

研 究

Ⅲ-1 パイロット信号によるフェージング対策技術

横 山 光 雄*

(1990年7月20日)

Ⅲ-1 ANTIFADING TECHNIQUE WITH A PILOT SIGNAL

By

Mitsuo YOKOYAMA

1. は じ め に

移動体通信で、あらゆる種類の情報伝送を行いたいという要求から、ディジタル変復調技術を移動通信に適用する研究が盛んである。その一環として、定包絡線でスペクトル集中性のよい変調方式が多数開発されてきた⁽¹⁾。Tamed FM⁽²⁾ や GMSK (Gaussian-filtered minimum shift keying)⁽³⁾ などは、その代表的な変調方式である。しかし、最近是非線形歪補償能力の非常に高い電力増幅器⁽⁴⁾ が開発され、必ずしも変調波が定包絡線である必要は無くなってきている。16 QAM などの高能率多値変調技術⁽⁵⁾ などの積極的な利用はこのような事情による。更に、ディジタル自動車電話⁽⁶⁾ の研究も盛んに行われており、実用化も間近である。

陸上移動通信では、フェージングの影響があり、信号品質が劣化する。都市内を走行している移動体が、基地局から送信された CW (continuous wave) 波を受信すると、その受信波の包絡線はレイリー分布することが知られている⁽⁷⁾。更に、受信波の位相を時間微分したものは、移動体の走行速度と搬送波の周波数に依存して、ランダムに変動する。この現象は、あたかも CW 波がランダムに FM (frequency modulation) 変調された現象と似ており、速いレイリーフェージング (fast Rayleigh fading) という名前で特徴付けられている。文献(7)によると、ランダム FM のスペクトルは、フェージングにより 20 dB のレベル落ち込みがあると、ドップラー周波数の十倍もの広がりを持つことが知られている。この現象が発生すると、位相同期回路 (PLL) は本質的に狭帯域のループ特性を持つものなので正確な基準

位相を用意できなくなり、同期検波では誤りが発生する。遅延検波を採用する場合は、1 ビット先行する信号から位相基準を得て同期検波を実施する。ここでは相前後するパルス間で位相は安定ということが条件である。しかし、速いレイリーフェージングでは、この条件も崩れることがあり、誤りの原因になる。位相のコヒーレンスがパルスの時間幅間隔で成立しなくなる原因が、軽減不能な誤り (irreducible error) の原因の1つと考えられている⁽⁸⁾。これまで、レイリーフェージングの影響を取り除く技術として、ダイバーシチ技術に関する論文が多数発表されてきた。しかし、それらの基本的な原理は、新たに提案された変調方式に適用することを除くと、ほとんど文献(8)にまとめられていることと同じである。ダイバーシチ技術は装置が単純で、フェージング障害の緩和に非常に威力を発揮する。このような単純さは、アインシュタインの「自然は単純である (Nature is simple)」の名言にもあるように、自然界の法則であり、技術開発でも大切にしたい要素である。

本論文では、パイロット信号を利用してランダム FM を除去する単純で効果のある技術を提案する。パイロット信号を、2 相位相シフトキーイング (BPSK) 信号に直交して配置する。情報を伝送するための信号と一緒にパイロット信号を使用するのは、電力効率の面から不適当である。予想どおり、提案システムは遅いレイリーフェージングにおける同期検波した BPSK の誤り率特性と比べて 3 dB 悪い⁽⁸⁾。理由は、送信電力をパイロット信号と BPSK 信号との間で平等に配分するからである。しかし、この電力損失は、速いレイリーフェージングでの BPSK の性能⁽⁹⁾ と比べると格段に優れた結果が得られるので、十分に償われる。電力を同等に配分するのは

* 総合通信部

OQPSK (offset quaternary phase shift keying) の波形と同様な効果を実現するためのものである。OQPSK の波形は、非線形増幅器を通ってもフィルタ効果を保存する能力がある⁽¹⁰⁾。ここで提案する方式は、通常のダイバーシチ技術で必要となる余分のアンテナや周波数を利用せず、ランダム FM と軽減不能の誤りを除去する。このような手法は、文献(11)にも見ることができる。

