、同主任研究官石津美津雄氏、周波数標準課主任研究官波木政昭氏、前周波数標準課比較係長岡沢治夫氏、原子標準研究室長梅津 純氏、同主任研究官太田安貞氏、同斎藤春夫氏、及び原子時の発生と精密周波数・時刻比較技術を確立された周波数標準課長佐藤得男氏、精密周波数・時刻比較研究室長高橋富士信博士と関連の方々に厚く御礼を申し上げます。

参 考 文 献

- (1) J. Sherwood, H. Lyons, R. McCracken and P. Kusch, Bull. Am. Phys. Soc., Vol. 27 (1952) 43.
- (2) N. F. Ramsey, Phys. Rev., Vol. 78 (1950) 695.
- (3) L. Essen and J. Parry : Nature Vol. 176 (1955) 280.
- (4) A. G. Mungall, Proc. IEEE, Vol. 74 (1986) 132.
- (5) 古賀保喜, 中段和宏, 依田 潤, 応用物理, Vol. 45, No.8 (1976) 753.
- (6) Y. Koga, Y. Nakadan and J. Yoda, J. de Physique, Colloque C8, supplement, Vol.42, No. 12 (1981) C8-247.
- (7) Y. Nakadan and Y. Koga, IEEE Trans. Instrum. Meas., Vol. IM-34, No. 2 (1985) 133.
- (8) M. Kobayashi, K. Nakagiri, S. Urabe, M. Shibuki and Y. Saburi, IEEE Trans. Instrum. Meas., IM-27 (1978) 343.
- (9) K. Nakagiri, M. Shibuki, S. Urabe, M. Ishizu, Y. Ohta, T. Morikawa and Y. Saburi, Proc. Frequency Control Symp. (1984) 447.
- (10) K. Nakagiri, M. Shibuki, H. Okazawa, J. Umez, Y. Ohta and H. Saitho, IEEE Trans. Instrum. Meas., Vol. S. IM-36 (1987) 617.
- (11) K. Nakagiri, H. Okazawa and S. Urabe, Proc. Precise Time and Time Interval Application and Planning Meeting (1986) 503.
- (12) 十文字弘道, 木原雅巳, 通信学会論文誌, Vol. J 62-B (1979) 1014.
- (13) H. Jumonji et al., Proc. Frequency Control Symp. (1978) 460.
- (14) K. Dorenwendt, Proc. IEEE, Vol. 74, No. 1 (1986) 137.
- (15) G. A. Elkin, Yu. G. Abashev, V. N. Varyshev, and V. I. Purtov, Izmeritelnaya Tekhnika, No.5 (1983) 39.
- (16) A. G. Mungall, H. Daams, D. Morris, and C. C. Costain, Metrologia, Vol. 12 (1976) 129.
- (17) A. G. Mungall, H. Daams, and J.-S. Boulanger, Metrologia, Vol. 17 (1981) 123.
- (18) D. J. Glaze, H. Hellwig, D. W. Allan, S. Jarvis and A. E. Wainwright, Metrologia, Vol. 13 (1977) 17.
- (19) Yang Xiaoren, J. de Physique Colloque C8 supplement. Vol. 42, No. 12 (1981) C8-257.
- (20) Zhai Zao-Cheng and Chuang Chi-Hsiang, j. Inst. Electrom. Telecom. Eng., Vol. 27 (1981) 500.
- (21) 武者, 末松, 高橋編集「量子効果ハンドブック」, 森北出版, 第1章12頁, 20頁 (内野研二執筆), 1983.
- (22) ファイマン, レイトン, サイズ (砂川重信訳), 「ファイマン物理学 V 量子力学」, 岩波書店, 第8章146頁, 1985.
- (23) R. C. Mockler, "Atomic Beam Frequency Standards" Reprinted from ADVANCES IN ELECTRONICS AND ELECTRON PHYSICS Volume 15, Academic Press Inc., New York,

