

3.4.3 バンド幅合成ソフトウェア

近藤 哲朗*¹ 関戸 衛*¹ 木内 等*²小山 泰弘*¹

(1995年10月16日受理)

3.4.3 BANDWIDTH SYNTHESIZING SOFTWARE

By

Tetsuro KONDO, Mamoru SEKIDO, Hitoshi KIUCHI,
and Yasuhiro KOYAMA

The bandwidth synthesizing software KOMB, initially developed for K-3 VLBI data reduction on a mini-computer (HP 1000 series), was ported to a UNIX workstation (HP 9000/700 series) to process KSP VLBI correlator output data. KOMB obtains direct observed values—such as delay time, delay rate, and correlated amplitude—from cross-correlated data. We compared the results processed by the KSP data reduction system (means correlator + KOMB) with those by K-3. The difference in the observed delays used for baseline analysis is usually smaller than the theoretical errors calculated from the signal-to-noise ratio. Thus there is no fatal programing error either in K-3 KOMB or KSP.

[キーワード] VLBI, K3, KSP, KOMB, 遅延時間, 遅延時間変化率, 相関処理, 粗決定サーチ, 精決定サーチ, バンド幅合成.

VLBI, K3, KSP, KOMB, Delay, Delay rate, Correlation processing, Coarse delay search, Fine delay search, Bandwidth synthesis.

1. はじめに

VLBIで観測される遅延時間の決定精度は受信帯域幅の逆数に比例し、受信帯域幅が広ければ広いほど遅延時間の決定精度が向上する。しかしながら、観測機器の制限、特に記録装置での記録周波数帯域幅の制限から単一チャンネルで広帯域を記録することが困難であった。そこで、1chずつは狭帯域であるが、複数のchを合成することにより等価帯域幅の向上を計る方法が考案された。これがバンド幅合成と呼ばれる手法である。例えば、1chあたりの受信帯域幅が2MHz(従来の測地VLBIの標準帯域幅)とすると、遅延時間の決定精度は500nsec(=1/2MHz)程度であるが、100MHz離れた2chを受信し、それを合成すると、10nsec(=1/100MHz)程度に改善できる。ch数を増やし、さらに離れた周波数を受信することにより、遅延決定精度はさらに改善され

る。このようにバンド幅合成というのは、遅延時間の決定精度を改善するために開発された手法の呼称であるが、K3 VLBIシステムの開発以来、相関データから遅延時間および遅延時間変化率を精密に求めるためのソフトウェアを表す意味に用いられてきた。ソフトウェア自身はKOMBという名称がつけられているが、これはバンド幅合成後の相関関数が櫛(comb)状になることから名付けられた名称である(受信chの周波数が離散的で櫛状であることも考慮している)。バンド幅合成ソフトウェア(KOMB)はVLBIデータ1次処理の最終段に位置するが、この処理を終えることにより、やっとVLBI観測が成立するとも言える。このようにして得られる遅延時間および遅延時間変化率を使って、局位置を求める解析作業が行われる。

KOMBはK3 VLBIシステム開発時に開発されたものであるが、首都圏広域地殻変動観測プロジェクト(KSP計画)用に開発された相関器出力と整合が取れるように改修を行い、KSP用バンド幅合成ソフトウェア

*¹ 関東支所 宇宙電波応用研究室*² 標準計測部 時空技術研究室

とした。この改修には動作環境の変更（ミニコンからワークステーションへ）に伴う改修も含まれる。KOMBで用いている遅延時間および遅延時間変化率を求める原理はすでに文献(1)で報告済みだが、バンド幅合成ソフトウェアの理解を助けるために2.で簡単に紹介する。3.ではKOMB処理を具体的に説明する。4.ではKSP相関処理システムの処理結果とK3相関処理システムの結果を比較する。

2. 相互相関関数

VLBI観測データから遅延時間を求めるには2局で受信した信号の相互相関処理を行い、相互相関係数が最大となる遅延時間を求めればよい。ところが、地球自転のため、遅延時間は刻々と変化し、その変化に応じて相関関数の形も変化する。ここでは、まず2局で受信した信号の遅延時間が一定の場合について、周波数変換を行わない受信システムの場合の相互相関関数を示し、続いて通常のVLBI実験で行うようなビデオ帯までの周波数変換を行った場合の相互相関関数を示す。その後、遅延時間が変化する場合について説明を行う。

VLBIで受信する信号を等価モデルで表すと第1図のように表せる。 \vec{S} は電波星からの信号をスペクトル表示したもの、 τ_g は伝播路での遅延、 \vec{N}_x, \vec{N}_y は受信機で加わる雑音のスペクトル表示を表している。 \vec{X}, \vec{Y} はそれぞれの局で受信される信号である。図ではそれぞれの信号スペクトルをベクトル表記しているが、以下の議論では角周波数 ω の関数として表すことにすると、X局、Y局で受信される信号は以下のように表される。

$$X(\omega) = S(\omega) + N_x(\omega) \quad \dots\dots(1)$$

$$Y(\omega) = S'(\omega) + N_y(\omega) \quad \dots\dots(2)$$

クロススペクトルは

$$\begin{aligned} S_{xy}(\omega) &= X(\omega)Y^*(\omega) \\ &= S(\omega)S'^*(\omega) + S(\omega)N_y^*(\omega) \\ &\quad + N_x(\omega)S'^*(\omega) + N_x(\omega)N_y^*(\omega) \quad \dots\dots(3) \end{aligned}$$

となる。ここで S, N_x, N_y はそれぞれ統計的に独立なガウス雑音とすると、(3)式右辺の第2項以降は積分によりゼロとなる。さらに、Y局に到達する電波星からの信号は τ_g 遅れているから

$$S'(\omega) = S(\omega)e^{-i\omega\tau_g}$$

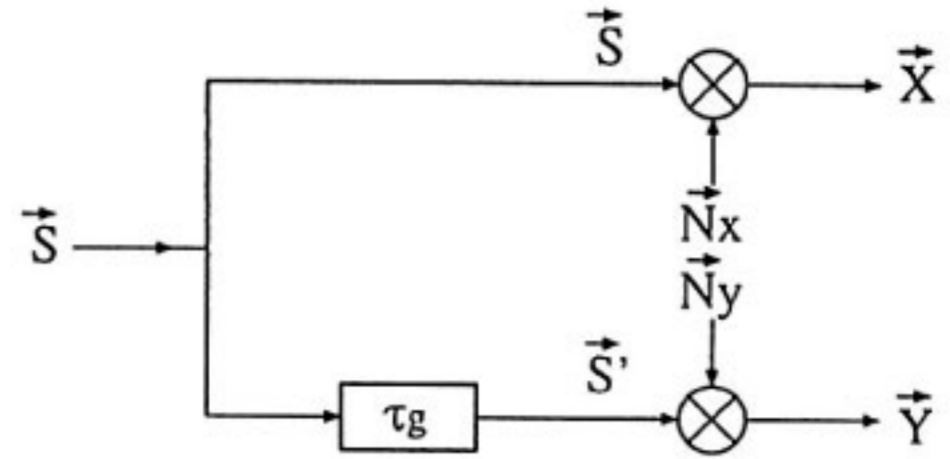
と表される。この関係を(3)式に代入すると、結局

$$S_{xy}(\omega) = |S(\omega)|^2 e^{i\omega\tau_g} \quad \dots\dots(4)$$

となる。(4)式を逆フーリエ変換すれば相互相関関数が得られる。規格化相互相関関数 $r_{xy}(\tau)$ とすると、

$$r_{xy}(\tau) = \frac{\int S_{xy}(\omega)e^{i\omega\tau} d\omega}{\int |X(\omega)| d\omega \cdot \int |Y(\omega)| d\omega} \quad \dots\dots(5)$$

である。したがって角周波数 ω_0 から $\omega_0 + \omega_B$ の帯域の白



第1図 VLBI等価信号モデル。

色雑音を受信した場合の規格化相互相関関数はこの範囲で積分することによって得られ、

$$r_{xy}(\tau) = \rho_0 \cos\{(\omega_0 + \pi_B)(\tau + \tau_g)\} \frac{\sin \pi B(\tau + \tau_g)}{\pi B(\tau + \tau_g)} \quad \dots\dots(6)$$

となる。ここで、

$$\rho_0 = \sqrt{\frac{T_{ax}T_{ay}}{(T_{ax} + T_{nx})(T_{ay} + T_{ny})}} \quad , \quad B = \frac{\omega_B}{2\pi}$$

であり、 $T_{ax}, T_{nx}, T_{ay}, T_{ny}$ はそれぞれX局、Y局での電波源信号のアンテナ受信温度およびシステム雑音温度である。

実際のVLBI観測では受信した信号はビデオ周波数帯域にまで周波数変換されたのち、相互相関処理が行われる。そこでビデオ帯域に変換された信号の相互相関関数を求めておく。

X局、Y局それぞれにおいて角周波数 ω_x, ω_y の局部発振器により周波数変換が行われるとする。周波数変換に伴う付加位相をそれぞれ ϕ_x, ϕ_y とすると、周波数変換後のスペクトル $X_v(\omega), Y_v(\omega)$ は、

$$X_v(\omega) = X(\omega + \omega_x)e^{-i\phi_x} + X(\omega - \omega_x)e^{i\phi_x} \quad \dots\dots(7)$$

$$Y_v(\omega) = Y(\omega + \omega_y)e^{-i\phi_y} + Y(\omega - \omega_y)e^{i\phi_y} \quad \dots\dots(8)$$

