過渡応答に基づく無線機同定のためのデータ解析法－基礎的手法－

Data Analysis Methods for Radio-Transmitter Identification Based on the Transient Response − Basic Methods −

岩崎　憲　杉山　功　渋木政昭　平野隆之
Ken IWASAKI, Tsutomu SUGIYAMA, Masaaki SHIBUKI and Takayuki HIRANO

Three decades ago, transient fluctuations in carrier frequency at the moment when an FM press-to-talk transmitter was turned on were investigated from the viewpoint of interfering in adjacent channels or degrading the quality of its own channel. Considering that the fluctuation is a transient response of circuits to turning on a press-to-talk switch and this transient response reflects the design of the transmitter, Ichino *et al.* suggested identifying the transmitter by analyzing the transient response of received signals at a monitoring station.

A transient response is a non-stationary signal. Spectrogram representation is the most common and stable method for analyzing non-stationary signals. In this paper, we focus on the instantaneous frequency and spectrogram methods. Chapter 2 reviews the foundations of signal processing that are necessary for analyzing the transient response of FM transmitters. This chapter also gives the interpolation using zero-padding in both time and frequency domains. Chapter 3 first describes a chirp signal used for program verification, then describes the instantaneous frequency and spectrogram methods in detail, and finally gives their performances, *i.e.,* through noise tolerance and resolutions in time/frequency domains. The instantaneous frequency method is applicable only in very low noise/interference environments because it is strongly influenced by such forces. Chapter 4 treats the results of applying the spectrogram method to data practically obtained in the laboratory using FM transmitters. A number of spectrograms are shown in the Appendix.

[キーワード]
無線機同定，過渡応答，瞬時周波数，スペクトログラム
Transmitter identification, Transient response, Instantaneous frequency, Spectrogram

1　まえがき

約30年程前に、他回線への妨害あるいは自回線の品質低下の観点から、プレストーク方式FM送信機の送受切換時における過渡周波数変動が調査されている[1]。市野らは、この送受切換時の過渡変動は無線機の回路設計を反映している、また、同一設計であっても細部では機体固有の違いが現れるとの考察のもとに、受信した電波の過渡変動を解析することによる発射源無線機の同定の可能性を示唆している[2]。

過渡応答は非定常信号であり、スペクトログラムは非定常スペクトル解析の最も基本的かつ、安定した（直線性が成り立つ）手法であり、旧来より音声信号の解析に広く用いられてきた。本編ではスペクトログラム法を中心に取り上げ、瞬時周波数法にも言及する。まず**2**で無線機の過渡応答データを解析するために必要なディジタル信号処理の基礎理論を概説する。また、一般には余り知られていないゼロパッドによる時間域及び周波数域におけるデータの内挿（補間）について述べる。**3**ではまずテスト用信号として

チャープ（chirp）信号について述べ、次いで瞬時周波数法、スペクトログラム法について述べる。スペクトログラム法ではゼロパッドによるデータの内挿が利用されている。**4**では実際の無線機の立上りデータをスペクトログラム法により解析した結果について述べる。また、付録にそれらのスペクトログラムを掲げる。

線形予測法（最大エントロピー法）、MUSIC法等のより高度な手法については稿を改めて述べることにする。

2　理論的基礎

2.1　狭比帯域信号の等価低域表現

時間tの関数$x(t)$のフーリエ変換（Fourier transform）及びその逆変換（inverse Fourier transform）は

$$X(f) \equiv \mathscr{F}[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-j2\pi ft} dt \tag{1}$$

$$x(t) \equiv \mathscr{F}^{-1}[X(f)] = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df \tag{2}$$

と表される。電気通信工学では$\omega = 2\pi f$と置き、

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-j\omega t} dt$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

と、また数学では$u = \sqrt{2\pi}t$、$v = \sqrt{2\pi}f$と置き、

$$X(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} x(u)\, e^{-jvu} du$$

$$x(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} X(v) e^{juv} dv$$

と表すことが多いが、本稿では式(1)、(2)の表記を採用する。

$x(t)$が実数値（real-valued）関数ならば、$X(f)$の実部、虚部をそれぞれ$X_p(f)$、$X_q(f)$とすると、

$$X_p(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cos(2\pi ft) dt \tag{3}$$

$$X_q(f) = -\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \sin(2\pi ft) dt \tag{4}$$

となるから、$X_p(f)$はfの偶関数、$X_q(f)$はfの奇関数であることが直ちに分かる。逆に周波数fの偶関数$Y_e(f)$を実部に、奇関数$Y_o(f)$を虚部に持つ複素数値（complex-valued）関数$Y(f)$のフーリエ逆変換$y(t)$は、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \{Y_e(f)\sin(2\pi ft) + Y_o(f)\cos(2\pi ft)\} df = 0$$

により

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \{Y_e(f)\cos(2\pi ft) - Y_o(f)\sin(2\pi ft)\} df \tag{5}$$

となるから、関数$y(t)$は時間tの実数値関数となる。

さて、電波として空間を伝搬する狭比帯域信号は、ある中心周波数f_cの近傍にエネルギーの集中した実数値関数$x_c(t)$

$$x_c(t) = a(t)\cos\{2\pi f_c t + \phi(t)\} \tag{6}$$

として表される。ここで$a(t)$、$\phi(t)$は$\cos(2\pi f_c t)$に比べ充分緩やかに変化するtの実数値関数である。式(6)は

$$\begin{aligned} x_c(t) &= a(t)\cos\phi(t)\cos(2\pi f_c t) \\ &\quad - a(t)\sin\phi(t)\sin(2\pi f_c t) \qquad (7) \\ &\triangleq u(t)\cos(2\pi f_c t) - v(t)\sin(2\pi f_c t) \qquad (8) \end{aligned}$$

ただし

$$u(t) \triangleq a(t)\cos\phi(t) \tag{9}$$

$$v(t) \triangleq a(t)\sin\phi(t) \tag{10}$$

と書ける。$u(t)$、$v(t)$もまた$\cos(2\pi f_c t)$に比べ充分緩やかに変化するtの実数値関数である。

なお$\phi(t)$は

$$\phi(t) = \arctan\{v(t)/u(t)\} \tag{11}$$

と書ける。

また$x_c(t)$の位相を90°遅らせた信号を$x_s(t)$とすると、

$$\begin{aligned} x_s(t) &= a(t)\cos\{2\pi f_c t + \phi(t) - \pi/2\} \\ &= a(t)\sin\{2\pi f_c t + \phi(t)\} \\ &= a(t)\cos\phi(t)\sin(2\pi f_c t) \\ &\quad + a(t)\sin\phi(t)\cos(2\pi f_c t) \\ &= u(t)\sin(2\pi f_c t) + v(t)\cos(2\pi f_c t) \qquad (12) \end{aligned}$$

と書ける。

さて$x(t)$のヒルベルト変換$\mathscr{H}[x(t)]$を$\hat{x}(t)$で表すと、

$$\begin{aligned} \hat{x}(t) &\equiv \mathscr{H}[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)\frac{1}{\pi\tau} d\tau \\ &= Convolution\{x(t), \frac{1}{\pi t}\} \\ &= \mathscr{F}^{-1}\{\mathscr{F}[x(t)]\,\mathscr{F}[\frac{1}{\pi t}]\} \qquad (13) \end{aligned}$$

である。ここで$1/(\pi t)$のフーリエ変換は

$$\mathscr{F}[\frac{1}{\pi t}] = \begin{cases} -j & \text{for } f > 0 \\ 0 & \text{for } f = 0 \\ +j & \text{for } f < 0 \end{cases} \tag{14}$$

である。また$a(t)$をtの実数値関数とし、$x(t)$を

$$x(t) = a(t)e^{j2\pi f_c t} \tag{15}$$

とすると、フーリエ変換の推移定理(shifting theorem)から、$x(t)$のフーリエ変換$X(f)$は$a(t)$のフーリエ変換$A(f)$を周波数軸上で右へf_cだけシフトしたもの、すなわち$A(f-f_c)$である。$a(t)$の最大周波数をf_{max}とするとき、$f_{max}<f_c$ならば、$f<0$に対して$A(f-f_c)=0$となる。更にいえば$f<-f_{max}$、$f>f_{max}$において$A(f)=0$ならば、$f<f_c-f_{max}$、$f>f_c+f_{max}$において$A(f-f_c)=0$である。したがって、式(15)で表される$x(t)$のヒルベルト変換は

$$\begin{aligned} \hat{x}(t) &= \mathscr{H}[a(t)\,e^{j2\pi f_c t}] \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} X(f)\,\mathscr{F}[\frac{1}{\pi t}]\,e^{j2\pi f t} df \\ &= -j\int_{f_c-f_{max}}^{f_c+f_{max}} A(f-f_c)e^{j2\pi f t} df \\ &= -j\,e^{j2\pi f_c t}\int_{-f_{max}}^{+f_{max}} A(f)e^{j2\pi f t} df \\ &= -j\,a(t)\,e^{j2\pi f_c t} \end{aligned} \tag{16}$$

となる。ヒルベルト変換の線形性から、式(16)の実部、虚部を比較することにより

$$\mathscr{H}[a(t)\cos(2\pi f_c t)] = a(t)\sin(2\pi f_c t) \tag{17}$$

$$\mathscr{H}[a(t)\sin(2\pi f_c t)] = -a(t)\cos(2\pi f_c t) \tag{18}$$

が導かれる[3]、[4]。したがって、式(12)の$x_s(t)$は

$$x_s(t) = \hat{x}_c(t) \tag{19}$$

であることが解る。

式(8)で表される$x_c(t)$を実部に、そのヒルベルト変換$\hat{x}_c(t)$を虚部に持つ複素信号$x(t)$を作ると、

$$\begin{aligned} x(t) &= x_c(t) + j\hat{x}_c(t) \\ &= x_c(t) + jx_s(t) \\ &= \{u(t)+jv(t)\}\cos(2\pi f_c t) \\ &\quad +j\{u(t)+jv(t)\}\sin(2\pi f_c t) \\ &= \{u(t)+jv(t)\}e^{j2\pi f_c t} \\ &\triangleq s(t)e^{j2\pi f_c t} \end{aligned} \tag{20}$$

ただし

$$s(t) \triangleq u(t) + jv(t) \tag{21}$$

と表される。式(20)をよく見ると、$s(t)$のスペクトルを周波数軸上で右へf_cだけシフトした複素波形が$x(t)$である。逆にいえば、$x(t)$のスペクトルを周波数軸上で左へf_cだけシフトしたものが$s(t)$であることが解る。$s(t)$を$x(t)$の等価低域表現、複素ベースバンド信号などという。また$x(t)$を複素バンドパス信号という。

図面は省略するが、$u(t)$、$v(t)$を入力、$x(t)$を出力と見なせば、式(20)は複素型直交変調を表している。

2.2 狭比帯域信号の直交検波

式(8)で表される狭比帯域信号$x_c(t)$に受信側で作られる局部発振信号$2\cos\{2\pi(f_c+\Delta f)t+\theta_1\}$を掛け合わせ、2倍の高調波を省略すると、

$$\begin{aligned} &2x_c(t)\cos\{2\pi(f_c+\Delta f)t+\theta_1\} \\ &= 2u(t)\cos\{2\pi(f_c+\Delta f)t+\theta_1\}\cos(2\pi f_c t) \\ &\quad -2v(t)\cos\{2\pi(f_c+\Delta f)t+\theta_1\}\sin(2\pi f_c t) \\ &= u(t)\cos(2\pi\Delta f\,t+\theta_1) + v(t)\sin(2\pi\Delta f\,t+\theta_1) \end{aligned} \tag{22}$$