2. 提案システムの説明

提案システムは、以下に示す事項を基本にした。

- (1) フェージングを受けた CW 波の必要帯域幅は、最大ドップラー周波数の 2 倍あればよい。ドップラー周波数は $f_D = f_c \cdot V/C$ と表される。ただし、 f_c は搬送周波数、 V は移動体速度、そして C は光速である。この信号は、フェージングを受けた振幅と位相の変動分が分離されていなければ、狭帯域信号として扱うことができる。
- (2) 同期検波は、位相同期技術を利用しなくとも、遅延検波で簡単に実現できる。この単純な受信機構成で同期検波が実現できることは、願ってもない特徴である。
- (3) OQPSK では、180度の位相回転が無いので、包絡線が零になることはない。OQPSK をハードリミタに通して定包絡線にしても、位相応答が滑らかなのでフィルタ効果が保存されることが知られている⁽¹⁰⁾。この効果はスペクトル有効利用を図るうえで好ましい特性である。

これらの特徴を考慮して、BPSK 波と直交し、しかも BPSK 波と同じ振幅を持つ CW 波を、伝搬路特性の測定とコヒーレント検波の基準信号の役割を担う目的で採用する。提案する変復調システムを第 1 図に示す。

システムへの入力信号 $d(t)$ は、等確率で発生する +1 と -1 の値をとる 2 値 NRZ (nonreturn to zero) 信号である。NRZ 信号は、パルスの時間幅が T で、搬

送波を 2 相位相変調する。この BPSK 波を、直交する CW 波と加算する。フィルタ通過後、電力増幅し、アンテナから送信する。この信号を $s(t)$ とし、次のように記述する。

$$s(t) = \sqrt{P} \cdot [\cos(\omega_c t + \theta) + d(t) \sin(\omega_c t + \theta)] \quad \dots\dots(1)$$

ただし、 P は平均送信電力、 ω_c は搬送角周波数 ($= 2\pi f_c$)、そして θ はランダム位相である。

受信側では、CW 成分を、狭帯域 BPF で BPSK 成分と分離して抽出し、 $\pi/2$ 位相シフト後、受信信号と乗積する。元の CW 波と位相シフトした CW 波は、互いに直交しているので、乗積により CW 成分を除去できる。更に、BPSK 波の同期検波が実行できる。両成分にランダム FM が生じた場合は、同期検波における乗積で、除去できる。

乗積で得られた低域成分を LPF で抽出し、時刻 $t = nt$ で標本化する。ここで、 n は任意の整数である。代数符号の結果に従い、送信されたメッセージを決定する。

以下の解析では、符号間干渉は無視でき、周波数は正しく同期していると仮定する。

3. 解 析

解析に便利のように送信信号を次のように記述する。

$$s(t) = \sqrt{2P} \cdot \cos(\omega_c t + \theta - \varphi(t)) \quad \dots\dots(2)$$