と表される。(7)、(8)式の右辺は第1項がUSB（上側波帯）を、第2項はLSB（下側波帯）を表す。以下の議論では簡単のためUSBのみを受信した場合を扱っていくが、LSBおよび両側波帯を用いた場合でも同様の議論が成り立つ。さて、USBを受信した場合のビデオ帯でのクロススペクトルを $S_{xy}^v(\omega)$ とすると

$$\begin{aligned} S_{xy}^v(\omega) &= [X(\omega + \omega_x)e^{-i\phi_x}][Y(\omega + \omega_y)e^{-i\phi_y}]^* \\ &= S(\omega + \omega_x)S'^*(\omega + \omega_y)e^{i(\phi_y - \phi_x)} \\ &\approx |S(\omega + \omega_x)|^2 e^{i\omega\tau_g} \cdot e^{i(\phi_y - \phi_x)} \cdot e^{i(\omega_y - \omega_x)t} \quad \dots\dots(9) \end{aligned}$$

となる。ただし、 $|\omega_y - \omega_x| \ll 1$ の条件で

$$S^*(\omega + \omega_y) \approx S^*(\omega + \omega_x)e^{i(\omega_y - \omega_x)t}$$

と近似できることを用いている。さらに

$$\theta = \phi_y - \phi_x + (\omega_y - \omega_x)t$$

$$\omega' = \omega + \omega_x$$

$$\omega_0 = \omega_x$$

とおくと,

$$S_{xy}^v(\omega) = |S(\omega)|^2 e^{i(\theta + (\omega_0 + \omega)\tau_g)} \quad \dots\dots(10)$$

となる。(10)式を逆フーリエ変換することにより、相互相関関数を得ることができ、規格化相互相関関数は以下のようなになる。

$$r_{xy}^v(\tau) = \frac{\int S_{xy}^v(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega}{\int |X_v(\omega)| d\omega \cdot \int |Y_v(\omega)| d\omega} \quad \dots\dots(11)$$

角周波数 0 から ω_B の帯域の白色雑音を受信した場合のビデオ帯での規格化相互相関関数はこの範囲で積分することによって得られ,

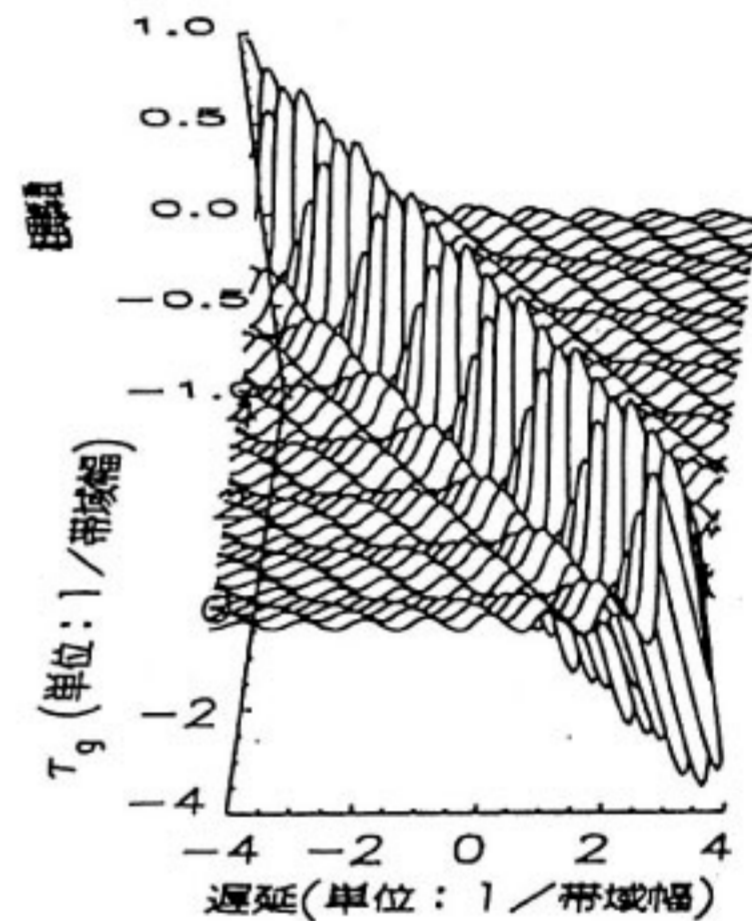
$$r_{xy}^v(\tau) = \rho_0 \cos \{ \theta + \omega_0 \tau_g + \pi B(\tau + \tau_g) \} \cdot \frac{\sin \pi B(\tau + \tau_g)}{\pi B(\tau + \tau_g)} \quad \dots\dots(12)$$

となる。(12)式が実際の VLBI 観測で扱う相互相関関数である。(6)式も(12)式も包絡線が $\sin x/x$ で表される \cos 関数であるが、 τ の変化に対して(6)式では、 $\omega_0 \tau$ すなわち受信周波数で振動するが、(12)式では $\pi B \tau (= 1/2 \cdot \omega_B \tau)$ つまり、受信周波数幅 (ビデオ周波数) の振動でしかない。第 2 図に(6)式および(12)式で与えられる相関関数を示す。

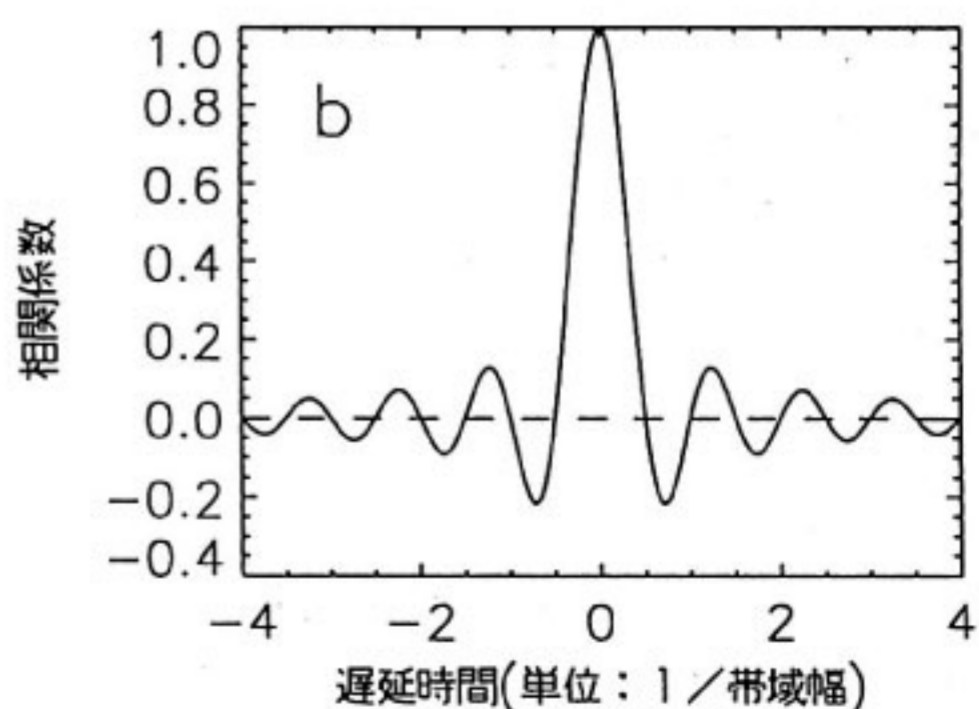
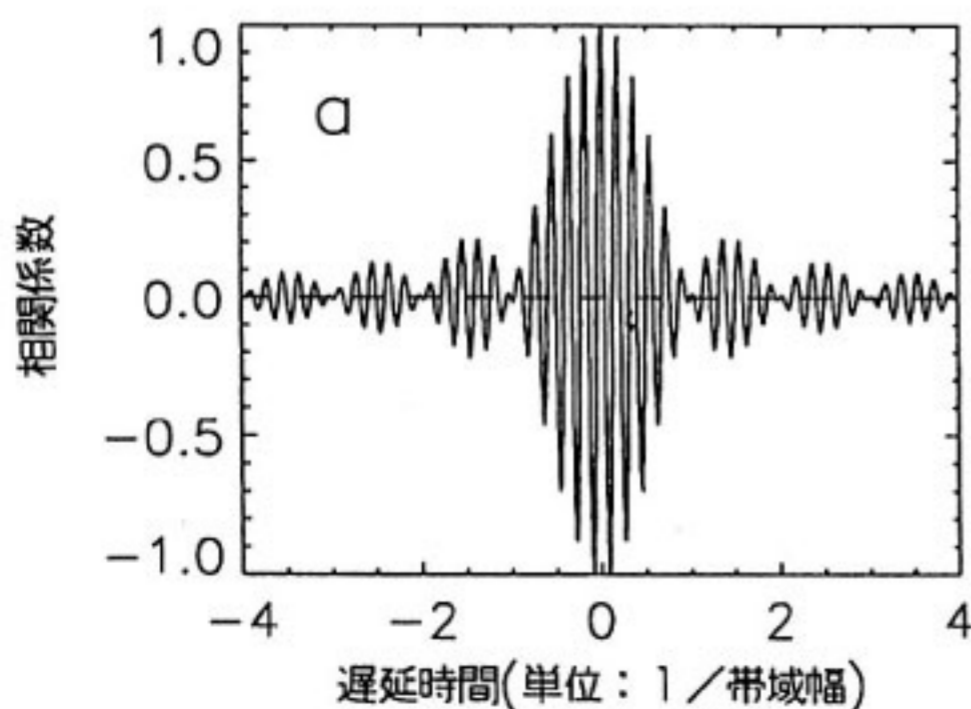
今までは τ_g を一定とした議論であるが、 τ_g が変化すると、相関関数の形が変化するとともに、ピークの位置も移動する。実際の VLBI 観測では地球自転のため τ_g は刻々と変化し、単純に積分していくのみでは相関が失われてしまう。そこで相関器 (相関処理装置のこと) では、刻々の τ_g の変化を補正しながら積分を行っている。(12)式で τ_g が $\tau_g + \Delta\tau_g$ と変化した場合、相関関数を変化させないためには τ を $-\Delta\tau_g$ 変化させ、さらに \cos の中の位相項に $-\omega_0 \Delta\tau_g$ を付加すればよい。前者は時間軸をずらすことによる補正であり、遅延追跡 (delay tracking) と呼ばれ、後者はフリッジ位相と呼ばれる位相の補正であ