となる。ここでΔfは受信信号の中心周波数と局部発振号の周波数との差、θ_1はそれらの初期位相の差である。

同様に局部発振信号の位相を90°進めた信号

$$\begin{aligned} &\cos\{2\pi(f_c+\Delta f)t+\theta_1+\pi/2\} \\ &= -\sin\{2\pi(f_c+\Delta f)t+\theta_1\} \end{aligned} \tag{23}$$

を掛け合わせ、2倍の高調波省略すると、

$$\begin{aligned} &-2x_c(t)\sin\{2\pi(f_c+\Delta f)t+\theta_1\} \\ &= -u(t)\sin(2\pi\Delta f\,t+\theta_1) + v(t)\cos(2\pi\Delta f\,t+\theta_1) \end{aligned} \tag{24}$$

となる。特に$\Delta f=0$、$\theta_1=0$のとき、式(22)、(24)は

$$2x_c(t)\cos\{2\pi f_c t\} = u(t) \tag{25}$$

$$-2x_c(t)\sin\{2\pi f_c t\} = v(t) \tag{26}$$

となる。式(22)、(25)は直交検波出力の同相(I; inphase)成分を、式(24)、(26)は直交(Q; quadrature)成分を表している。図1に直交検波の機能

ブロック図を示す。

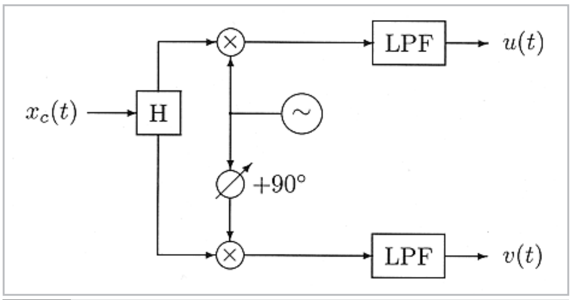


図 1　直交検波

式(22)を実部に、式(24)を虚部に持つ複素信号を作ると、

$$
\begin{aligned}
&\{u(t)\cos(2\pi\Delta f\,t+\theta_1)\\
&\qquad\qquad +v(t)\sin(2\pi\Delta f\,t+\theta_1)\}\\
&+j\{-u(t)\sin(2\pi\Delta f\,t+\theta_1)\\
&\qquad\qquad +v(t)\cos(2\pi\Delta f\,t+\theta_1)\}\\
&=u(t)\{\cos(2\pi\Delta f\,t+\theta_1)-j\sin(2\pi\Delta f\,t+\theta_1)\}\\
&+jv(t)\{\cos(2\pi\Delta f\,t+\theta_1)-j\sin(2\pi\Delta f\,t+\theta_1)\}\\
&=\{u(t)+jv(t)\}e^{-j(2\pi\Delta f\,t+\theta_1)}\\
&=s(t)e^{-j(2\pi\Delta f\,t+\theta_1)} \qquad (27)
\end{aligned}
$$

となる。特に$\Delta f=\theta_1=0$のときは$s(t)$となり、二つある直交検波出力のそれぞれを実部、虚部とする信号は狭比帯域信号$x_c(t)$の等価低減表現、複素ベースバンド信号になっていることが解る。

2.3　離散フーリエ変換と離散z変換

フーリエ変換を表す式(1)は時間に関する$-\infty$から∞までの積分で表される。実際のデータ処理においては有限時間長のデータしか扱えないから、これを充分大きなT_pにより

$$X(f)=\frac{1}{T_p}\int_{-T_p/2}^{T_p/2}x(t)\,e^{-j2\pi ft}dt \qquad (28)$$

で近似する。$e^{-j2\pi ft}$の周期性から、$x(t)$は基本周期T_pの周期関数であること、したがって、基本周期数は$\Delta F=1/T_p$であることを暗黙のうちに仮定している。ここで$f=m\Delta F$と置き、$X_m=X(m\Delta F)$と書くと、式(28)は

$$X_m=\Delta F\int_{-T_p/2}^{T_p/2}x(t)\,e^{-j2\pi m\Delta F\,t}dt \qquad (29)$$

と書ける。さらに時間区間T_pをN等分して、$\Delta T=T_p/N$と置き、$t=n\Delta T$、$x_n=x(n\Delta T)$と書くと、

$$\Delta F\Delta T=1/N \qquad (30)$$

であるから、式(29)の積分を和の形に直すと、

$$X_m=\frac{1}{N}\sum_{n=-N/2}^{N/2-1}x_n\,e^{-j2\pi mn/N} \qquad (31)$$

となる。ここで $\sum_{n=-N/2}^{N/2-1}=\sum_{n=-N/2}^{-1}+\sum_{n=0}^{N/2-1}$ とし、第2項はそのままとし、第1項のx_nの添字にNを加える。すなわち

$$x_{-N/2},\ x_{-N/2+1},\ \ldots,\ x_{-1}$$

を

$$x_{N/2},\ x_{N/2+1},\ \ldots,\ x_{N-1}$$

とする。このようなスワップを行っても、元々x_nは周期関数としているから、周期の取り方を変えただけである。このとき第1項は

$$\sum_{n=-N/2}^{-1}x_{n+N}\,e^{-j2\pi mn/N}$$

となる。

ここで$n'=n+N$と置くと、

$$\sum_{n'=N/2}^{N-1}x_{n'}\,e^{-j2\pi mn'/N}$$

となるから、式(31)は

$$X_m=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x_n\,e^{-j2\pi mn/N} \qquad (32)$$

と書ける。式(32)はmを$m+N$で置き換えても不変だから、mに関する周期はNである。したがって、mの変域としては$m=0$、1、…、$N-1$を考慮すればよい。

式(29)はX_mが$x(t)$の複素型フーリエ係数であることを示している。ここで$|m|\geq N/2$のとき$X_m=0$とすれば、言い換えれば$x(t)$に含まれる最大周波数をf_{max}とするとき、

$$f_{max}<(N/2)\Delta F \qquad (33)$$

とすれば、そのフーリエ級数は

$$x(t)=\sum_{m=-N/2}^{N/2-1}X_m\,e^{j2\pi m\Delta F\,t} \qquad (34)$$

と表される。$t=n\Delta T$、$x_n=x(n\Delta T)$と書くと、

$$
\begin{aligned}
x_n &= \sum_{m=-N/2}^{N/2-1} X_m\, e^{j2\pi m\Delta F\, n\Delta T} \\
&= \sum_{m=-N/2}^{-1} + \sum_{m=0}^{N/2-1} \\
&= \sum_{m=N/2}^{N-1} + \sum_{m=0}^{N/2-1} \\
&= \sum_{m=0}^{N-1} X_m\, e^{j2\pi mn/N} \qquad (35)
\end{aligned}
$$

となる。通常式(32)の係数を1とし、式(35)に係数$1/N$を付け

$$X_m = \sum_{n=0}^{N-1} x_n\, e^{-j2\pi mn/N} \qquad (36)$$

$$x_n = \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} X_m\, e^{j2\pi mn/N} \qquad (37)$$

とし、離散(discrete)フーリエ変換対という。この時系列のパワー(自乗平均)P_tは

$$P_t = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} |x_n|^2$$

で表されるが、これをフーリエ係数で表すと

$$P_f = \frac{1}{N^2}\sum_{m=0}^{N-1} |X_m|^2$$

となる。当然$P_t = P_f$が成り立つ。

なお式(36)は

$$X_m = \sum_{n=0}^{N-1} x_n\, e^{-j2\pi m\Delta F\, n\Delta T} \qquad (38)$$

と書けるから、$f = m\Delta F$及び$X_m = X(m\Delta F)$によりfの連続系に戻すと、

$$X(f) \doteq X(m\Delta F) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \{e^{j2\pi f\,\Delta T}\}^{-n} \qquad (39)$$

と表される。$z = e^{j2\pi f\Delta T}$と置き、zの関数と考えれば、

$$X(z) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n\, z^{-n} \qquad (40)$$

となるから、離散フーリエ変換はz変換の周波数を離散化してN項で打ち切ったもの、あるいは$n \geq N$では$x_n = 0$である時系列のz変換の周波数を離散化したものと解釈できる。

2.4 時間域及び周波数域における内挿

式(32)を式(34)に代入し、Σの順序を入れ替え、式(30)を考慮すると、

$$
\begin{aligned}
x(t) &= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x_n \sum_{m=-N/2}^{N/2-1} e^{-j2\pi mn/N}\, e^{j2\pi m\Delta F\, t} \\
&= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x_n \sum_{m=-N/2}^{N/2-1} e^{j2\pi m\Delta F\,(t-n\Delta T)} \qquad (41)
\end{aligned}
$$

となる。mに関するΣをfに関する積分に戻すと、

$$x(t) = \Delta T \sum_{n=0}^{N-1} x_n \int_{-N\Delta F/2}^{N\Delta F/2} e^{j2\pi f\,(t-n\Delta T)} df \qquad (42)$$

となる。データの時間間隔ΔTの逆数は標本化(sampling)周波数F_sである。式(30)の関係を使うと、

$$F_s = 1/\Delta T = N\Delta F \qquad (43)$$

と書けるから、式(42)をF_sを用いて書き直し、積分を実行すると、

$$
\begin{aligned}
x(t) &= \frac{1}{F_s}\sum_{n=0}^{N-1} x_n \int_{-F_s/2}^{F_s/2} e^{j2\pi f\,(t-n/F_s)} df \\
&= \sum_{n=0}^{N-1} x_n \frac{\sin\{2\pi(F_s/2)t - n\pi\}}{2\pi(F_s/2)t - n\pi} \qquad (44)
\end{aligned}
$$

となる。$x_n = x(n\Delta T)$とF_sから任意のtにおけるxが求められるので、式(44)を時間域における内挿公式という。これが成り立つための条件は式(33)から

$$f_{max} < (N/2)\Delta F = F_s/2 \qquad (45)$$

である。すなわち$x(t)$は標本化周波数の半分$F_s/2$より高い周波数成分を含んではならない。通常$x(t)$に含まれる最大周波数f_{max}の2倍をナイキスト周波数といい、折返し歪を避けるためには標本化周波数をナイキスト周波数より大きくしなければならないとされるが、本稿では逆に、標本化周波数の半分をナイキスト周波数$F_q = F_s/2$ということにする。したがって、$x(t)$に含まれる最大周波数f_{max}はナイキスト周波数より小さいことが必要であり、標本化により表現できる周波数範囲は$-F_q$から$+F_q$までである。