ただし、

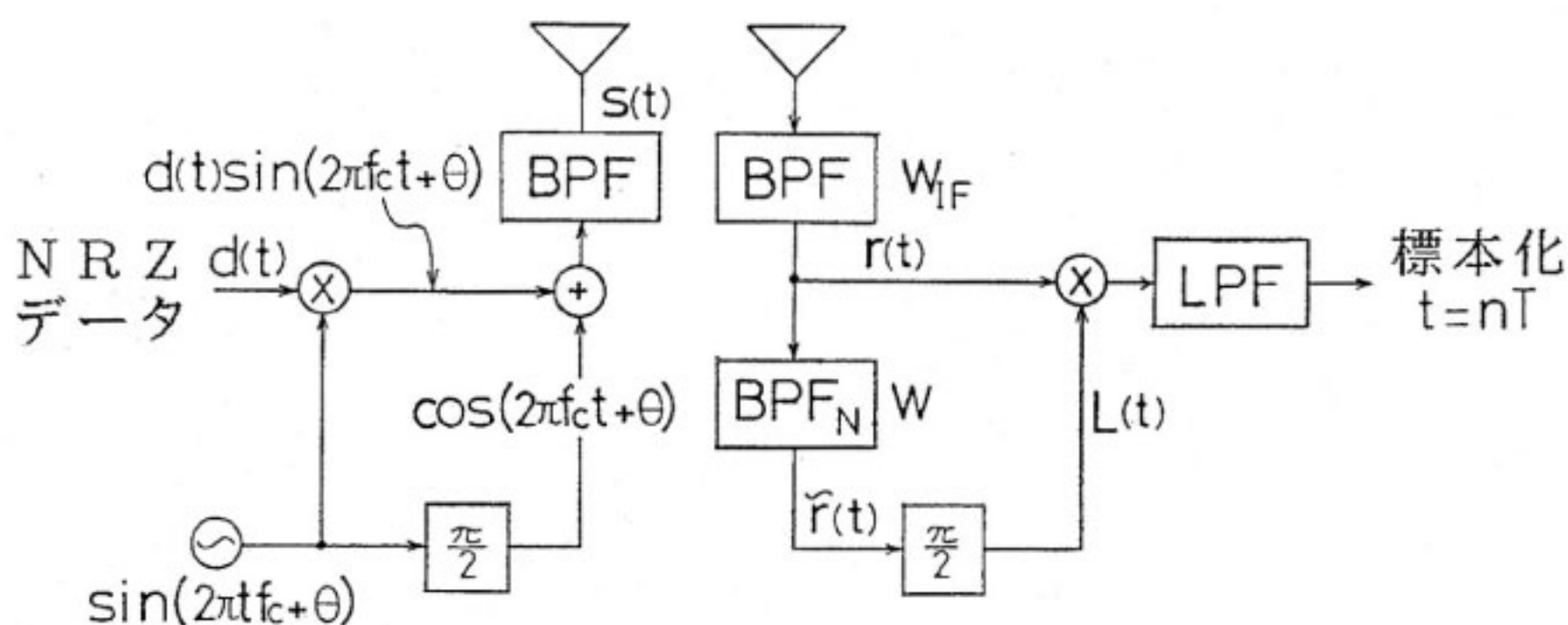
$$\varphi(t) = \tan^{-1} d(t) = (-\pi/4, +\pi/4). \quad \dots\dots(3)$$

受信機入力信号は次のように表される。

$$r(t) = s_r(t) + n_r(t) \quad \dots\dots(4)$$

ただし、 $s_r(t)$ は受信信号で、 $n_r(t)$ は受信機雑音である。これらは、次のように与えられる。

$$\begin{aligned} s_r(t) &= x_s(t) \cos(\omega_c t + \theta - \varphi(t)) \\ &\quad - y_s(t) \sin(\omega_c t + \theta - \varphi(t)) \\ n_r(t) &= x_n(t) \cos(\omega_c t + \theta) \end{aligned} \quad \dots\dots(5)$$



第1図 システムモデル

$$-y_n(t) \sin(\omega_c t + \theta). \quad \dots\dots(6)$$

$x_s(t)$, $y_s(t)$, $x_n(t)$ 並びに $y_n(t)$ は独立した平均が零の正規ランダム変数で、分散は次のように与えられる.

$$\begin{aligned} E[x_s^2(t)] &= E[y_s^2(t)] = \sigma_s^2 \\ E[x_n^2(t)] &= E[y_n^2(t)] = \sigma_n^2 \end{aligned} \quad \dots\dots(7)$$

ここで、 $E[\cdot]$ は、 $[\cdot]$ の集合平均を意味する.

レイリーフェージングを受けた信号を、独立した正規変数を乗積した2つの直交する信号の和として表現した. この表現は計算に都合がよい.

受信信号 $s_r(t)$ は次のように分離して記述できる.

$$\begin{aligned} s_r(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [x_s(t) \{\cos(\omega_c t + \theta) \\ &\quad + d(t) \sin(\omega_c t + \theta)\} - y_s(t) \{\sin(\omega_c t + \theta) \\ &\quad - d(t) \cos(\omega_c t + \theta)\}] \end{aligned} \quad \dots\dots(8)$$

または,

$$\begin{aligned} s_r(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\{x_s(t) \cos(\omega_c t + \theta) \\ &\quad - y_s(t) \sin(\omega_c t + \theta)\} + \{x_s(t) \\ &\quad \cdot d(t) \sin(\omega_c t + \theta) + y_s(t) \\ &\quad \cdot d(t) \cos(\omega_c t + \theta)\}]. \end{aligned} \quad \dots\dots(9)$$

(8)式の第1行は、送信された信号を表す ((1)式参照のこと). 第2行は、第1行を $\pi/2$ 位相シフトした関係になっている. このことは、CW 波と BPSK 波の各々独立した成分が同じようにレイリーフェージングを受けることを示している. 別の言い方をすれば、 $s_r(t)$ は同じレイリーフェージングを受けた CW 波 ((9)式の第1行) と BPSK 波 ((9)式の第2行) で構成される.