るためフリッジストップング (fringe stopping) と呼ばれる。

実際に(12)式で表される相関関数が、 τ_g の変化でどう変化するかを第 3 図に示しておく。 τ_g の変化は図の横軸 (遅延) 方向への相関関数の移動と同時に相関関数の形の変化を生じることを理解しておきたい。相関器では局位置や地球回転情報に基づく計算値 (予測値) に従って、 τ_g の変化を補正しながら積分を実施する。通常の処理では予測値の誤差 (ここでは真の値からのズレ (残差) のことで、観測時の周波数標準のレートの変化などモデル化されていない成分も含む) のために、僅かずつ相関関



第 3 図 相関関数における遅延時間 (τ_g) 変化の効果。相関関数の変化を見やすく表示するために RF 周波数を非常に低くしている。遅延時間変化はピーク位置だけではなく相関関数の形も変化させることに注意。



第 2 図 a. RF 信号間の相関関数 (図を見やすくするために RF 周波数を帯域幅の 10 倍としているが、実際には 1000 倍以上の関係となる)。
b. ビデオ信号の相関関数。いずれも横軸は受信帯域幅の逆数で規格化している。

数が変形していくため、積分時間をやたらと長くとれないことになるが、実処理では相関器での積分の単位を1秒から4秒程度としている。VLBIの1観測は数10秒から数100秒の観測時間であるが、相関器から出力される数秒単位に分割された相関データから、遅延および遅延時間変化率の残差を求めるのがバンド幅合成ソフトウェアである。相関器は後で述べるバンド幅合成時に必要な各ch毎の位相校正信号の検出もおこなう。

3. 遅延時間の精密決定

相関器で相関処理を行う際には、ある程度の精度の予測値が必要である。その精度は、例えば相関器での積分の単位をT秒とすれば、その間に相関が失われないような精度が必要(かつ十分)である。実際的には遅延時間変化率の誤差によるフリッジ位相回転をTの間に数10度以内に押さえる必要があるが、遅延時間そのものは相関処理の際のサーチ窓の範囲に収まっていればよい。逆に相関処理時の予測値の精度を頑張って向上することは、いくら頑張ったところで真の値とすることはできないため、——もし、そうであれば相関処理自体不要となってしまう——無意味であるとも言える。

さて相関器では遅延時間(τ)、遅延時間変化率($\dot{\tau}$)、および遅延時間2次変化率($\ddot{\tau}$)までの予測値を与えて相関処理を行うが、これらの予測値と真の値との差(残差)を求めるソフトウェアがバンド幅合成ソフトウェアKOMBである。KOMBは遅延および遅延時間変化率の残差($\Delta\tau$ および $\Delta\dot{\tau}$)を求めているが、相関器出力データから、こうした残差を求める方法を具体的に述べていくことにする。ここでは通信総合研究所で開発された相関器から出力されるデータを元にした記述を行うが、他の時系列上で処理する相関器データに適用する場合も相関ラグ数の違いや、サンプリング周期の違いを考慮するだけで容易に適用が可能である。

相関器出力から遅延時間および遅延時間変化率の残差を求める(サーチとよぶ)には、まず相関器出力の規格化を行い、規格化相関データに対して、ビデオ帯域内のみの情報を用いてのサーチ(粗決定サーチ)を行い、さらに、各ch間の位相情報まで用いる精決定サーチ(いわゆるバンド幅合成)を行う。次節以降、この処理の流れに沿って説明していく。

3.1 相関器出力の規格化

相関器からは相関器での積分単位(PP: parameter period)ごとに、相関積分カウント値、積分関与ビットカウント値、位相校正信号位相検出カウント値が出力される。相関積分カウント値はK3相関器の場合は8ラグの相関積分カウント値、KSP相関器の場合は32ラグの

相関積分カウント値でcos成分およびsin成分が出力される。積分関与ビットカウント値は相関積分に関与したビット数のカウント値であり、相関積分カウント値の規格化に際して必要である。このカウント値が必要な理由は、フリッジストップングを行った場合、PP中の全データ(ビット)の約4分の3が相関積分に関与することになるが、その正確な値を得るためである。位相校正信号位相検出カウント値は精決定サーチの際のバンド幅合成処理に必要となるデータであり、各chにフロントエンド部から注入されている位相校正信号の位相を検出するための相関処理出力である。

相関積分カウント値のcos成分およびsin成分をそれぞれ $a_r(n, k, d)$ および $a_i(n, k, d)$ 、積分関与ビットカウント値のcos成分およびsin成分をそれぞれ $A_r(n, k)$ および $A_i(n, k)$ とすると、規格化後の複素相互相関関数 $R(n, k, d)$ は

$$\text{Re}\{R(n, k, d)\} = (2a_r(n, k, d) - A_r(n, k)) / A_r(n, k)$$

$$\text{Im}\{R(n, k, d)\} = -(2a_i(n, k, d) - A_i(n, k)) / A_i(n, k)$$

で与えられる。ここで、 n, k, d はそれぞれ周波数ch, PP番号, 相関ラグ(ビット単位)を表す指標である。

位相校正信号位相検出カウント値はX局, Y局独立にそれぞれcos成分およびsin成分が出力されるが、これらをそれぞれ $P_{xr}(n, k)$, $P_{xi}(n, k)$, $P_{yr}(n, k)$ および $P_{yi}(n, k)$ とすると、規格化後の位相校正信号検出カウント値はX局については

$$Q_{xr}(n, k) = (2P_{xr}(n, k) - N_{pp}) / N_{pp}$$

$$Q_{xi}(n, k) = -(2P_{xi}(n, k) - N_{pp}) / N_{pp}$$

で与えられる。ここで、 N_{pp} はPP中の全ビット数である。位相校正信号位相は

$$\phi_{nx}(k) = \tan^{-1} \left\{ \frac{Q_{xi}(n, k)}{Q_{xr}(n, k)} \right\} \quad \dots\dots(13)$$

で求められる。Y局についても同様に与えられ、

$$Q_{yr}(n, k) = (2P_{yr}(n, k) - N_{pp}) / N_{pp}$$

$$Q_{yi}(n, k) = -(2P_{yi}(n, k) - N_{pp}) / N_{pp}$$

$$\phi_{ny}(k) = \tan^{-1} \left\{ \frac{Q_{yi}(n, k)}{Q_{yr}(n, k)} \right\}$$

となる。

さて、相互相関処理で得られる相関強度を真の相関強度にするために、1ビットA/D変換(1ビットサンプリング)による損失補正、フリッジストップングによるバイアス補正、部分ビット補正による損失補正を行う。1ビットサンプリングによる損失は⁽²⁾,

$$\rho_0 = \sin \left\{ \frac{\pi}{2} \rho_c \right\} \quad \dots\dots(14)$$

で補正できる。ただし、 ρ_c は1ビットサンプリングされた後の相関係数で ρ_0 が真の相関係数である。

相関器でフリンジストップに用いる関数は、正弦波を-1,0,+1の3レベルで近似したものである。このフリンジストップ関数は振幅1の正弦波に比べて基本波成分で $4/\pi \cdot \cos(\pi/8)$ (=1.176)倍のバイアスがあるために、相関強度はそれだけ大きく現れる。このフリンジストップ関数の関数値0は積分の抑制という方法で実現しており、この抑制期間は積分期間の1/4にあたる。そのため、相関強度に4/3倍のバイアスが生じる。これらの補正がフリンジストップによるバイアス補正である。

部分ビット補正による損失補正とは、相関器での遅延追跡がビット単位の離散的な値でしか行えないために生じる損失の補正である。相関器ではフリンジストップ周波数をビデオ帯の中央に相当するRF周波数で計算し、1ビットの遅延が生じる度にフリンジ位相を90°ジャンプさせるという方法で損失を押さえている。この方法を用いると損失は3.4%($=\pi^2/288$)に押さえることができる。ちなみにベースバンド周波数(ビデオ帯で0に相当するRF周波数)でフリンジストップを行った場合は損失は13.7%($=\pi^2/72$)である。この損失部分の補正が部分ビット補正による損失補正である。

これらの補正をまとめると、補正後の相関関数を $r(n, k, d)$ として

$$r(n, k, d) = \sin\{C \cdot R(n, k, d)\} \quad \dots\dots(15)$$

となる。ただし、

$$C = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi}{4 \cos \frac{\pi}{8}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\pi^2}{288}} \quad \dots\dots(16)$$