次に周波数域の内挿を考える。図2(a)は周波

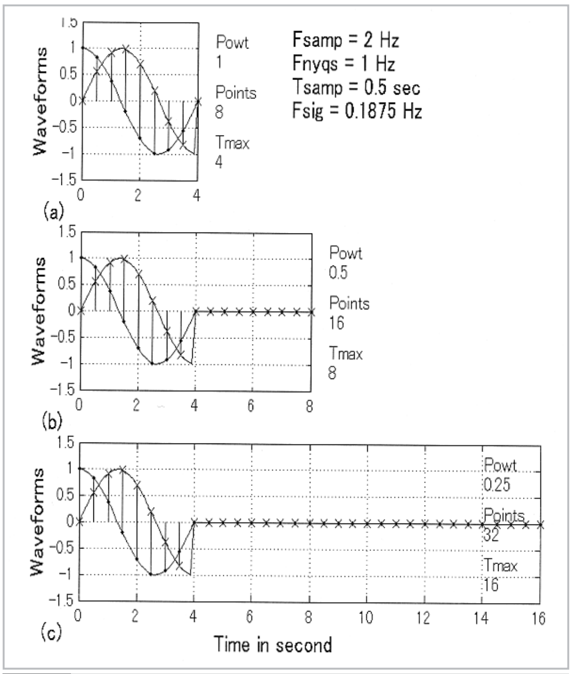


図2　時間域におけるゼロパッド

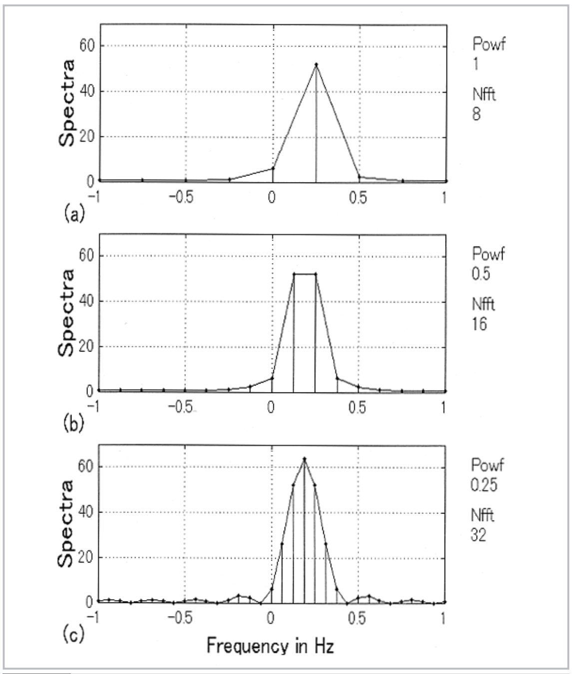


図3　周波数域における内挿

数 F_{sig} = 3/16 Hzの複素正弦信号を標本化周波数 F_s = 2 Hzで標本化した T_p = 4秒間の波形(3/4周期、N=8点)である。この8点の時系列のパワースペクトル(離散フーリエ変換した値の絶対値の自乗)を図3(a)に示す。周波数分解能 ΔF は

$$\Delta F = 1/T_p = F_s/N = 1/4 \text{ [Hz]}$$

となるため、本来の周波数である3/16 Hzの点ではスペクトルの計算が行われていない。図2(b)は単純に0を追加(ゼロパッド)し、T_p = 8秒間、N = 16点とし、図2(c)は更に0を追加し、T_p = 16秒間、N = 32点としたものである。対応するパワースペクトルをそれぞれ図3(b)、(c)に示す。周波数分解能 ΔF はそれぞれ1/8 Hz、1/16 Hzになる。分解能が上がるに従い、正しい位置にスペクトルのピークが生じているのが解る。

観測区間外でどのような値を取るかは不明であるが、もし4秒間の観測区間を超えて無限に3/16 Hzの信号が続くならば、3/16 Hzの所に線スペクトルが生じ、それ以外はすべて0になる筈である。区間外に無限の0を追加することは無限に続く信号を4秒間の矩形時間窓で切り出したことに相当し、よく知られているように、このときのスペクトルの形は矩形時間窓のスペクトルの形になる。

同様なことは周波数域でも成り立つ。図4(a)は横軸の周波数 ± 3/4 Hzにおいて $8/\sqrt{2}$ なる値を取り、他の6点では0となるデータを示している。この8点のデータのフーリエ逆変換を図5(a)に示す。虚部は全て0であり実部のみ表示している。図4(b)は単純に0を追加し、F_q = 2 Hz、N = 16点とし、同図(c)は更に0を追加し、F_q = 4 Hz、N = 32点としたものである。対応する波形をそれぞれ図5(b)、(c)に示す。図5(a)では視覚的に正弦信号であると認識するのが困難なほどであるが、同図(b)、(c)になるに従い、視覚的にも容易に正弦信号であることが認識できるようになる。

図2－3及び図4－5からゼロパッドにより周波数域及び時間域における内挿が可能なことが了解される。前者の時間域のゼロパッドによる周波数域における内挿は、後述するスペクトログラムによる過渡応答解析において有用である。また後者の周波数域のゼロパッドによる時間域における内挿は、ガウス分布をする乱数による帯域制限された擬似ガウス雑音の発生に利用できる。

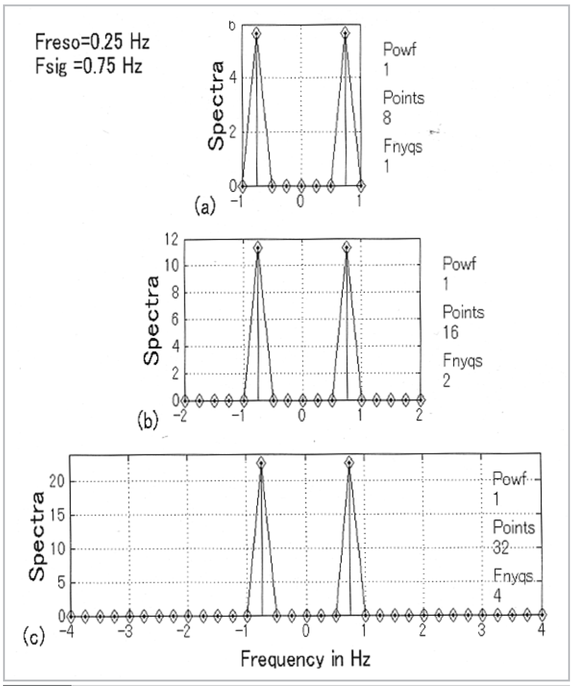


図4 周波数域におけるゼロパッド、実部のみ表示、虚部は全て0

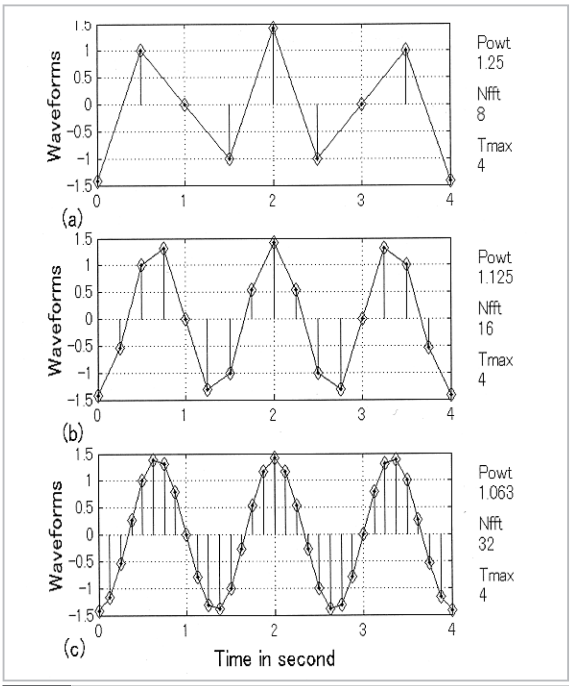


図5 時間域における内挿、実部のみ表示、虚部は全て0

3 データ解析法

3.1 プログラムの検証用テスト信号

まずはじめに、解析プログラムの検証用テスト信号として作成したチャープ(chirp)信号について述べる[5]。検証用チャープ信号はその瞬時周波数が次のように表される信号である：

$$f_{ins}(t)=\begin{cases} f_1, & \text{for } t_0<t<t_1, \\ f_2, & \text{for } t_2<t<t_3, \end{cases} \tag{46}$$

$$f_{ins}(t)=\frac{1}{t_2-t_1}\{(f_2-f_1)t+(f_1t_2-f_2t_1)\}, \quad \text{for } t_1<t<t_2. \tag{47}$$

瞬時周波数を時間で積分し2π倍したものが位相角であるから、複素形式で表したチャープ信号は

$$x(t)=\exp\left(j2\pi\{f_0t^2+(f_1t_2-f_2t_1)\,t\}/T_p+j\phi\right)$$
$$\text{ただし } f_0=(f_2-f_1)/2,\ \ T_p=t_2-t_1 \tag{48}$$

と表される。ϕは積分定数であり、t_1において位相が連続になるように定める。すなわち$t_0<t<t_1$において$x(t)=\exp(j2\pi f_1t)$とすると、

$$\phi=2\pi(f_1t_1-\{f_0{t_1}^2+(f_1t_2-f_2t_1)\,t_1\}/T_p) \tag{49}$$

とする。作成したチャープ信号の例を図6－7に示す。図6ではF_s = 2.56 Hz、f_1 = 0.08 Hz、f_2 = 0.1 Hz、t_1 = 50 sec、t_2 = 150 secとしている。また図7ではF_s = 5.12 Hz、f_1 = − 0.001 Hz、f_2 = + 0.001 Hz、t_1 = 800 sec、t_2 = 2400 secとしている。t_1及びt_2において位相不連続が生じていないことが確認される。周波数及び時間の単位Hz、secをそれぞれMHz、μsecに読み替えても結果は変わらない。

3.2 瞬時周波数法

式(6)で表される狭比帯域信号の瞬時角周波数はその位相の時間微分であるから、瞬時周波数は

$$f_{ins}(t)=f_c+\frac{1}{2\pi}\frac{d\phi(t)}{dt} \tag{50}$$

と表される。しかし位相は$\pm\pi$において見かけ上不連続が生ずるため、位相の時間微分を直接実行することは得策でない。

式(50)の第1項は定数であるからこれを0と置くと、瞬時周波数は式(11)を用いて

$$f_{ins}(t)=\frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}\arctan\{v(t)/u(t)\} \tag{51}$$

と書ける。合成関数の微分法により

$$f_{ins}(t)=\frac{u(t)\{v'(t)/2\pi\}-\{u'(t)/2\pi\}v(t)}{u^2(t)+v^2(t)} \tag{52}$$