(4), (6)そして(9)式を使用して、 $r(t)$ を書き換えると次のようになる.

$$\begin{aligned} r(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{x_s(t) \cos(\omega_c t + \theta) \\ &\quad - y_s(t) \sin(\omega_c t + \theta)\} + \frac{1}{\sqrt{2}} \{y_s(t) d(t) \\ &\quad + \sqrt{2} x_n(t)\} \cos(\omega_c t + \theta) \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{2}} \{x_s(t) d(t) \\ &\quad - \sqrt{2} y_n(t)\} \sin(\omega_c t + \theta) \end{aligned} \quad \dots\dots(10a)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{x_s(t) + y_s(t) d(t) \\ &\quad + \sqrt{2} x_n(t)\} \cos(\omega_c t + \theta) \\ &\quad - \frac{1}{\sqrt{2}} \{y_s(t) - x_s(t) d(t) \\ &\quad + \sqrt{2} y_n(t)\} \sin(\omega_c t + \theta) \end{aligned} \quad \dots\dots(10b)$$

ここで、 BPF_N の帯域幅 W は、レイリーフェージングを受けた CW 波がひずみなく通過出来るように十分広く、 $1/T$ よりはかなり小さいと仮定する. 故に、

$$W = 2 \cdot f_{D \cdot \max} \ll 1/T \quad \dots\dots(11)$$

ただし、 $f_{D \cdot \max}$ はドップラー周波数の最大値である. $H_N(f)$ を、 BPF_N の伝達関数と定義すると、次の関係

がある.

$$H_N(f) = H_{N \cdot B}(f - f_c) + H_{N \cdot B}(f + f_c) \quad \dots\dots(12)$$

$$h_{N \cdot B}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H_{N \cdot B}(f) e^{j2\pi f t} df \quad \dots\dots(13)$$

ただし、 $H_{N \cdot B}(f)$ と $h_{N \cdot B}(f)$ は、それぞれ BPF_N の等価低域系表現による伝達関数とインパルス応答である.

BPF_N の出力信号は、次のように記述できる.

$$\begin{aligned} \widetilde{r}(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{x_s(t) \cos(\omega_c t + \theta) \\ &\quad - y_s(t) \sin(\omega_c t + \theta)\} + \frac{1}{\sqrt{2}} \{y_s(t) \widetilde{d}(t) \\ &\quad + \sqrt{2} x_n(t)\} \cos(\omega_c t + \theta) + \frac{1}{\sqrt{2}} \{x_s(t) \widetilde{d}(t) \\ &\quad - \sqrt{2} y_n(t)\} \sin(\omega_c t + \theta) \end{aligned} \quad \dots\dots(14)$$

ここでは、 $r(t)$ のフィルタ出力信号を $\widetilde{r}(t)$ と表した. ゆえに、

$$\begin{aligned} \widetilde{y_s(t)d(t)} &= \int_{-\infty}^{\infty} y_s(\alpha) d(\alpha) h_{N \cdot B}(t - \alpha) d\alpha \\ \widetilde{x_s(t)d(t)} &= \int_{-\infty}^{\infty} x_s(\alpha) d(\alpha) h_{N \cdot B}(t - \alpha) d\alpha \\ \widetilde{x_n(t)} &= \int_{-\infty}^{\infty} x_n(\alpha) h_{N \cdot B}(t - \alpha) d\alpha \\ \widetilde{y_n(t)} &= \int_{-\infty}^{\infty} y_n(\alpha) h_{N \cdot B}(t - \alpha) d\alpha \end{aligned} \quad \dots\dots(15)$$

基準信号 $L(t)$ は、 $r(t)$ の位相を $\pi/2$ シフトさせて、次のように得ることができる.