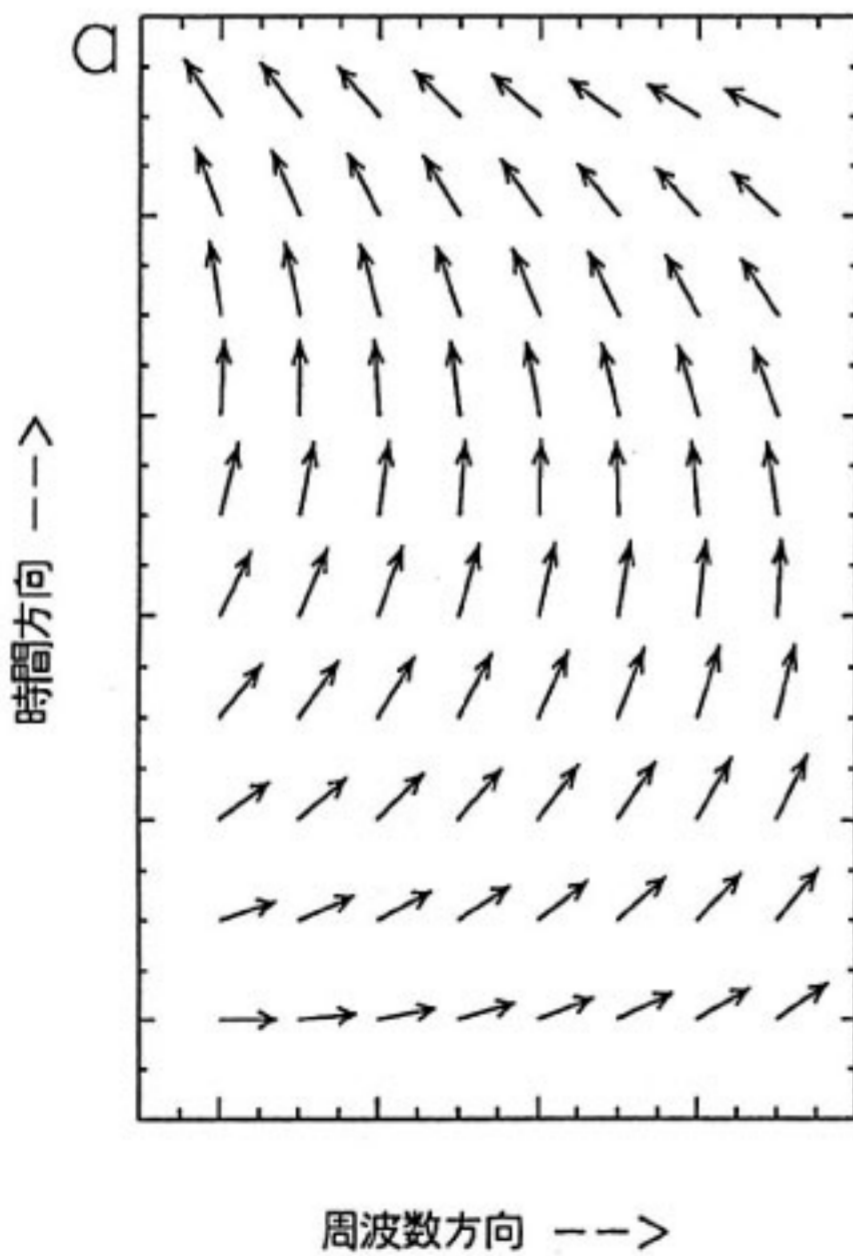
である。ここで相関強度が1より十分小さい場合(通常のVLBI観測ではこの条件を充たす)は

$$r(n, k, d) = C \cdot R(n, k, d) \quad \dots\dots(17)$$

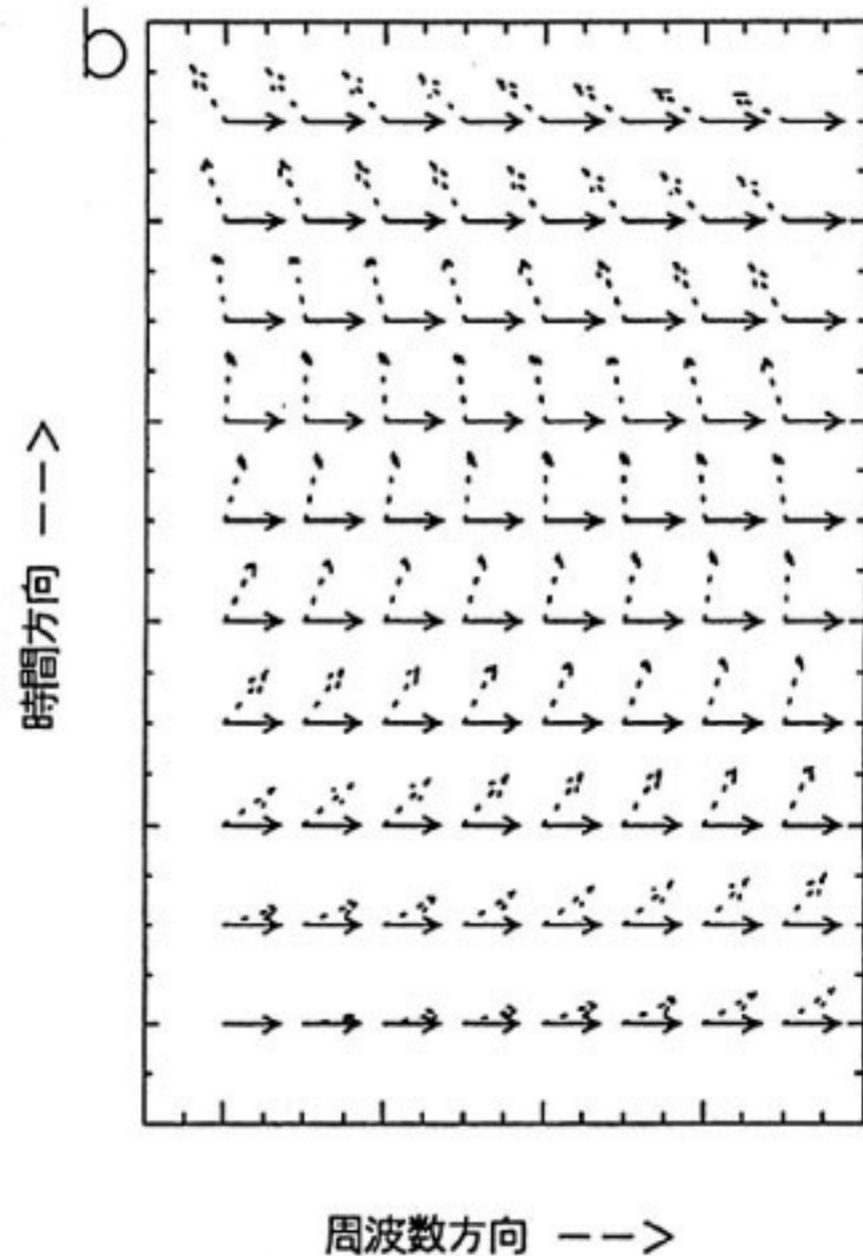
と表すことができる。こうして得られた相関関数をフーリエ変換することにより、ビデオクロススペクトルを得る。ラグ数 J の相関関数に対して J 点の0データを追加し、 $2 \cdot J$ 点フーリエ変換を行う。したがって、クロススペクトルはビデオ帯域を J 等分した各点($j=0 \sim J$)での値が得られる。ここで j はビデオ帯域内の周波数を示す指標である。こうして得られたビデオクロススペクトル $S_v(j, k, n)$ をもとに粗決定サーチを行う。

3.2 粗決定サーチ

相互相関関数のフーリエ変換であるクロススペクトルを用いると遅延時間残差 $\Delta\tau$ および遅延時間変化率残差 $\Delta\dot{\tau}$ の求め方の原理を直感的に理解しやすい。第4図a



a. 周波数-時間平面上でのクロススペクトルのベクトル表示。 $\Delta\tau$ は周波数方向へ位相回転を引き起こし、 $\Delta\dot{\tau}$ 時間方向へ位相回転を引き起こす。



b. 残差に応じた位相を計算し逆回転させるとベクトルをすべて同じ方向に向けることができる。

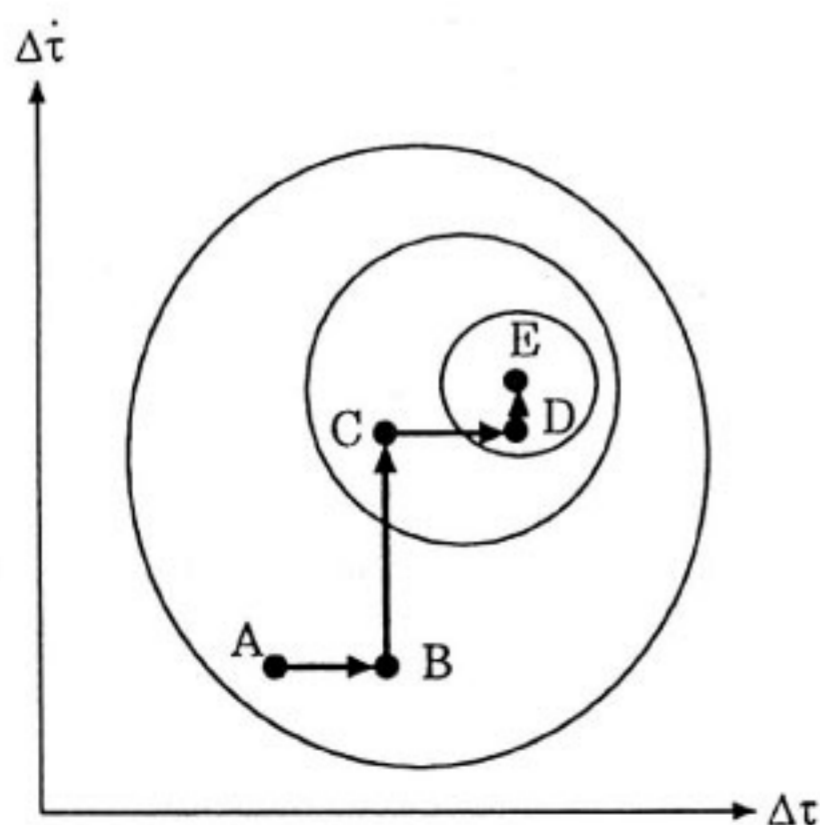
第4図 遅延時間残差 $\Delta\tau$ および遅延時間変化率残差 $\Delta\dot{\tau}$ の求め方の原理。