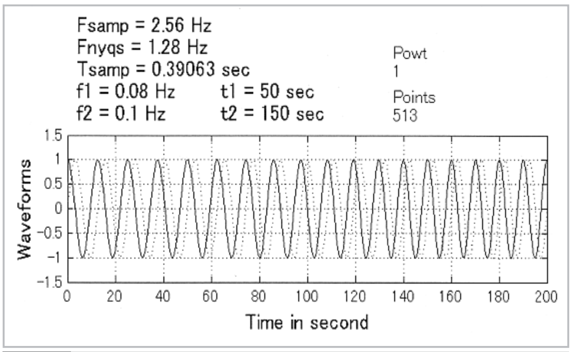


図6　チャープ信号(例1)の実部:実線と虚部:点線

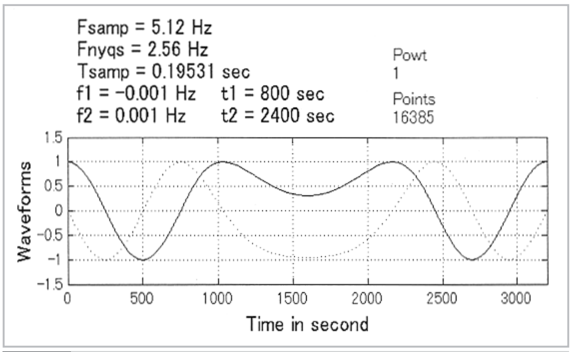


図7　チャープ信号(例2)の実部:実線と虚部:点線

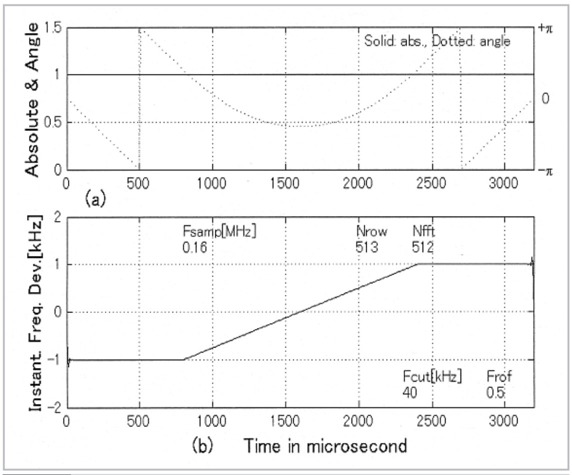


図8　±1 kHzチャープ信号の(a)絶対値:実線と位相:点線、及び(b)瞬時周波数

となる。ただし′は時間微分を表す。ここで$u(t)$、$v(t)$を複素化したものを$s(t)$(式(21)参照)、$s(t)$のフーリエ変換を$S(f)$とすると、

$$\mathscr{F}^{-1}[j2\pi fS(f)] = u'(t) + jv'(t) \tag{53}$$

が成り立つから

$$\left.\begin{aligned} u'(t)/2\pi &= \mathscr{R}[\mathscr{F}^{-1}[jfS(f)]] \\ v'(t)/2\pi &= \mathscr{I}[\mathscr{F}^{-1}[jfS(f)]] \end{aligned}\right\} \tag{54}$$

と表される。$\mathscr{R}$、$\mathscr{I}$はそれぞれ実部、虚部をとることを意味する。式(54)を式(52)に代入すれば、瞬時周波数を計算することができる[6]。図8(a)は図7に示すチャープ信号(以下±1kHzチャープ信号)の絶対値(absolute)と位相(angle)であり、同図(b)はこのようにして計算した瞬時周波数である。$t_1 = 800\mu\mathrm{sec}$から$t_2 = 2400\mu\mathrm{sec}$の間で、位相は放物線、瞬時周波数は直線を成していることが確認される。

3.3　スペクトログラム法

フーリエ変換は無限の時間区間の積分で表されるから、本来、定常信号に対して適用されるべきものである。非定常信号に対して、時間的に変化するスペクトルを追跡する古典的手法としてスペクトログラムがあり、古くから音声信号などの解析に利用されている。

スペクトログラムとは対象とする時系列から一定の時間幅の区間を切り出し、切り出し区間をシフトさせながら、切り出されたデータに対して有限区間フーリエ変換(short-term Fourier transform)を繰返し実行し、その変換係数(フーリエ係数)の絶対値の自乗(パワースペクトル)を時間−周波数(Time-Frequency)平面上に表示するものである。規定するパラメータは切り出すデータの時間幅T_{dat}と時間シフト量T_{shift}及びフーリエ変換を実施するデータ数N_fである。標本化間隔をΔTとすれば、切り出されたデータ数N_{dat}は$T_{dat}/\Delta T$となる。通常はN_{dat}個が2の累乗個になるようにT_{dat}を選び、$N_f = N_{dat}$として高速フーリエ変換(FFT：Fast Fourier Transform)により短区間パワーベクトルを求める。切り出されたデータをそのまま用いれば、窓関数として矩形(box car)を採用したことになるが、端効果を軽減するために多くの場合Hanning, Hamming等の窓関数による重付けを与えてから高速フーリエ変換にかける。なお、吉川はスペクトログラムを含め、非定常スペクトル解析に関する系統的な解説与えている[7]。

図9−10図に±1 kHzチャープ信号のスペクトログラムを示す。ピーク値の5%から95%までリニア間隔に10本の等高線で表示している。図9では$N_{dat} = N_f = 128$としており、図10では$N_{dat} = 128$、$N_f = 1024$としている。図9では分解

能不足のため、瞬時周波数が－１kHzから＋１kHzへ変化する様子を捉え切れていない。一方、図10では図8ほど明瞭ではないが、**2.4**で述べたように周波数域での内挿が行われ、瞬時周波数が直線状に変化しているチャープ信号の特徴を捉えている。窓関数としてはHanningを採用している。

3.4　雑音耐性と分解能

瞬時周波数法は時間微分を取るため雑音の影響を受けやすいと予想される。特に高域の雑音が強調される傾向にある。したがって、検波後ベースバンドフィルタの遮断周波数により特性が大きく左右される。図11は±５kHzチャープ信号に対する瞬時周波数法の応答例である。擬似ガウス雑音を付加して、ベースバンドフィルタとして遮断周波数15 kHz、ロールオフ率0.5のロールオフフィルタにより、信号対雑音比（SNR）を８dBに設定している。

図12は同じ条件でのスペクトログラム法の結果である。両者を比較すると、瞬時周波数はSNRが非常に高ければ極めて高精度に周波数の変化を追跡するが、雑音に対しても極めて敏感である。一方、スペクトログラム法は微少な変化に対する分解能は必ずしも充分とはいえないが、極めて安定しているといえる。また、瞬時周波数法はレベルに対する直線性を全く持たないため、振幅情報を別に表示させる必要があるのに対して、スペクトログラム法は直線性を有するのも大きな違いである。

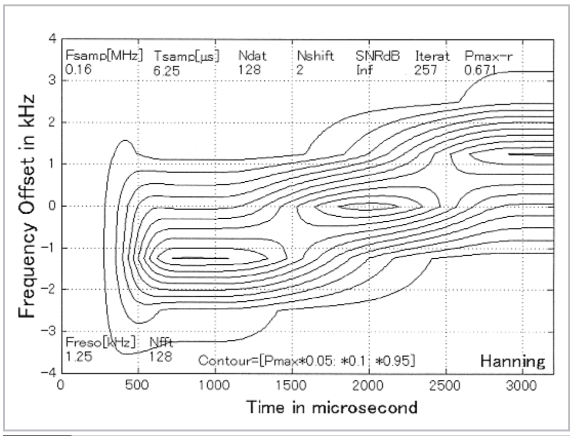


図9　±１ kHzチャープ信号のスペクトログラム、$N_{dat}=N_f=128$

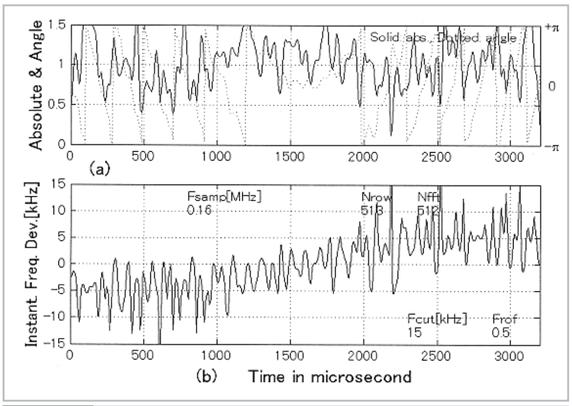


図11　±５ kHzチャープ信号の（a）絶対値・位相と（b）瞬時周波数、SNR＝8dB、F_{cut}＝15kHz

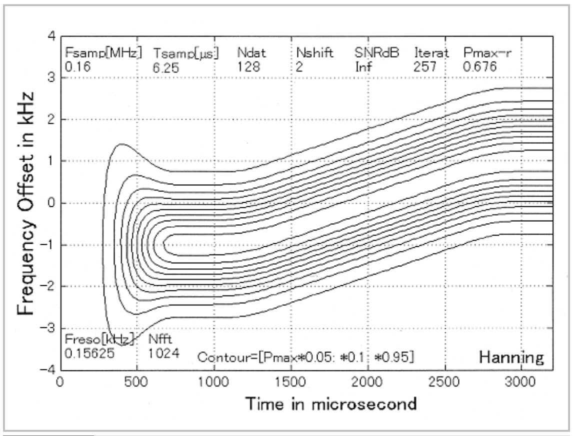


図10　±１ kHzチャープ信号のスペクトログラム、N_{dat}＝128、N_f＝1024

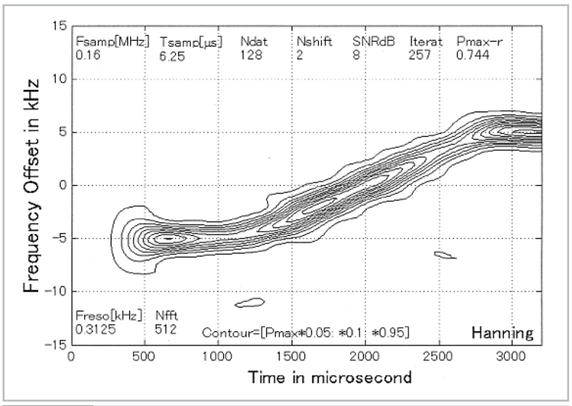


図12　±５ kHzチャープ信号のスペクトログラム、SNR＝8dB、N_{dat}＝128、N_f＝512

4　データ解析結果

例として、アマチュア業務用ハンディ型FM無線機の瞬時周波数法及びスペクトログラム法による立上り時の解析結果を図13－14に、また、移動業務用車載型FM無線機の解析結果を図15－16に示す。充分にSNRが高いため、図13－14では立上り時に2回周波数のスキップが生じ、その間の時間は約35 msであること、第1回目及び第2回目のスキップはそれぞれ約－2 kHzから＋6 kHz、約0 kHzから－3 kHzであること等はどちらの方法によっても明瞭に認識できる。一方、図15からは周波数のふらつき（周波数振れ）の最大は約1.5 kHz、セトリングタイムは約1 msであることが認識できるが、図16からそれらを認識するのは困難である。

付録にA社、B社及びC社製のアマチュア業務用ハンディ型FM無線機各2モデル（モデルα：430 MHz帯、モデルβ：144 MHz帯）について、各モデルごとに4台、合計24台の立上り時過渡応答のスペクトログラムをまとめて掲げる。一部省略してあるが、参考のために振幅包絡線波形（絶対値）も併せて示している。

各機種とも、外部電源、充電式バッテリ、または単三型乾電池で動作し、送信出力は5W（High）のほか、低出力モードとして1.0W/0.5W（Low）、0.1W/0.03W（Eco）等に切り替えられる。付図のキャプションに示すA α_1（High）などはA社製モデルαの第1番機を、出力モードをHighにして送信したことを意味する。

付図1－8はA社製、付図9－16はB社製、付図17－24はC社製のものであり、それぞれ左側はモデルα、右側はモデルβに対応する。電源は外部電源を使用している。横軸は時間軸であ