$$\begin{aligned} L(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{x_s(t) \sin(\omega_c t + \theta) \\ &\quad + y_s(t) \cos(\omega_c t + \theta) + \frac{1}{\sqrt{2}} \{y_s(t) \widetilde{d}(t) \\ &\quad + \sqrt{2} x_n(t)\} \sin(\omega_c t + \theta) \\ &\quad - \frac{1}{\sqrt{2}} \{x_s(t) d(t) \\ &\quad - \sqrt{2} y_n(t)\} \cos(\omega_c t + \theta) \end{aligned} \quad \dots\dots(16)$$

ビット誤り率 (BER) を計算するため、 $r(t)$ と $L(t)$ を次のように書き換える.

$$r(t) = X_1(t) \cos(\omega_c t + \theta) - Y_1(t) \sin(\omega_c t + \theta) \quad \dots\dots(17)$$

$$L(t) = X_2(t) \sin(\omega_c t + \theta) + Y_2(t) \cos(\omega_c t + \theta) \quad \dots\dots(18)$$

ただし、

$$X_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \{x_s(t) + y_s(t) d(t)\} + x_n(t) \quad \dots\dots(19)$$

$$Y_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{y_s(t) - x_s(t) d(t)\} + y_n(t) \quad \dots\dots(20)$$

$$X_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{x_s(t) + y_s(t) \widetilde{d}(t)\} + \widetilde{x_n(t)} \quad \dots\dots(21)$$

$$Y_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{y_s(t) - x_s(t) \widetilde{d}(t)\} + \widetilde{y_n(t)}. \quad \dots\dots(22)$$

乗算器で、 $L(t)$ を用いて同期検波を実施する. LPF で和成分を除去し、差成分を出力信号として得る. 時刻 $t = nT$ における標本値は、次のようになる.

$$V(nT) = \frac{1}{2} [X_1(nT)Y_2(nT) - X_2(nT)Y_1(nT)] \quad \dots\dots(23)$$

これから以降の解析では、確率過程 $X_j(t)$, $Y_j(t)$, ($j=1, 2$) の時間を固定し、それらをランダム変数とみなす. X_1 , X_2 , Y_1 そして Y_2 は、正規ランダム変数 x_s , y_s , x_n そして y_n の線形和なので、これらもまた平均が零の正規ランダム変数である. 共分散行列 H_a を次のように定義する.

$$H_a \triangleq E[(a-\bar{a})(a-\bar{a})^T] \quad \dots\dots(24)$$

ただし、 a は次式で定義される行列である.

$$a^T = [x_s, y_s, x_n, y_n] \quad \dots\dots(25)$$

T は転置行列、そして $\bar{a}$ は $E[a]$ を表す.

(7)式より次式が得られる.

$$H_a = \begin{bmatrix} \sigma_s^2 & & & \\ & \sigma_s^2 & 0 & \\ & & \sigma_n^2 & \\ 0 & & & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots(26)$$

ベクトル b を次のように定義する. ただし、 $\bar{b}$ は $\bar{b} = E[b]$ を表す.

$$b^T = [X_1, Y_1, X_2, Y_2] \quad \dots\dots(27)$$

H_a と同じようにして、共分散行列 H_b を得る.

$$H_b \triangleq E[(b-\bar{b})(b-\bar{b})^T] \\ = \begin{bmatrix} \sigma_s^2 + \sigma_n^2 & 0 & \sigma_s^2/2 & \sigma_s^2 d(t)/2 \\ 0 & \sigma_s^2 + \sigma_n^2 & -\sigma_s^2 d(t)/2 & \sigma_s^2/2 \\ \sigma_s^2/2 & -\sigma_s^2 d(t)/2 & \sigma_s^2/2 & 0 \\ \sigma_s^2 d(t)/2 & \sigma_s^2/2 & 0 & \sigma_s^2/2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots(28)$$

$$H_c \triangleq E[(c-\bar{c})(c-\bar{c})^T]$$

$$= \begin{bmatrix} \left(\frac{3}{2}+d\right)\sigma_s^2 + \sigma_n^2 & 0 & \sigma_s^2/2 + \sigma_n^2 & \sigma_s^2 \\ 0 & \left(\frac{3}{2}+d\right)\sigma_s^2 + \sigma_n^2 & \sigma_s^2 & -(\sigma_s^2/2 + \sigma_n^2) \\ \sigma_s^2/2 + \sigma_n^2 & \sigma_s^2 & \left(\frac{3}{2}-d\right)\sigma_s^2 + \sigma_n^2 & 0 \\ \sigma_s^2 & -(\sigma_s^2/2 + \sigma_n^2) & 0 & \left(\frac{3}{2}-d\right)\sigma_s^2 + \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots(35)$$