は周波数-時間平面上でクロススペクトルをベクトル表示したものを示す。一般的に残差は0でないために、周波数方向にも時間方向にもベクトル(位相)は回転する。周波数に対する位相の勾配の変化が遅延時間であるために、 $\Delta\tau(\neq 0)$ は周波数方向への位相回転を引き起こす。時間に対しての遅延時間が変化すると、位相が変化(回転)する。したがって $\Delta t(\neq 0)$ は時間方向へ位相回転を引き起こす。こうした残差を補正し、第4図bのようにすべて同じ方向にベクトルをむけることができると、時間一周波数領域にわたってベクトルを積分した強度は最大となる。

こうした残差の補正において $\Delta\tau$ の補正をビデオ帯域内だけで考えたものが粗決定サーチである。ビデオ帯域内において第4図bで示される操作を式で表すとnchについて

$$F(n, \Delta\tau, \Delta t) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \left\{ \frac{1}{J-1} \sum_{j=1}^{J-1} S_v(j, k, n) e^{-i\omega_j \Delta\tau} \right\} \cdot e^{-i\omega_0 \Delta t} \quad \dots\dots(18)$$

と表せる。ここで ω_j はビデオ帯域内の指標jに対応する角周波数、 ω_0 はnchのRF角周波数、 $\Delta\tau$ 、 Δt はサーチする遅延時間および遅延時間変化率残差であり、 Δt はkの間隔すなわち相関器での積分単位(PP)時間を表す。つまり(18)式はビデオクロススペクトルに対して、ビデオ帯域内では $\Delta\tau$ による位相回転の補正、時間軸方向には Δt によるフリッジ位相回転の補正を行いつつ積分を行う式である。(18)式で{ }内の Σ の範囲を $j=0 \sim J$ ではなく $j=1 \sim J-1$ としたのは相関関数の直流分オフセットおよびビデオ帯域両端での特性劣化の影響を取り除くためである。 $F(n, \Delta\tau, \Delta t)$ の絶対値を全周波



第5図 山登り法による関数の最大値のサーチ。A点を出発点とし、 $\Delta\tau$ 方向、 Δt 方向交互に最大値のサーチを繰り返す。最終的に最大値(山の頂上)E点に至る。

数chに対して積分した関数

$$F(\Delta\tau, \Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |F(n, \Delta\tau, \Delta t)| \quad \dots\dots(19)$$

で粗決定サーチ関数 $F(\Delta\tau, \Delta t)$ を定義すると、 $F(\Delta\tau, \Delta t)$ を最大化する $\Delta\tau$ 、 Δt を求める作業が粗決定サーチである。(18)式は $\Delta\tau$ および $\omega_0 \Delta t$ に関して2次元フーリエ変換の式となっているため、高速フーリエ変換(FFT)が粗決定サーチ関数の計算に使用でき、計算時間の短縮を計ることが出来る。ただし、FFTを利用する場合は、ビデオクロススペクトルで周波数成分が0($j=0$)および $\omega_B(j=J)$ での $S_v(j, k, n)$ の値を0としておく必要がある。さらにLSB側をすべて0としておく。

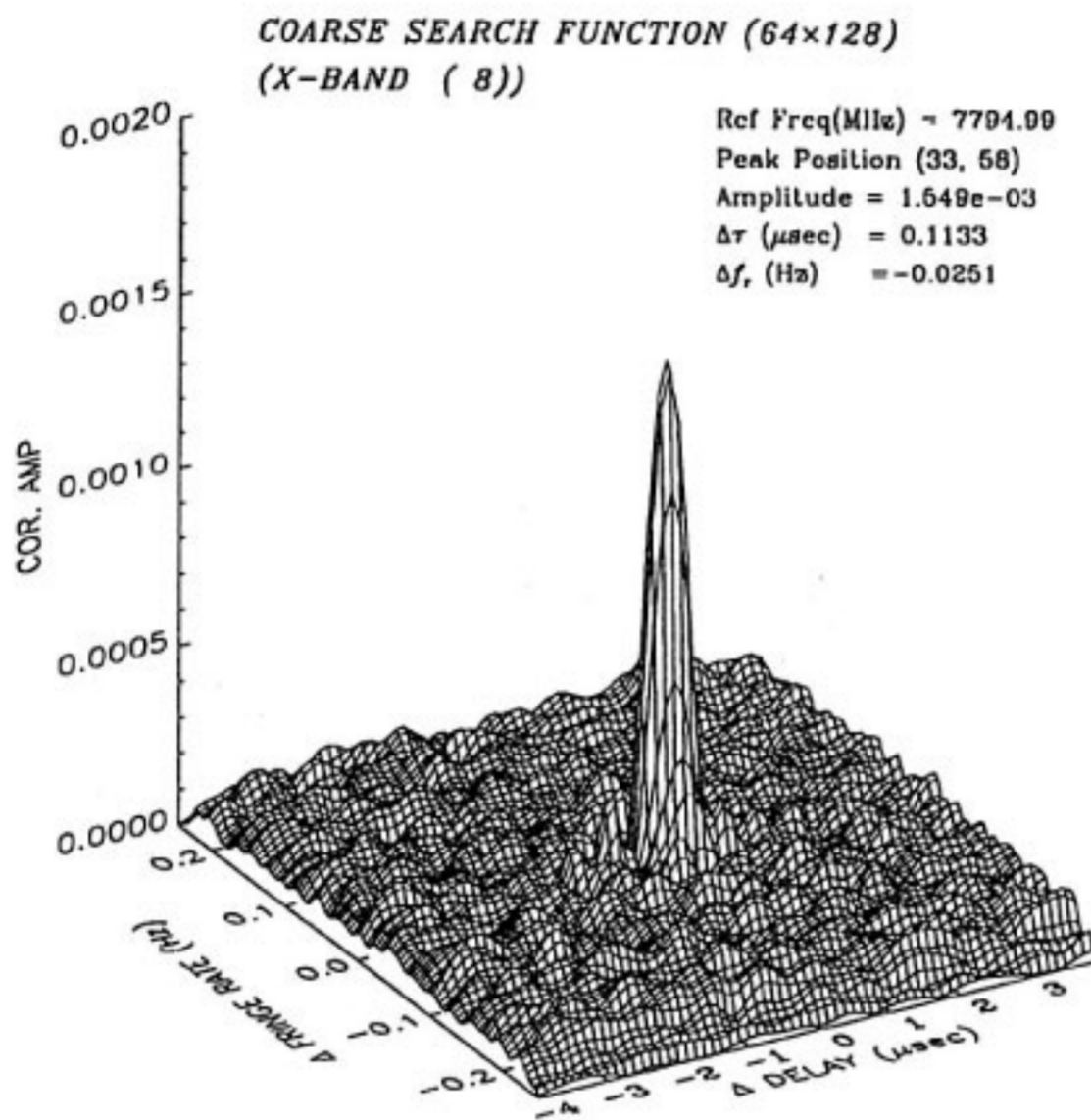
(19)式の最大値を求める数学的手法には最大傾斜法やニュートン法などがあるが、KOMBは以下のような単純な山登り法を用いている。

2次元FFTにより、 $\Delta\tau$ および $\omega_0 \Delta t$ の離散的な値に対して $F(n, \Delta\tau, \Delta t)$ が得られるが、これを Δt 領域に変換してch方向に積分することによって、 $\Delta\tau$ 、 Δt の離散的な値での $F(\Delta\tau, \Delta t)$ を得る。この $F(\Delta\tau, \Delta t)$ の最大値を求めることにより、 $\Delta\tau$ 、 Δt の第1近似値を得る。こうして得られた $\Delta\tau$ 、 Δt を出発点として、第5図に示される山登り法で、より大きな $F(\Delta\tau, \Delta t)$ をとる $\Delta\tau$ 、 Δt を求めていく。第5図A点を $\Delta\tau$ 、 Δt の第1近似値(出発点)とし、まず $\Delta\tau$ 方向にサーチを行い、その方向での最大値をとるB点に至る。引き続き、 Δt 方向にサーチを行い、その方向での最大値となるC点にいたる。これを繰り返していけば頂上にたどり着くことができる。 $\Delta\tau$ 、 Δt それぞれの方向の最大値のサーチは異なる3点の関数値から放物線近似を用いている。格子点以外の関数値の計算ではFFTが使えないため(18)式を直接計算しなくてはならない。したがって山登りに要する回数が少ないほど、計算時間の短縮となるが、計算機の演算速度の向上に伴い、この回数はそれ程全体の処理時間に影響を及ぼすものではなくなりつつある。実際の処理では $\Delta\tau$ 、 Δt 方向それぞれ3回の山登りで必要精度内に収束している。第6図に粗決定サーチ関数 $F(\Delta\tau, \Delta t)$ の実際例を示す。

3.3 精決定サーチ

精決定サーチとは、遅延時間残差による位相回転を異なるchにまで延長して補正することにより、相関強度が最大となる遅延残差を求めるサーチである。異なるch間で位相補正を行うためには、システムのch間位相差を補正しなくてはならない。このために位相校正信号の位相が使われる。

粗決定サーチで得た残差を $\Delta\tau_s$ 、 Δt_s とする。精決定サーチに先立ち、 $\Delta\tau_s$ 、 Δt_s を用いて次式で定義される



第6図 粗決定サーチ関数例. 電波星は3C345, 基線は鹿島—小金井, 周波数帯はXバンド8ch, 観測日時は1995年12月3日6時12分UT. この観測でのビデオ帯域幅は2MHzであるが, KSP定常運用時にはビデオ帯域幅は8MHzとなる. したがって定常運用時には遅延時間(delay)方向のピークの幅もこの図に比べて4分の1程度となり鋭くなる.