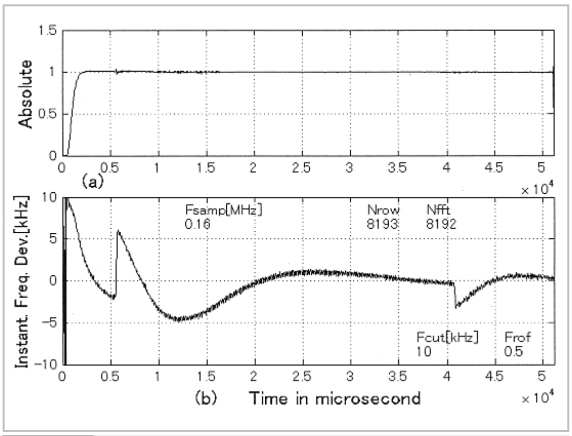


図13　ハンディ型無線機の(a)絶対値と(b)瞬時周波数、SNR≈60dB、F_{cut}＝10 kHz

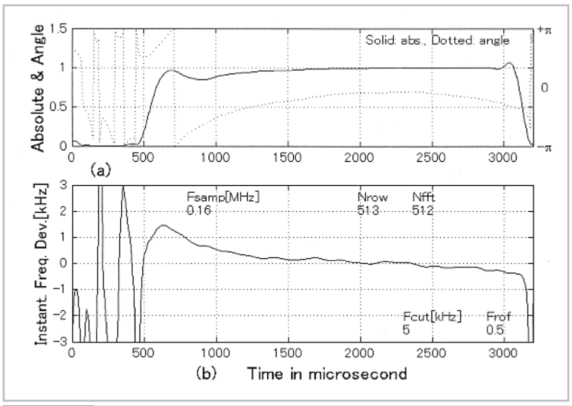


図15　車載型無線機の(a)絶対値と(b)瞬時周波数、SNR≈40dB、F_{cut}＝5 kHz

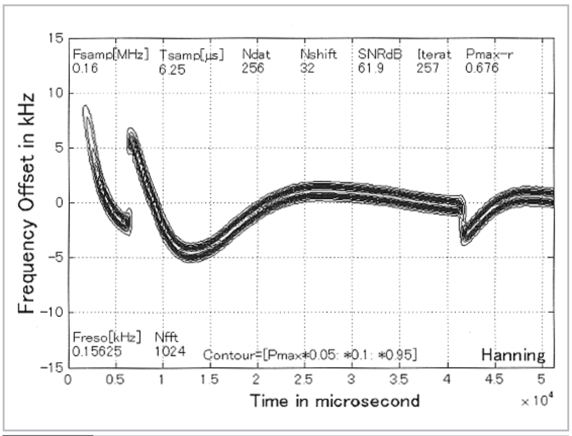


図14　ハンディ型無線機のスペクトログラム、SNR≈60dB、N_{dat}＝256、N_f＝1024

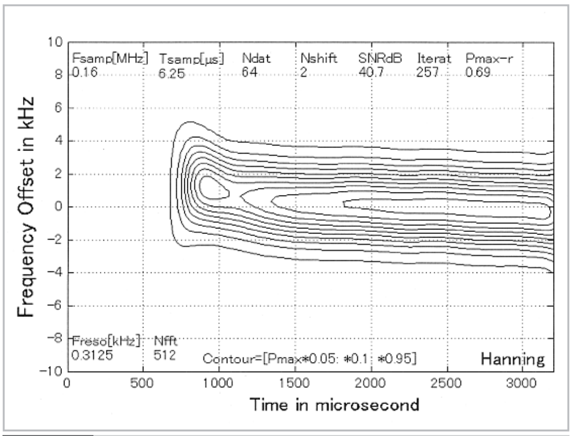


図16　車載型無線機のスペクトログラム、SNR≈40dB、N_{dat}＝64、N_f＝512

り、表示範囲は0～102.4 msである。縦軸は搬送波周波数からの離調周波数であり、表示範囲は±15 kHz、±30 kHz、±45 kHz又は±60 kHzである。

付図25－30はモデルαについての、また、付図31－36はモデルβについての送信出力モードをHighとしたときとLowとしたときの比較である。各モデル毎に第1番機についてのみの比較であるが、A社製では振幅包絡線波形、スペクトログラムとも変動の形及び継続時間は余り変わらないが、Lowモードで縦軸方向に変動幅が大きくなっている。B社製では振幅包絡線波形、スペクトログラムとも変動の継続時間は余り変わらないが、縦軸方向には変動の形が変わっている。C社製では縦軸方向の変動の形、変動幅は余り変わらないが、変動の継続時間に大きな差がある。

付図1と25、付図2と31、付図9と28、付図10と34、付図17と30、付図18と36は同一機を同一モードで送信しているから、本来、同一の応答を示すべきものである。差がほとんど認められないものもあるが、細かく見れば、変動の形、特に変動幅が測定のたびに異るものもある。これらは連続して測定されたものであり、室温、電源電圧等は同一と考えてよいが、数回の送信を繰り返すうちに、機体内部の温度が上昇していること等はあり得る。このような測定毎のバラツキは無線機自体の過渡応答の不安定性と考えられる。

逆に、付図10と16、付図22と24などは、無線機自体は異るものの、スペクトログラム上ではほとんど区別が付かない。過渡応答の不安定性を加味すると、スペクトログラム上で区別が付かない機体は更に多くなるものと思われる。

付図37－42はモデルαについての、また、付図43－46はモデルβについての初めての送信時と、約3分間の連続送信直後の送信時の過渡応答の比較である。送信出力モードはいずれもHighにしている。それぞれ左側は初めての送信時に、右側は連続送信直後の送信時に対応する。変動の継続時間に余り変化は見られないが、縦軸方向の変動幅に数倍の差が生ずるものもある。付図45に比較して付図46では周波数スキップが生じていないように見えるが、これは表示範囲の問題である。表示されている等高線の最低レベルはピーク値の5％（－13 dB）であるが、－17～－18 dBのレベル、表示時間で約7 msのところで周波数スキップが生じている。

5　むすび

無線機立上り時の過渡応答を解析する観点から、ディジタル信号処理の基礎理論を述べ、次いで本編では瞬時周波数法とスペクトログラム法を取り上げた。瞬時周波数はSN比が極めて高ければ有用な手法であるが、雑音・干渉の影響を直に受けるという欠点がある。スペクトログラム法は非定常信号のスペクトル解析として、最も安定した基本的な手法である。

実際のアマチュア業務用ハンディ型FM無線機の立上り時過渡応答をスペクトログラム法により解析した。スペクトログラム法により立上り時の過渡応答から無線機を同定することは、定性的に機種を同定することは可能であろう。各機体を同定することは可能な機体もあれば、困難な機体もある。困難であることの第1の原因は過渡応答の不安定性にある。線形予測法（最大エントロピー法）、MUSIC法等のより高度な手法については稿を改めて述べたい[8]、[9]。

謝辞

本プロジェクトを本格的に開始した当時の測定技術課長内藤秀之氏、当時の主任研究官鈴木晃企画部主任研究員に深く感謝する。

参考文献

1 塩原　和，小島信男，地濃力男，高橋　達，“プレストーク方式送信機の送受切換時における過渡周波数変動”，電波研究所季報，vol.17, no.90, pp.281-286, May 1971.

2 市野芳明，鈴木　晃，杉山　功，鎌田満博，“無線機同定へのウィグナービレ分布の応用について”，信学論(B－Ⅱ)，vol.J77-B-Ⅱ, no.10, pp.584-586, Oct.1994.

3 M.Schwartz, W.R.Bennett, and S.Stein, Communication Systems and Techniques, McGraw-Hill, pp.29-35, 1966.

4 G.D.Cain, "Hilbert-transform description of linear filterig," Electronics Letters, vol.8, no.15, pp.380-382, July 1972.

5 C.E.Cook, "Pulse compression－Key to more efficient radar transmission," Proc. IRE, vol.48, no.3, pp.310-316, Mar. 1960.

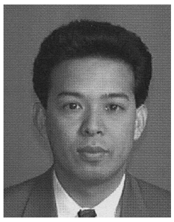
6 岩崎　憲，平野隆之，鈴木　晃，杉山　功，“過渡応答に基づく無線機同定のためのデータ解析法－時間領域解析－”，1998信学ソ大，B-4-15, Sep.1998.

7 吉川　昭，“時間－周波数解析の展望［ ］－［ ］”，信学誌，vol.79, no.5-10, May-Oct. 1996.

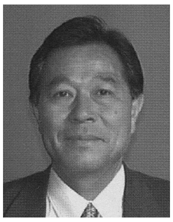
8 岩崎　憲，平野隆之，渋木政昭，杉山　功，“過渡応答に基づく無線機同定のためのデータ解析法－Root-MUSIC法－”，1999信学総大，B-4-70, Mar. 1999.

9 岩崎　憲，平野隆之，渋木政昭，杉山　功，“過渡応答に基づく無線機同定のためのデータ解析法－線形予測法－”，1999信学ソ大，A-4-3, Sep. 1999.

岩崎　憲（いわさき けん）
電磁波計測部門測定技術グループ主任研究員
移動通信



杉山　功（すぎやま つとむ）
電磁波計測部門測定技術グループ研究員
型式検定試験法の開発



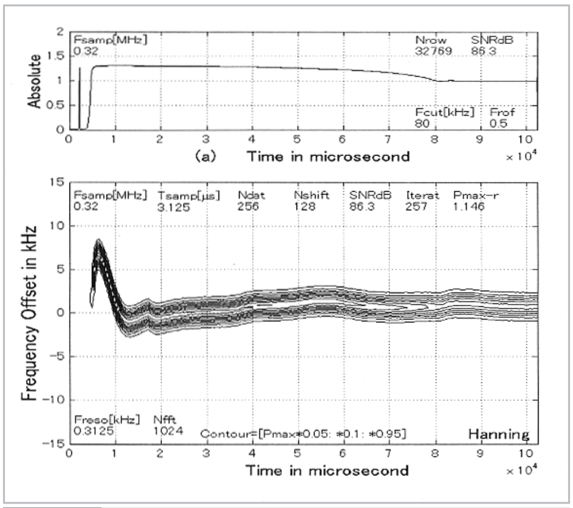
渋木政昭（しぶき まさあき）
電磁波計測部門測定技術グループ主任研究員
周波数標準

平野隆之（ひらの たかゆき）
元科学技術庁特別研究員

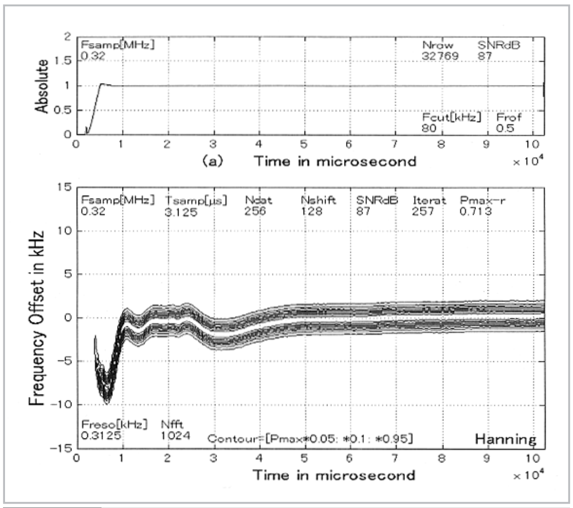
付　　録

次ページ以降に立上り時過渡応答のスペクトログラムをまとめて掲げる。一部省略してあるが、参考のために振幅包絡線波形（絶対値）も併せて示す。キャプションに示す$A\alpha_1$(High)などはA社製モデルαの第1番機を、出力モードをHighにして送信したことを意味する。以下に本文中の記号に対比して図面中の記号を括弧内に示す。