ただし、 c は次のように定義される.

$$c^T = [U_1, V_1, U_2, V_2] \quad \dots\dots(36)$$

U_1 , V_1 , U_2 そして V_2 の結合確率密度関数は(35)式から次のように導かれる.

$$P(U_1, V_1, U_2, V_2) \\ = \frac{1}{4\pi^2 \sqrt{|H_c|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2 \sqrt{|H_c|}} \right. \\ \cdot \left[\left(\left(\frac{3}{2}-d \right) \sigma_s^2 + \sigma_n^2 \right) (U_1^2 + V_1^2) \right. \\ \left. + \left(\left(\frac{3}{2}+d \right) \sigma_s^2 + \sigma_n^2 \right) (U_2^2 + V_2^2) \right. \\ \left. - (\sigma_s^2 + 2\sigma_n^2)(U_1 U_2 - V_1 V_2) \right. \\ \left. - 2\sigma_s^2 (U_1 V_2 + V_1 U_2) \right] \left. \right\} \quad \dots\dots(37)$$

この計算では、次の関係

$$E[X_1] = E[Y_1] = E[X_2] = E[Y_2] = 0 \quad \dots\dots(29)$$

を利用し、更に、条件

$$\frac{\sigma_s^2/2}{\sigma_n^2} = 10 \text{ dB} \quad \dots\dots(30)$$

の基に、以下の関係を利用して、近似を行った.

$$\int S_d(f) |H_{N \cdot B}(f)|^2 df \approx TW \ll 1 \quad \dots\dots(31)$$

$$\int S_n(f) |H_{N \cdot B}(f)|^2 df \approx W/W_{IF} \ll 1 \quad \dots\dots(32)$$

ただし、 $S_d(f)$ は $d(t)$ の電力スペクトルであり、 $S_n(f)$ は受信機雑音を規格化した電力スペクトル ($\approx 1/W_{IF}$; W_{IF} は第1図に示した IF BPF の帯域幅) である.

(23)式の $V(t)$ は次のように書き換えられる.

$$V(t) = \frac{1}{8} [(U_1^2 + V_1^2) - (U_2^2 + V_2^2)] \quad \dots\dots(33)$$

ただし、

$$\begin{aligned} U_1 &= X_1 + Y_2 \\ V_1 &= X_2 - Y_1 \\ U_2 &= X_1 - Y_2 \\ V_2 &= X_2 + Y_1 \end{aligned} \quad \dots\dots(34)$$

新しい変数も、平均が零の正規ランダム変数である. 共分散行列 H_c を計算すると次のようになる.

ただし、

$$|H_c| = (2\sigma_s^2 \sigma_n^2)^2 \quad \dots\dots(38)$$

ここで、 U_1 , V_1 , U_2 そして V_2 の代りに R_1 , ϕ_1 , R_2 そして ϕ_2 の新しい変数を導入する. これらの変数は次の関係を持つ.

$$\begin{aligned} U_1 &= R_1 \cos(\phi_1) \\ V_1 &= R_1 \sin(\phi_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_2 &= R_2 \cos(\varphi_2) \\ V_2 &= R_2 \sin(\varphi_2) \end{aligned} \quad \dots\dots(39)$$

これらの変換の Jacobian は次式で与えられる.

$$J = \frac{\partial(U_1, V_1, U_2, V_2)}{\partial(R_1, \varphi_1, R_2, \varphi_2)} = R_1 R_2 \quad \dots\dots(40)$$

新しい結合確率密度関数は次のように求められる.