$D_s(n, k)$ を計算する.

$$D_s(n, k) = \frac{1}{J-1} \sum_{j=1}^{J-1} S_v(j, k, n) \cdot e^{-i(\omega_j^n \Delta \tau_s + \omega_0^n \Delta \tau_s \Delta tk)} \quad \dots\dots(20)$$

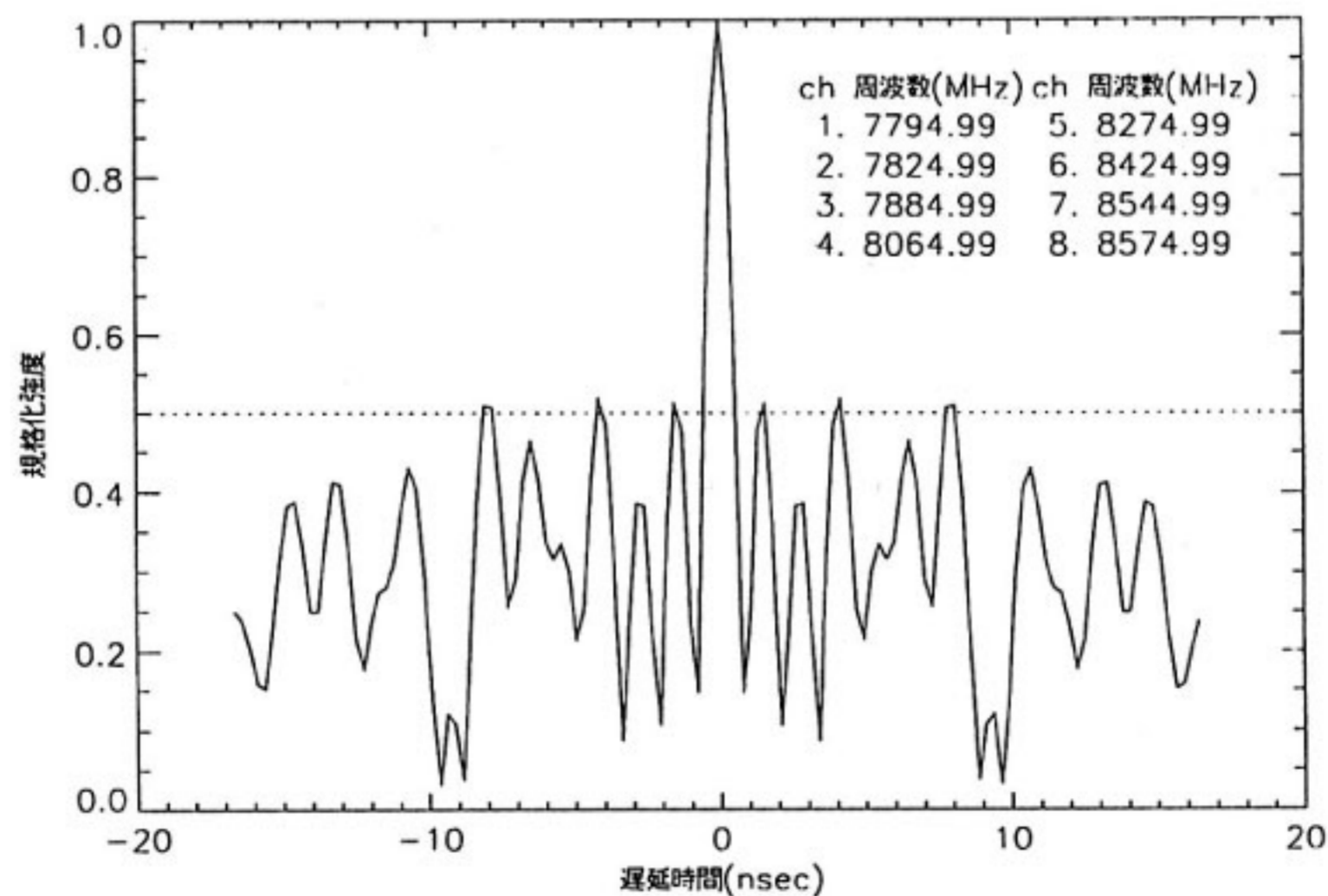
(20)式は粗決定残差を補正した相関関数である. この $D_s(n, k)$ を用いて精決定サーチ関数を次式で定義する.

$$D(\Delta \tau, \Delta t) = \frac{1}{K} \sum_{K=1}^K \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N D_s(n, k) \cdot e^{-i(\omega_0^n \Delta \tau + \Delta \phi_n)} \right] \cdot e^{-i\omega_0^n \Delta \tau \Delta tk} \quad \dots\dots(21)$$

ここで,

$$\Delta \phi_n = \phi_{nx} - \phi_{ny} \quad \dots\dots(22)$$

である. ただし, ϕ_{nx} , ϕ_{ny} はそれぞれX局, Y局のnchの位相校正信号位相の平均値である. (21)式の [] の中が, 異なるchにまたがっての遅延残差補正を示している. こうすることにより, 遅延時間の決定精度(概ね帯域の逆数程度)をビデオ帯域以上に向上することができる. この部分をバンド幅合成と呼ぶ. 第7図に実際のバンド幅合成関数の例を示す. バンド幅合成関数はピークをはさんで左右対称となるが, この対称性は, 実際の処理においてバンド幅合成がうまく行ったかどうかの判定にも使用できる. 周波数chの組み合わせは, バンド幅合成関数のサイドローブレベルが一番小さくなるのが良く, こうした組み合わせを求めるのに最小冗長配列(Minimum Redundancy Array)理論を使うことがで



第7図 Xバンド8chのバンド幅合成関数例.

きる。ch 数が少ない場合は適当な制約条件のもと(周波数範囲, 周波数ステップ), すべての周波数 ch の組み合わせに対して, 実際にバンド幅合成関数を計算し, サイドローブの最大値が最も小さくなり, かつ有効帯域幅が最も大きくなる組み合わせを強引に求めることも可能である。この方法は, 受信帯域内に混信波がある場合, 混信波をさけた周波数 ch の組み合わせを求める場合にも有効である。

さて(2)式は粗決定サーチ関数と同様に 2次元フーリエ変換の式となっているために FFT を使用して $\Delta\tau$, Δt の離散的な値に対する関数値を計算できる。実際にバンド幅合成を FFT で行うには(2)式を若干変形する必要があるが, 受信周波数 ch の内, 最小周波数を ω_0^1 として(2)式の [] 内を次式のように変形すると FFT を使うことができる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N D_s(n, k) e^{-i(\omega_0^n \Delta\tau + \Delta\phi_n)} \\ &= e^{-i\omega_0^1 \Delta\tau} \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N D_s(n, k) e^{-i\phi_n} \right. \\ & \quad \left. \cdot e^{-i(\omega_0^n - \omega_0^1) \Delta\tau} \right] \end{aligned} \quad \dots\dots(23)$$

(23)式の [] 内を FFT で計算し, 位相項 $i\omega_0^1 \Delta\tau$ は後で補正する。 $D(\Delta\tau, \Delta t)$ の絶対値が最大となる $\Delta\tau$, Δt を求めるのが精決定サーチである。最大値のサーチ方法は粗決定サーチの場合と全く同じである。まず, 2次元 FFT により $\Delta\tau$, Δt の離散的な値での $D(\Delta\tau, \Delta t)$ を計算し, その格子点としての最大値を出発点として山登り法を適用する。精決定サーチで得た $\Delta\tau$, Δt を $\Delta\tau_m$, Δt_m とすると, 最終的な遅延残差および遅延変化率残差の観測値は次式で計算される。