- (1961) 5.
- (24) R. C. Mockler, R. E. Beehler, and C. S. Snider, *IRE Trans. on Instrumentation*, Vol. **1-9** (1969) 120.
- (25) G. Breit, and I. I. Rabi, *Phys. Rev.*, Vol. **38** (1931) 2082.
- (26) J. Vanier, A. G. Mungall, and J.-S. Boulanger, *Metrologia*, Vol. **20** (1984) 101.
- (27) J. H. Shirley, *J. Appl. Phys.*, Vol. **34**, No. 4 (1963) 783.
- (28) C. M. Bell, and D. Babitch, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. **IM-17** (1968) 155.
- (29) H. C. Torrey, *Phys. Rev.*, Vol. **59**, Feb. 1 (1941) 293.
- (30) H. Damms, *IEEE Trans. Instrum.*, Vol. **IM-23**, 4, Dec. (1974) 509.
- (31) 中桐紘治, 占部伸二, 小林正紀, 佐分利義和, 電波研連原子標準研究会資料 **1-3** (1976).
- (32) 中桐紘治, 渋木政昭, 占部伸二, 石津美津雄, 電波季, **29**, No.149 (1983) 97.
- (33) K. Nakagiri, H. Okazawa, M. Shibuki, and S. Urabe, *Jpn. J. Appl. Phys.* Vol. **29**, No. 12 (1988) 2383.
- (34) B. B. Dayton, 1956 *Natl. Symp. Vac. Technol. Trans.*, (Pergamon, 1957) 5.
- (35) R. E. Honig, *RCA Rev.* **23** (1962) 567.
- (36) C. Audoin, *Journal de Physique Appliquée*, Vol. **26**, Feb., (1965) 71A.
- (37) B. Huang, *Collected Papers of Int. Symp. on Time and Frequency in Hangzhou, China* (1983) 3-1.
- (38) 占部伸二, 中桐紘治, 小林正紀, 電波季, **29**, No. 150 (1983) 345.
- (39) 渋木政昭, 中桐紘治, 電気関係学会関西支部大会資料 **G-37** (1983).
- (40) A. G. Mungall and H. Damms, *Metrol.* Vol. **6**, No. 2 (1970) 60.
- (41) R. F. Lacey, *Proc. 22nd Annual Symp. on Freq. Control* (1968) 545.
- (42) R. F. Lacey, A. L. Helgessen, and J. H. Holloway, *Proc. IEEE* **54** (1966) 170.
- (43) 中桐紘治, 占部伸二, 渋木政昭, 小林正紀, 佐分利義和, 応用物理, Vol. **50**, No. 2 (1981) 122.
- (44) D. A. Howe and H. F. Salazar, *Proc. 29th Annual Symp. on Freq. Control* (1975) 387.
- (45) 国際無線通信諮問委員会 (CCIR) 第7研究委員会報告**730** (1978).
- (46) 占部伸二, 佐分利義和, 渋木政昭, 中桐紘治, 応用物理, Vol. **53** No.12 (1984) 1103.
- (47) 佐分利義和, 電波研究所資料, 周波 **77-3** (1977). 渋木政昭, 小林三郎, 佐分利義和, 電気学会標準周波数発生回路委員会資料 **24-2** (1975).
- (48) R. J. Harrach, *J. Appl. Phys.*, Vol. **38**, No. 4 (1967) 1808.
- (49) S. Urabe, K. Nakagiri, Y. Ohta, M. Kobayashi, and Y. Saburi, *IEEE, Trans. IM-29*, No. 4 (1980) 304.
- (50) K. Nakagiri, M. Shibuki, H. Okazawa, M. Aida, and N. Kotake, *Proc. 4th Symp. on Freq. Stand. and Metrol.*, Ancona, Italy (Springer-Verlag, 1988) 386.
- (51) A. De Marchi, G. D. Rovera, and A. Premoli, *Metrol.*, Vol. **20** (1984) 37.
- (52) A. Bauch, K. Dorenwendt, and T. Heindorff, *Metrol.* Vol. **24** (1987) 199.
- (53) A. De Marchi, G. D. Rovera, R. Drullinger, and D.A. Howe, *Annual Symp. on Freq. Control* (1985) 1.
- (54) C. Audoin, M. Jardino, L. S. Cutler, R. F. Lacey, *IEEE Trans.* Vol. **IM-27** (1978) 325.
- (55) K. Nakagiri, M. Shibuki, S. Urabe, R. Hayashi, and Y. Saburi, *3rd Symp. on Freq. and Metrol.*, *J. de Physique supplement*, Vol. **42**, No. 12 (1981) C8-253.
- (56) W. M. Itano, L. L. Lewis, and D. J. Wineland, *3rd Symp. on Freq. and Metrol.*, *J. de Physique supplement*, Vol. **42** (1981) C8-283.
- (57) A. Bauch, K. Dorenwendt, B. Fisher, T. Heindorff, E. K. Muller, and R. Schroder, *IEEE Trans.* Vol. **IM-36**, No. 12 (1987) 613.
- (58) R. L. Christensen and D. R. Hamilton, *Rev. Scientific Instrum.*, Vol. **30**, No. 5 (1959) 356.
- (59) S. Urabe and Y. Ohta, *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol. **22**, No.6 (1983) 1009.
- (60) G. Becker, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. **IM-25** (1976) 458.
- (61) G. Becker, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. **IM-27**, No.4 (1978) 319.
- (62) 渋木政昭, 中桐紘治, 林 理三雄, 電子通信学会総合全国大会予稿集 **28a-E-3** p. 19 (1982).

- ⑥3) 川上正光, 「電子回路Ⅱ」, 共立出版, 第10章176頁, 1964.
- ⑥4) 吉村和幸, 古賀保喜, 大浦宣徳, 「周波数と時間」, 電子情報通信学会, 第2章24頁 (吉村和幸執筆), 1989.