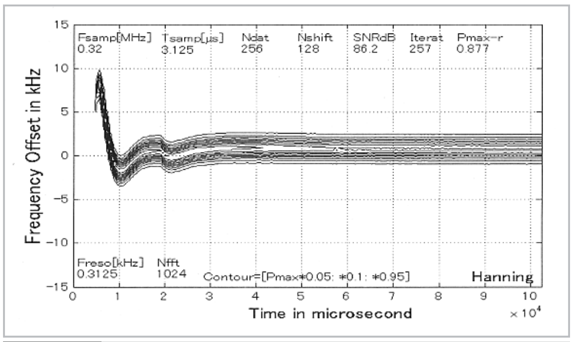
F_s (Fsamp) $= 1/\Delta T$：標本化周波数
ΔT (Tsamp) $= 1/F_s$：標本化間隔
F_q (Fnyqs) $= F_s/2 = 1/(2\Delta T)$：本稿でのナイキスト周波数
N：全データ数
T_p (Tmax) $= N\Delta T$：データの時間長
N_f (Nfft)：FFTを実施するデータ数
ΔF (Freso) $= 1/T_p = F_s/N_f$：周波数分解能
T_{dat}：切り出されたデータの時間長
N_{dat} (Ndat) $= T_{dat}/\Delta T$：切り出されたデータ数
T_{shift}：切出し毎の時間シフト量
N_{shift} (Nshift) $= T_{shift}/\Delta T$：時間シフトデータ数
F_{cut} (Fcut)：ベースバンドフィルタの遮断周波数
F_{rof} (Frof)：ロールオフ率