$$\Delta\tau_{obs} = \Delta\tau_m + l \cdot t_{am} \quad \dots\dots(24)$$

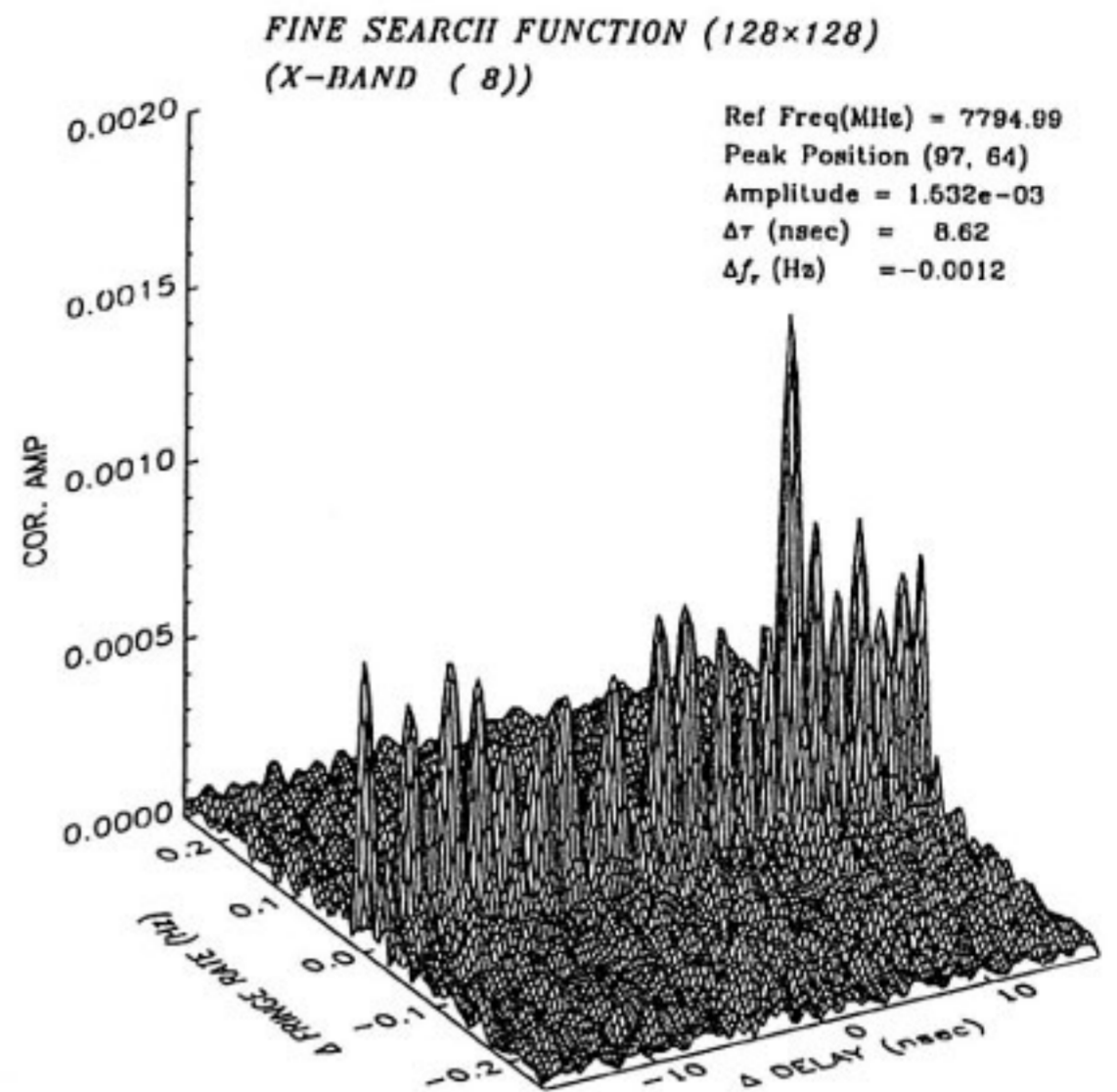
($l=0, \pm 1, \pm 2, \dots$)

$$\Delta\dot{\tau}_{obs} = \Delta\dot{\tau}_s + \Delta\dot{\tau}_m + \dot{\phi}_x - \dot{\phi}_y \quad \dots\dots(25)$$

ここで, t_{am} は受信周波数 ch の間隔周波数の最大公約数の逆数で, これはバンド幅合成に際して離散的な周波数を受信していることによって生じる $\Delta\tau$ 方向へのパターンの繰り返し周期である。これをアンビギュイティ (ambiguity) と呼んでいるが, 観測遅延にこれだけのあいまいさがつきまとうことになる。このアンビギュイティは後の基線解析の段階で取り除くことができる。 $\dot{\phi}_x$, $\dot{\phi}_y$ は PCAL レートと呼ばれる値で, それぞれの局で ch 間の位相を校正するために注入されている位相校正信号 (PCAL) 位相の時間変化率である。相関強度 (観測値) は

$$\rho_{obs} = |D(\Delta\tau_m, \Delta\dot{\tau}_m)| \quad \dots\dots(26)$$

で求められ, フリンジ位相の観測値は $D(\Delta\tau_m, \Delta\dot{\tau}_m)$ の

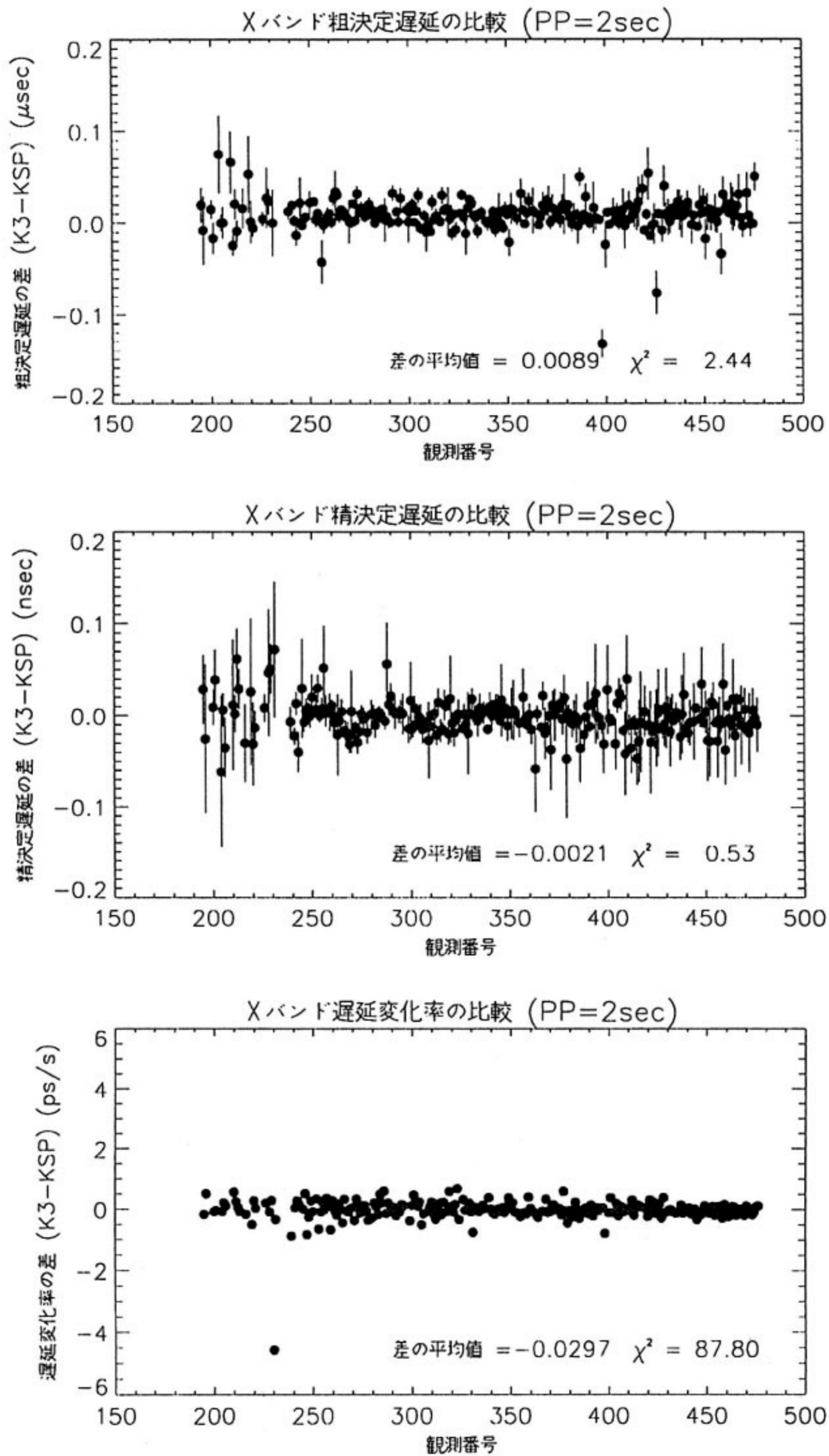


第 8 図 精決定サーチ関数例。電波星は 3C 345, 基線は鹿島一小金井, 周波数帯は X バンド 8 ch, 観測日時は 1995 年 12 月 3 日 6 時 12 分 UT. システムの特性が理想的であれば, 関数はピークをはさんで遅延時間方向に対称となるはずである。この図の場合, 若干非対称となっている。

位相となる。第 8 図に実際の精決定サーチ関数例を示す。

4. K3 と KSP 相関処理結果の比較

KSP 用バンド幅合成ソフトウェア (KSP-KOMB) は K3-VLBI システム用に開発されたバンド幅合成ソフトウェア (K3-KOMB) を KSP 相関器出力データ処理用に移植したものである。K3-KOMB は HP のミニコンピュータ (HP 1000/45 F および A 900) 上で動作する FORTRAN プログラムであるが, 処理時間を向上させるために, HP 独自の命令を多用している。このプログラムを KSP 処理計算機 (HP-apollo/700 シリーズワークステーション) へ移植するにあたり, できるだけ汎用の FORTRAN 文で記述するように留意した。実際の移植にあたり, 相関器から出力される相関データのラグ数増加 (8 から 32 ラグへ) および, 処理 ch 数の増加 (14 から 16 ch) への対応が必要であった。前者は相関データのプログラム内部配列での保存方法すべてに影響を与えたのみでなく, ビデオスペクトル計算ルーチンの書き直し等, プログラムの入力データインターフェース部分の大幅改修となった。後者は, KOMB 出力ファイルフォーマットの変更を余儀なくされ, 結果として KOMB



第9図 K3とKSPの相関処理(それぞれの相関器およびKOMB処理)結果の比較. 図は上から, 粗決定遅延の比較, 精決定遅延の比較, 遅延変化率の比較を示す. エラーバーはKOMBで得られた 1σ のエラーを示す. 図中の χ^2 は自由度(=データ数-1)で規格化した値. 使用した観測データは1995年7月25日鹿嶋-三浦基線での観測である. 周波数帯は8GHz帯の8チャンネル分のデータ, ビデオ帯域幅は2MHz.