$$\begin{aligned} P(R_1, \varphi_1, R_2, \varphi_2) &= \frac{R_1 R_2}{4\pi^2 \sqrt{|H_c|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sqrt{|H_c|}} \right. \\ &\quad \cdot \left[\left(\left(\frac{3}{2} - d \right) \sigma_s^2 + \sigma_n^2 \right) R_1^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\left(\frac{3}{2} + d \right) \sigma_s^2 + \sigma_n^2 \right) R_2^2 \right. \\ &\quad \left. - (\sigma_s^2 + 2\sigma_n^2) R_1 R_2 \cos(\varphi_1 + \varphi_2) \right. \\ &\quad \left. - 2\sigma_s^2 R_1 R_2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2) \right] \left. \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots(41)$$

(39)式の関係を用いると, (33)式の $V(t)$ は次のように書き換えられる.

$$V(t) = \frac{1}{8} [R_1^2 - R_2^2] \quad \dots\dots(42)$$

BER は, R_1 と R_2 に関する統計量から計算できる. そこで, (41)式で φ_1 と φ_2 について 0 から 2π まで積分し, 結合確率密度関数 $P(R_1, R_2)$ を求める.

$$\begin{aligned} P(R_1, R_2) &= \int_0^{2\pi} d\varphi_1 \int_0^{2\pi} d\varphi_2 P(R_1, \varphi_1, R_2, \varphi_2) \\ &= \frac{R_1 R_2}{\sqrt{|H_c|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sqrt{|H_c|}} \right. \\ &\quad \cdot \left[\left(\left(\frac{3}{2} - d \right) \sigma_s^2 + \sigma_n^2 \right) R_1^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\left(\frac{3}{2} + d \right) \sigma_s^2 + \sigma_n^2 \right) R_2^2 \right] \left. \right\} \\ &\quad \cdot I_0 \left\{ \frac{R_1 R_2}{4} \sqrt{\left(\frac{2}{\sigma_s^2} + \frac{1}{\sigma_n^2} \right)^2 + \left(\frac{2}{\sigma_n^2} \right)^2} \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots(43)$$

ただし, $I_0(x)$ は 0 次の変形 Bessel 関数で, 次のように与えられる.

$$I_0(x) = \int_0^{2\pi} \exp(x \cos \theta) d\theta / 2\pi \quad \dots\dots(44)$$

雑音がない場合, $d(t) = 1$ なら $V(t) > 0$ であり, $d(t) = -1$ なら $V(t) < 0$ である. 誤りは, $d(t) = 1$ のとき $V(t) < 0$, あるいは $d(t) = -1$ のとき $V(t) > 0$ となった場合に発生する. $+1$ と -1 の発生確率はどちらも同じなので, BER, P_E , は次のように与えられる.

$$\begin{aligned} P_E &= P_r(R_1 R_2 | d = 1) \\ &= \int_0^\infty dR_1 \int_{R_1}^\infty P(R_1, R_2 | d = 1) dR_2 \quad \dots\dots(45) \end{aligned}$$

$P(R_1, R_2 | d = 1)$ は, (43)式で $d = 1$ と置くことで求められる. ゆえに,

$$\begin{aligned} P_E &= \int_0^\infty dR_1 \int_{R_1}^\infty dR_2 \\ &\quad \cdot \frac{R_1 R_2}{\sqrt{|H_c|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sqrt{|H_c|}} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\quad \cdot (\sigma_s^2/2 + \sigma_n^2) R_1^2 + (5\sigma_s^2/2 + \sigma_n^2) R_2^2 \left. \right\} \\ &\quad \cdot I_0 \left\{ \frac{R_1 R_2}{4} \sqrt{\left(\frac{2}{\sigma_s^2} + \frac{1}{\sigma_n^2} \right)^2 + \left(\frac{2}{\sigma_n^2} \right)^2} \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots(46)$$

Bessel 関数に次の展開公式

$$I_0(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x/2)^{2n}}{n!n!} \quad \dots\dots(47)$$

を適用し, 積分を項別積分にして実施する. 計算を行い式を整理すると, P_E として次式を得る.

$$P_E = \frac{4\rho}{(3\rho+2)(5\rho+2)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{2^{2n}} \sum_{r=0}^n \binom{2n-r}{n} \beta^r \quad \dots\dots(48)$$