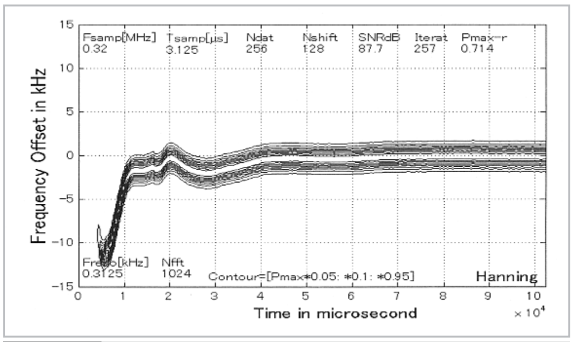
付図１　$A\alpha_1$(High): k30oh110



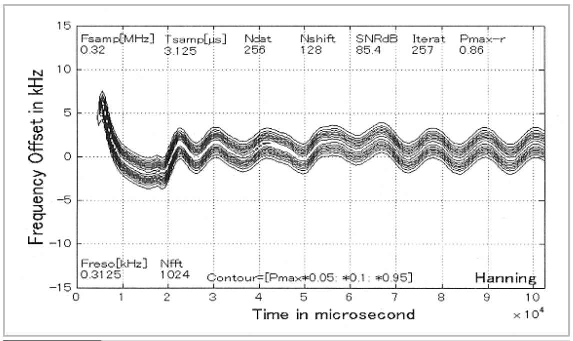
付図２　$A\beta_1$(High): k34oh110



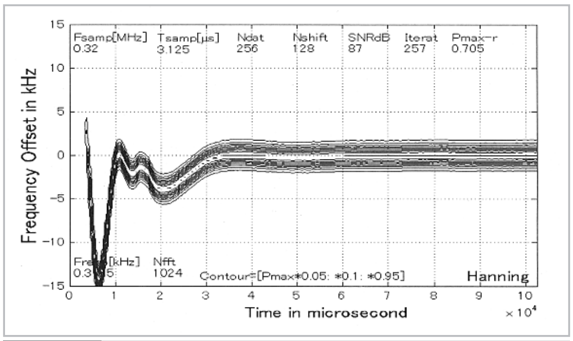
付図３　$A\alpha_2$(High): k31oh110



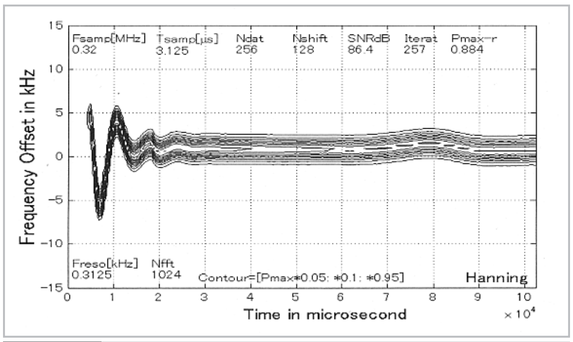
付図４　$A\beta_2$(High): k35oh110



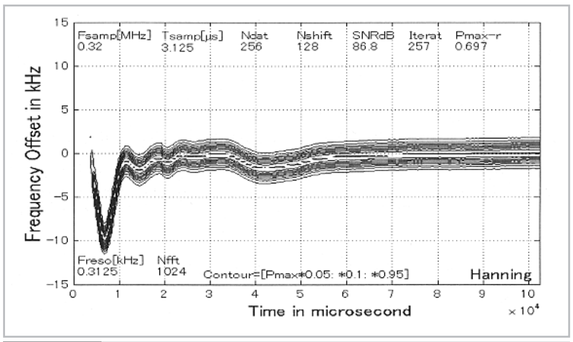
付図５　$A\alpha_3$(High): k32oh110



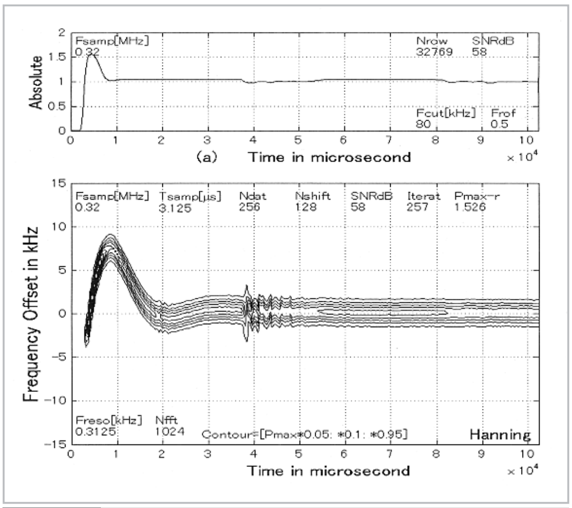
付図６　$A\beta_3$(High): k36oh110



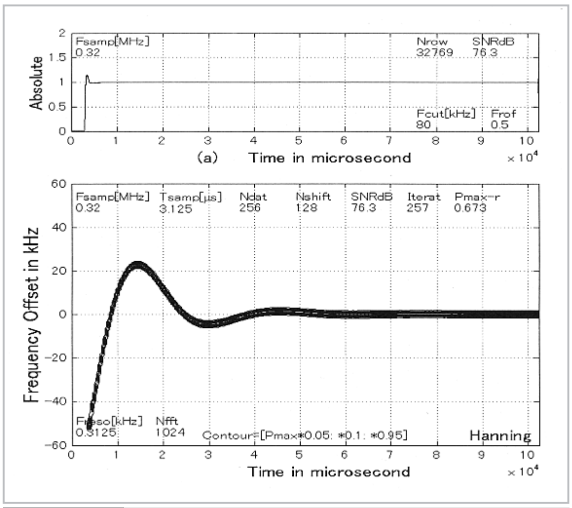
付図７　$A\alpha_4$(High): k33oh110



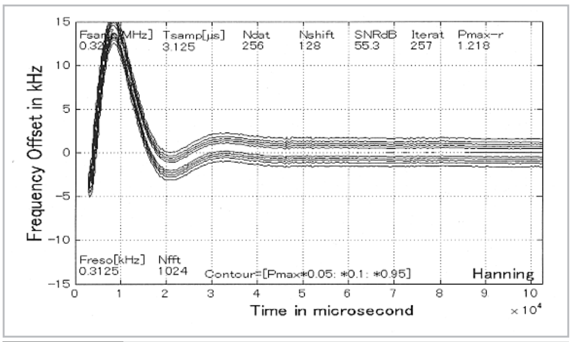
付図８　$A\beta_4$(High): k37oh110



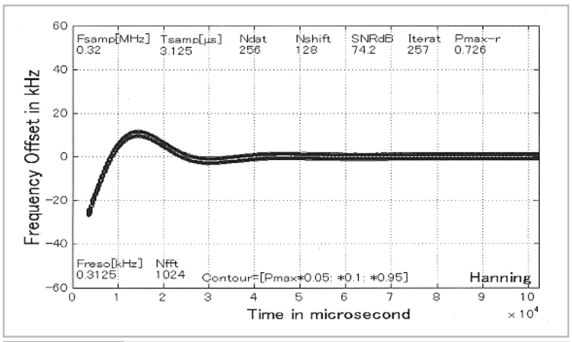
付図 9　$B\alpha_1$(Low): y38ol110



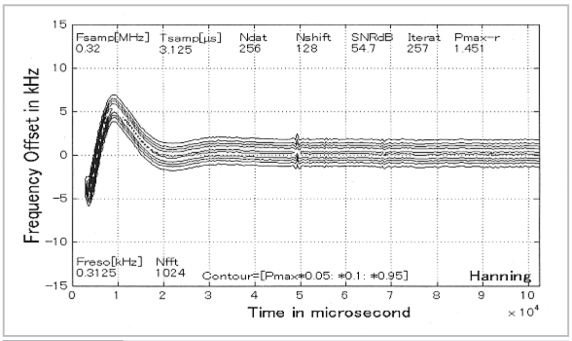
付図 10　$B\beta_1$(Low): y42ol110



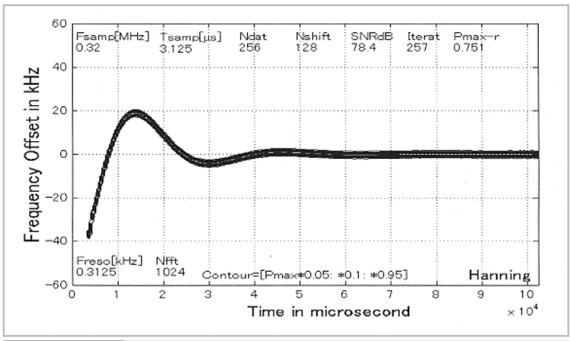
付図 11　$B\alpha_2$(Low): y39ol110



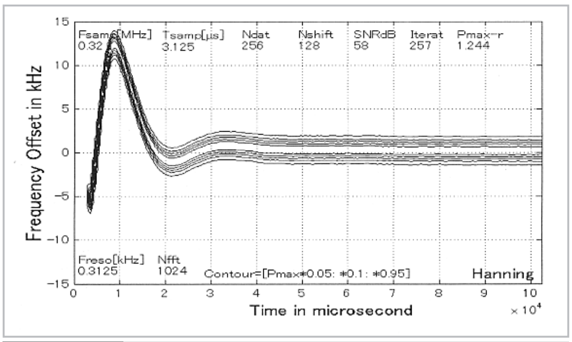
付図 12　$B\beta_2$(Low): y43ol110



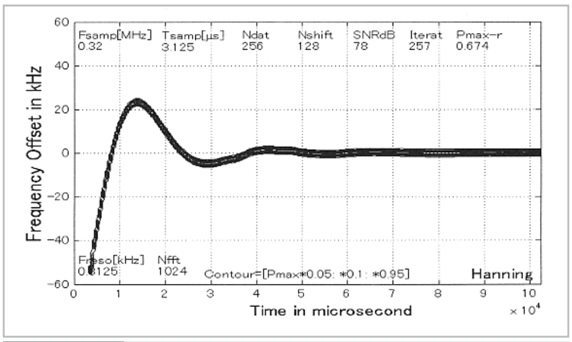
付図 13　$B\alpha_3$(Low): y40ol110



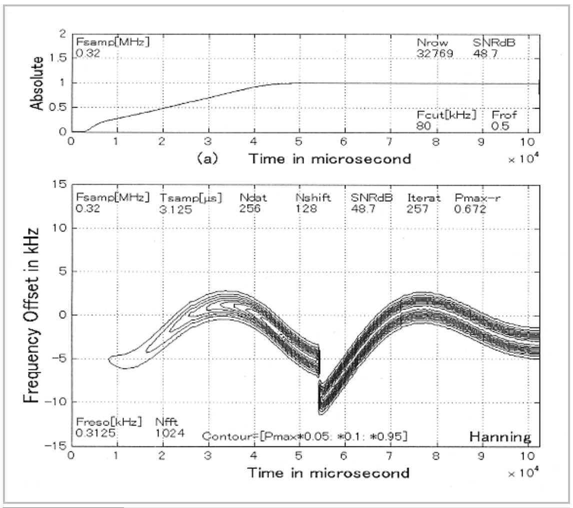
付図 14　$B\beta_3$(Low): y44ol110



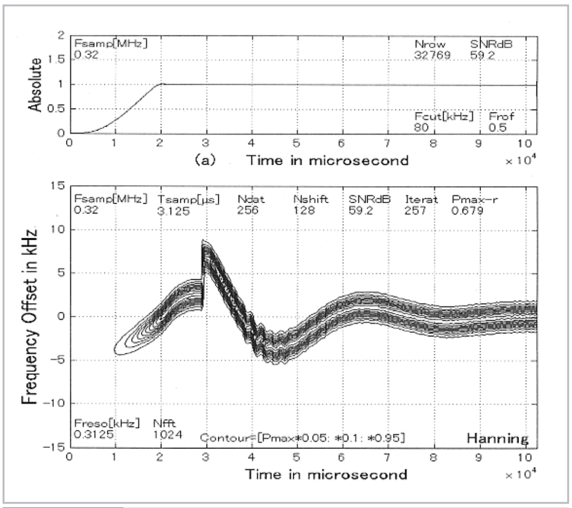
付図 15　$B\alpha_4$(Low): y41ol110



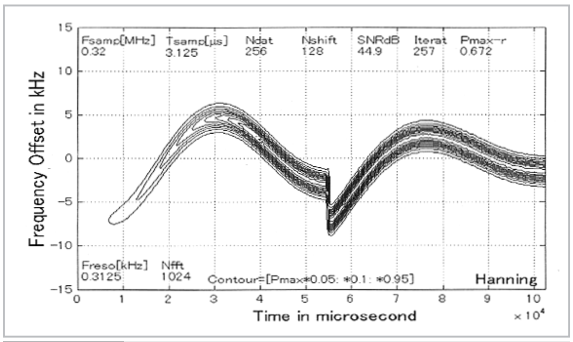
付図 16　$B\beta_4$(Low): y45ol110



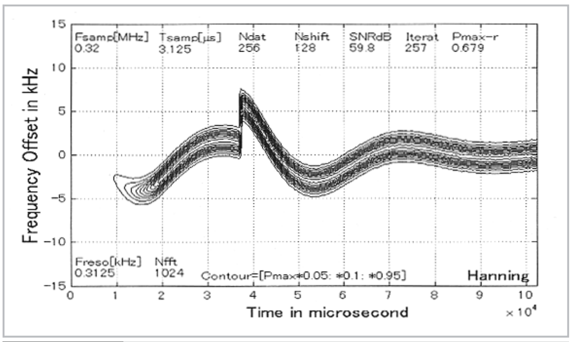
付図 17　$C\alpha_1$(Low): i46ol110



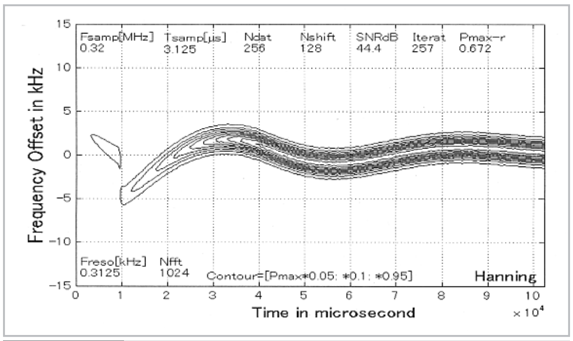
付図 18　$C\beta_1$(Low): i50ol110