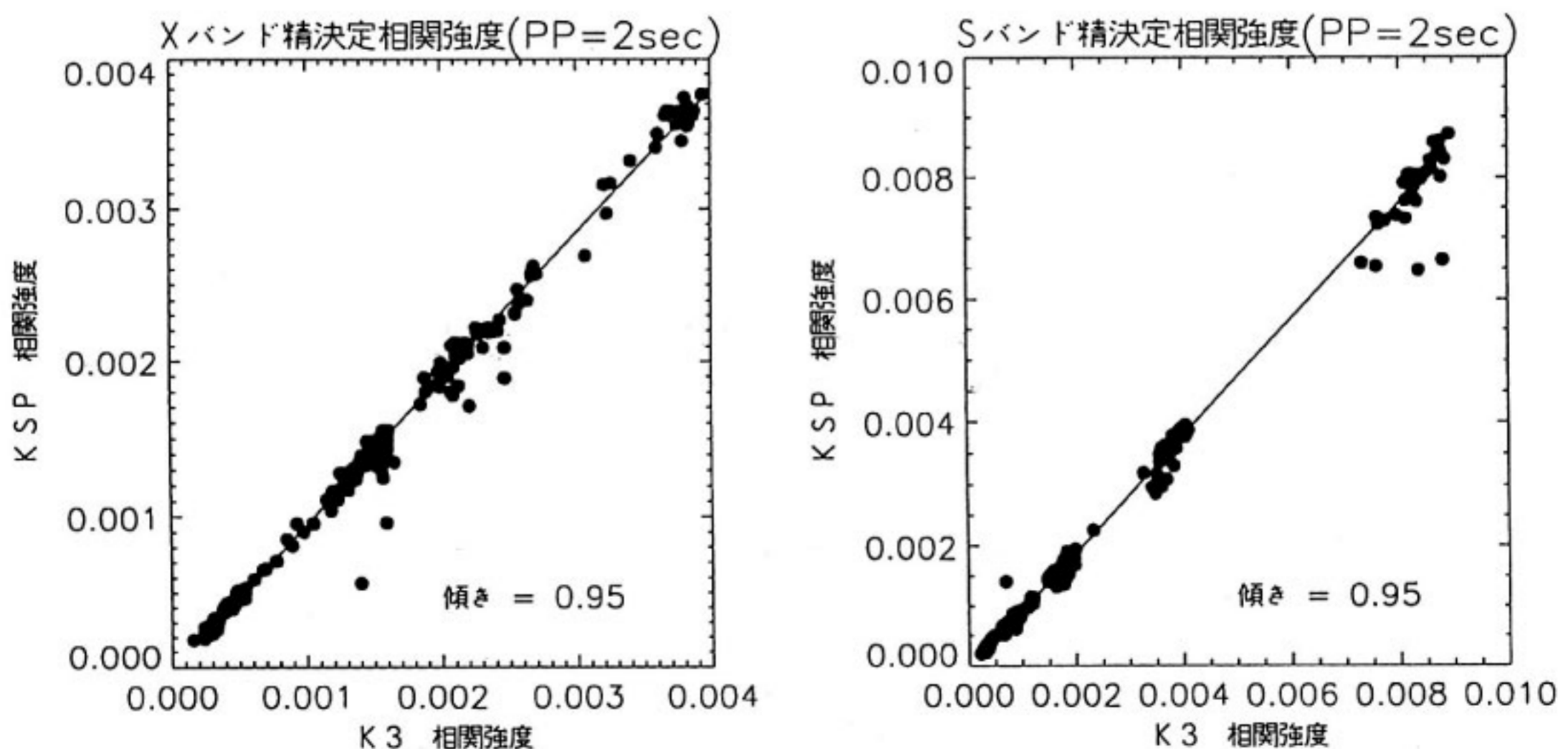
以降の基線解析ソフトウェアとのインターフェース部の改修が必要であった。また、複数基線の同時処理にも対応できるような改修を行った。

KSP-KOMBの最終確認はK3処理結果との比較を行うことにより実施した。K3相関器とKSP相関器で同じ観測テープを処理し、それぞれのKOMBで処理した結果を比較した。比較に使用したのは鹿嶋-三浦基線(基線長約123 Km)で1995年7月25日に観測されたデータの内、254観測分のデータである。ビデオ帯域幅は2 MHzである。比較結果を第9図および第10図に示す。第9図はXバンドの粗決定遅延、精決定遅延および遅延変化率の比較を示している。自由度(=データ数-1)で規格化した χ^2 はそれぞれ、2.43, 0.53, 87.8である。 χ^2 の計算にあたってはK3-KOMBもKSP-KOMBもほぼ同じ観測値誤差を与えるため、KSP-KOMBから出力された観測誤差を $\sqrt{2}$ 倍した。KOMBが出力する観測誤差は相関強度および積分時間から計算される熱雑音誤差(理論値)であるため、相関処理によって生じる誤差を含んでいない。第9図で示されるK3とKSPの差は、同一データを独立な相関処理システムで処理した差を示しており、相関処理によって生じる誤差を示していると考えられる。

自由度で規格化した χ^2 が1に近いほど、観測誤差(KOMBが出力する理論誤差:以下理論誤差と記述する)と、実際のデータのバラツキが一致していることになる。粗決定遅延については χ^2 は2.43であり、相関処

理に伴い、理論誤差よりやや大きい誤差が発生していることを意味している。精決定遅延については χ^2 は0.53であり、処理時に発生する誤差は理論誤差よりやや小さいが同程度の誤差が生じているといえる。基線解析時に観測値の理論誤差では説明がつかない残差を考慮するために付加誤差 σ_{add} を導入するが⁽³⁾、相関処理時に発生する誤差は σ_{add} の一部を説明していると考えることが出来る。遅延変化率については χ^2 は87.8であり、処理時に発生する誤差が理論誤差より大きい事を意味している。実際に遅延変化率のKSPとK3処理結果の差の標準偏差は0.24 ps/sで、KOMBの出力する1 σ 誤差(平均0.026 ps/s)より約10倍近く大きな値となっている。従来、基線解析時の誤差考察から遅延変化率の観測誤差(KOMBが出力する誤差)が過小評価ではないかとの指摘があったが、今回の比較結果はまさに過小評価であることを示しており、K3かKSP処理もしくは両者の遅延変化率サーチにおいて熱雑音誤差以上に大きな誤差が発生していることを意味している。単純なバグを含めてプログラムの見直しを行っているが、その原因はまだ解明できていない。幸いなことに両者の遅延変化率の差にはバイアス誤差は見られなく、また基線解析における遅延変化率データの重みも低いため、深刻な影響を及ぼさないが、いずれ原因究明が必要である。

第10図はK3処理とKSP処理の相関強度の比較を示す。Sバンド、XバンドともにKSP処理の方が5%ほど小さな値となっている。処理積分単位(PP)内でのフ



第10図 K3とKSPの相関強度の比較。図左はXバンドの精決定相関強度の比較、右図はSバンドの精決定相関強度の比較。使用したデータは図9と同じ。

リングストップング不具合による相関強度低下であればRF周波数の高いXバンドの方がより大きな相関強度の低下を示す筈であるが、S、Xバンドともに同じ減少率であるのは、リングストップング不具合等の相関処理時の予測値精度不足に起因するものではないことを意味しており、KSPとK3相関器での相関ラグ数の違い(KSPは32ラグ、K3は8ラグ)に起因する誤差の可能性がある。

5. おわりに

KSP用バンド幅合成ソフトウェアKOMBはK3用に開発されたKOMBを元に開発した。まず、K3用KOMBをUNIXワークステーション上に移植し、動作を確認した後、相関ラグ数の増えたKSP相関器出力データを扱えるように改修した。また基線解析ソフトウェアへの影響を極力少なくするために、KOMB出力ファイルフォーマットは可能な限りK3システムと互換性を保つようにした。しかしながら、処理するch数の増加に伴い、一部フォーマット変更をせざるを得ない部分が出たが、データベース作成ソフトウェアでの対応をお願いした。KOMBを含めて、大きなソフトウェアの開発においては過去の財産を有効に利用することが重要である。また、他のソフトウェアとのインターフェース部の整合性にも神経を配る必要がある。こうした意味からはKOMBの開発は順調であったといえる。

KSP相関・一次処理システムは、我が国においてはK3システムに次いで2番目のバンド幅合成まで含めた

測地観測量を得る処理システムである。このシステムの完成により、相関処理時に発生する誤差の客観的評価が可能となった。すなわち、同一観測データを独立な処理システムで処理することにより、処理時の誤差だけを評価できる。その結果、遅延に関しては理論誤差と同程度の処理誤差が発生していること、遅延変化率に関しては理論誤差に比較して10倍程度大きな処理誤差が発生していることが示されるなど、問題点も明らかとなってきた。これらの誤差に偏り等はみられないため、基線解析に深刻な影響は与えないと考えられるが、今後プログラム(アルゴリズム)の見直しを含めた原因説明を行っていく予定である。

謝辞

K3とKSP処理結果比較の考察において、有益な助言をいただいた標準計測部時空計測研究室雨谷研究官に感謝します。

参考文献

- (1) 近藤, 国森, “Ⅲ-5 バンド幅合成ソフトウェア(KOMB)”, 電波季, Vol. 30, No.1, pp. 199-216, 1984.
- (2) Van Vleck, J.H. and D. Middleton, “The Spectrum of Clipped Noise”, Proc. IEEE, Vol. 54, No.1, pp.2-19, 1966.
- (3) 高橋, 吉野, “Ⅳ-6 パラメータ推定ソフトウェア(KLEAR)”, 電波季, Vol. 30, No.1, pp. 295-309, 1984.