ただし,

$$\alpha = \frac{5+4/\rho+4/\rho^2}{9+12/\rho+4/\rho^2} \quad \dots\dots(49)$$

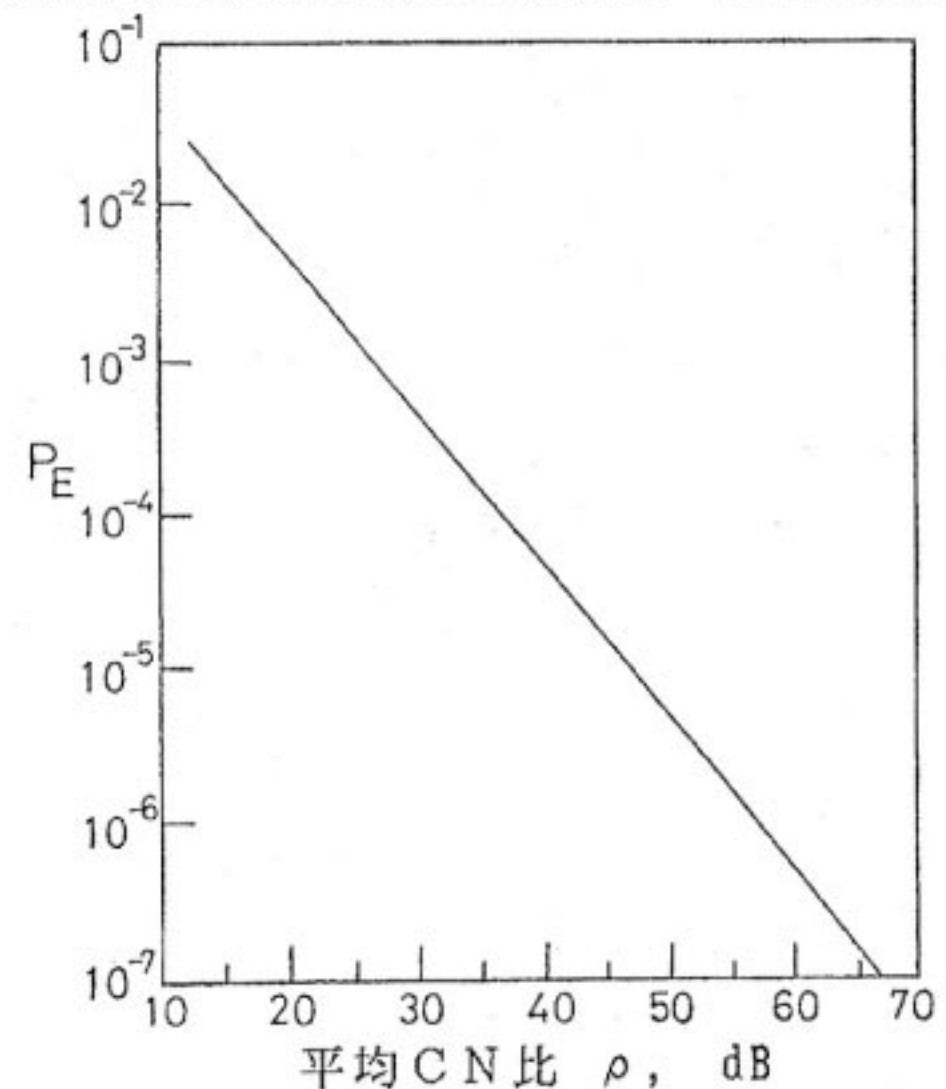
$$\beta = \frac{2(3+2/\rho)}{5+2/\rho} \quad \dots\dots(50)$$

$$\rho = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2} \quad \dots\dots(51)$$

上の式で, ρ はフェージングにおける平均 CN (carrier-to-noise ratio) である. P_E を第 2 図に示す. CN 比が大きい場合には, P_E は次のように近似される.

$$\rho \gg 1, P_E \rightarrow \frac{1}{2\rho} \quad \dots\dots(52)$$

この特性は, 遅い非選択性レイリーフェージングで同期検波を採用した BPSK の特性と比べて 3 dB 悪い⁽⁸⁾



第 2 図 平均 CN 比対ビット誤り率

この原因は, 電力を CW 波と BPSK 波に半分ずつ配分したことによる. しかし, この 3 dB の損失はダイバシティを行う際必要になる周波数やアンテナの追加なしにランダム FM による軽減不能誤りを除去したことを考