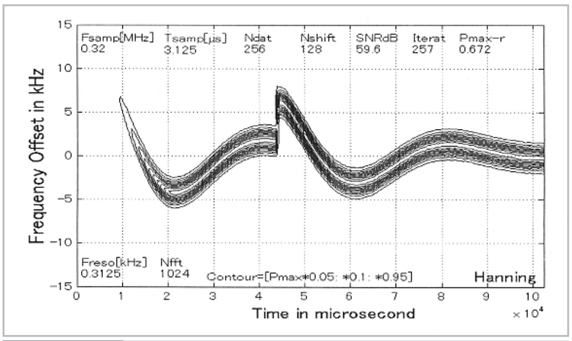
付図 19　$C\alpha_2$(Low): i47ol110



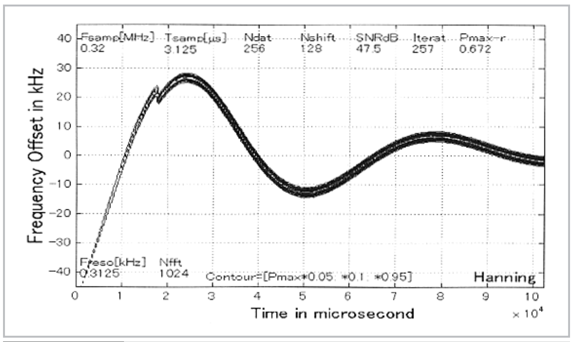
付図 20　$C\beta_2$(Low): i51ol110



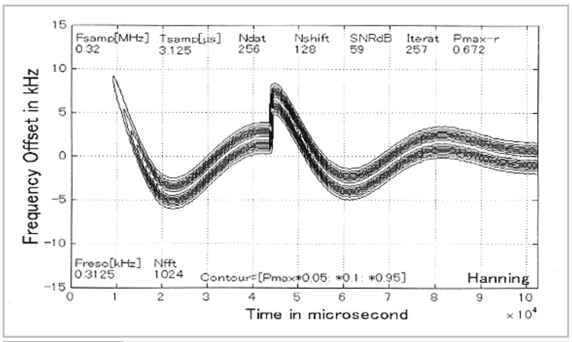
付図 21　$C\alpha_3$(Low): i48ol110



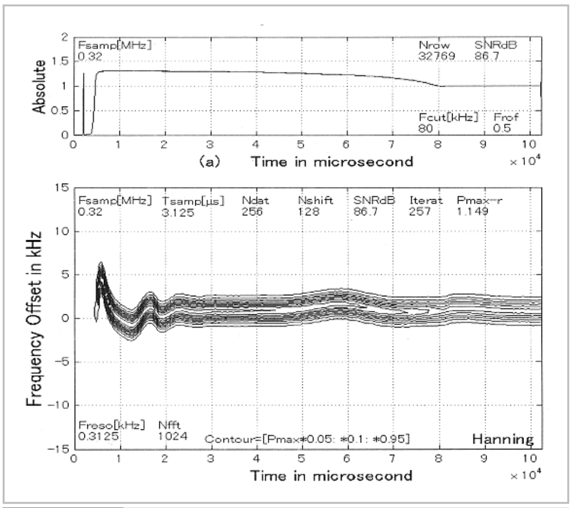
付図 22　$C\beta_3$(Low): i52ol110



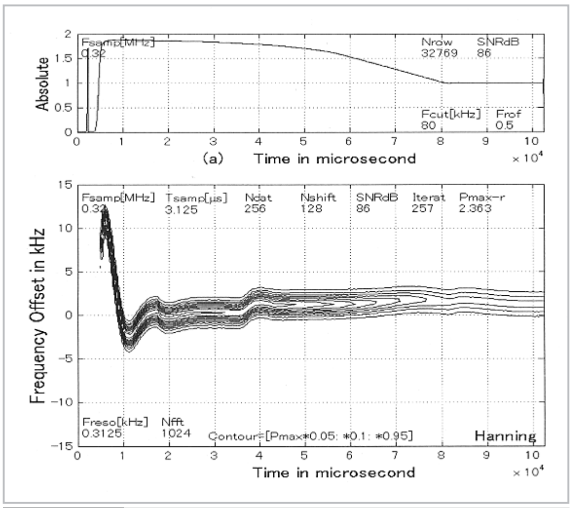
付図 23　$C\alpha_4$(Low): i49ol110



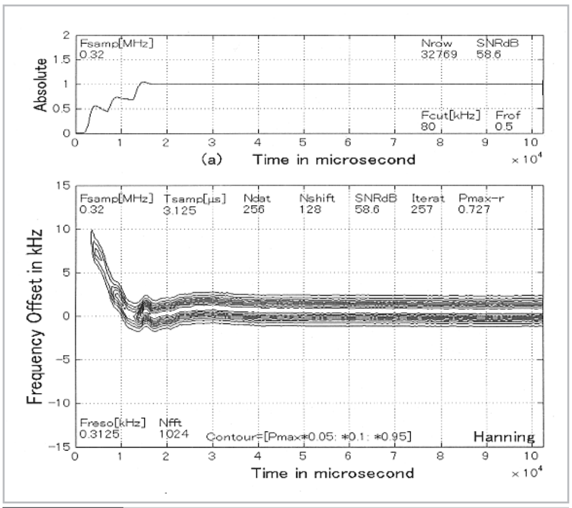
付図 24　$C\beta_4$(Low): i53ol110



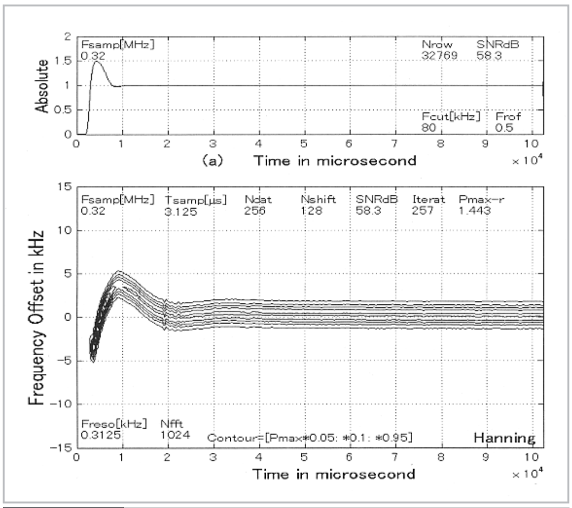
付図25 $A\alpha_1$(High): k30oh103



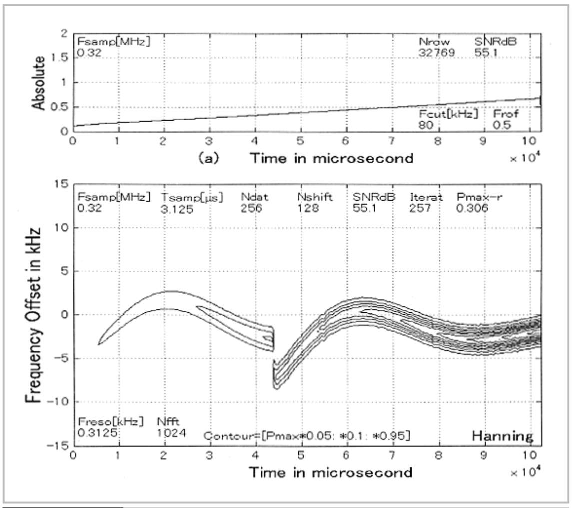
付図26 $A\alpha_1$(Low): k30ol103



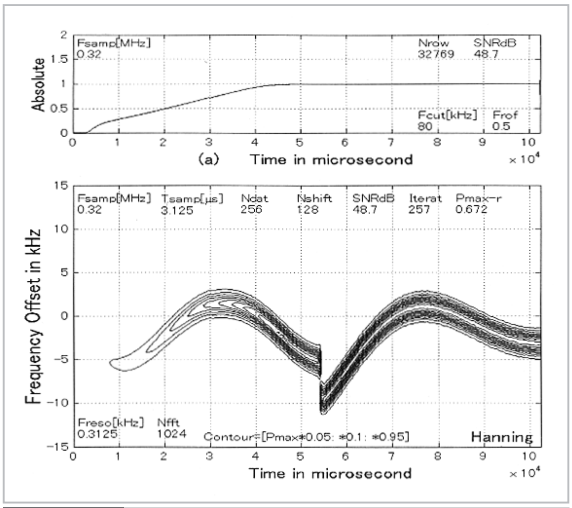
付図27 $B\alpha_1$(High): y38oh103



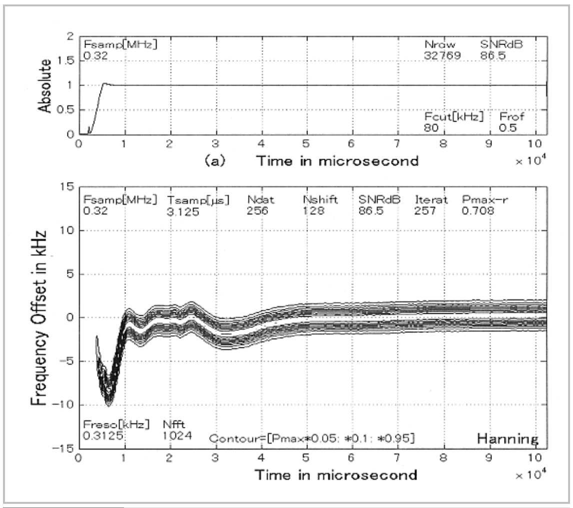
付図28 $B\alpha_1$(Low): y38ol103



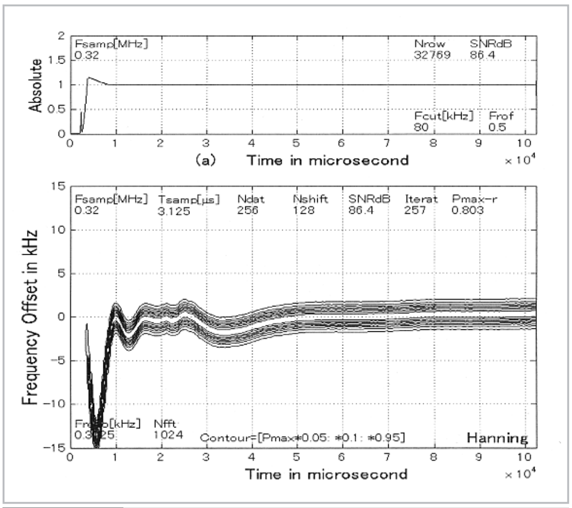
付図29 $C\alpha_1$(High): i46oh103



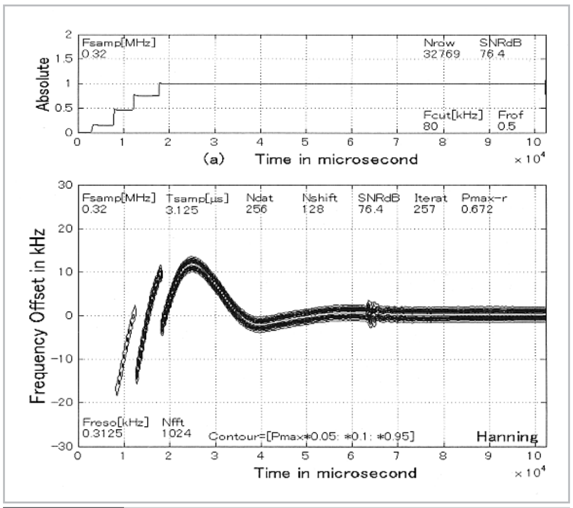
付図30 $C\alpha_1$(Low): i46ol103



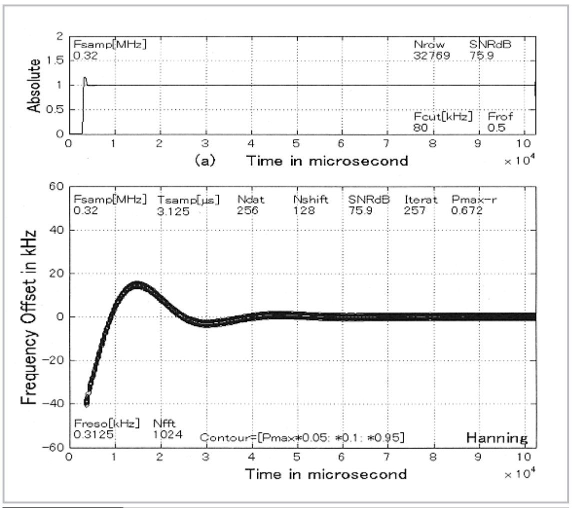
付図31 $A\beta_1$(High): k34oh103



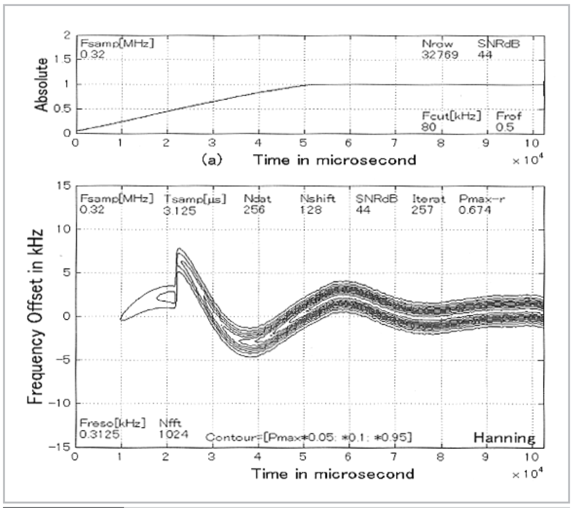
付図32 $A\beta_1$(Low): k34ol103



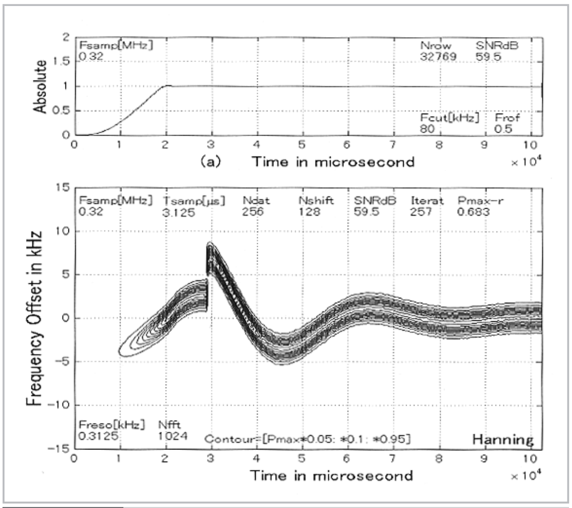
付図33 $B\beta_1$(High): y42oh103



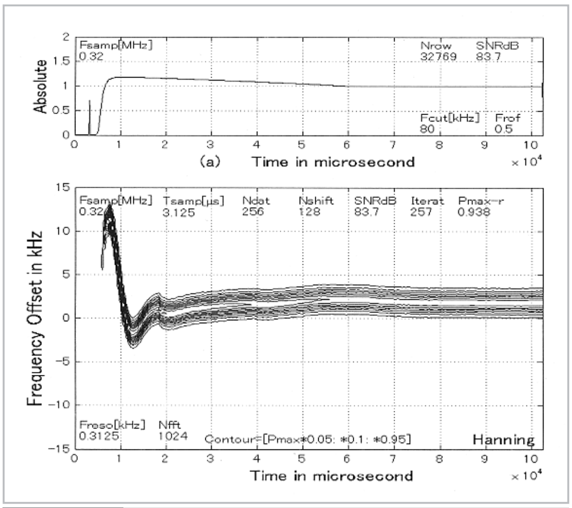
付図34 $B\beta_1$(Low): y42ol103



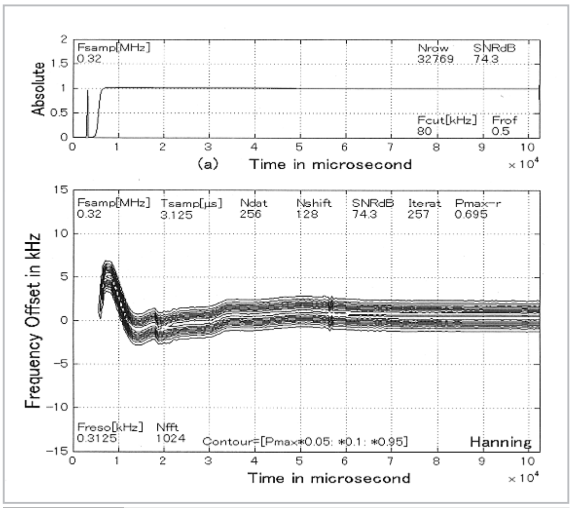
付図35 $C\beta_1$(High): i50oh103



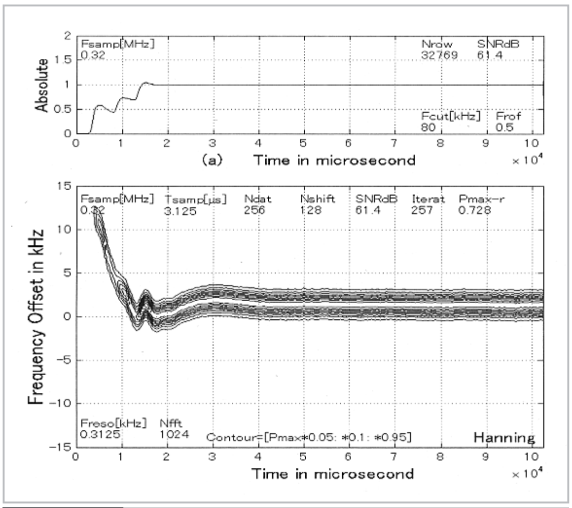
付図36 $C\beta_1$(Low): i50ol103



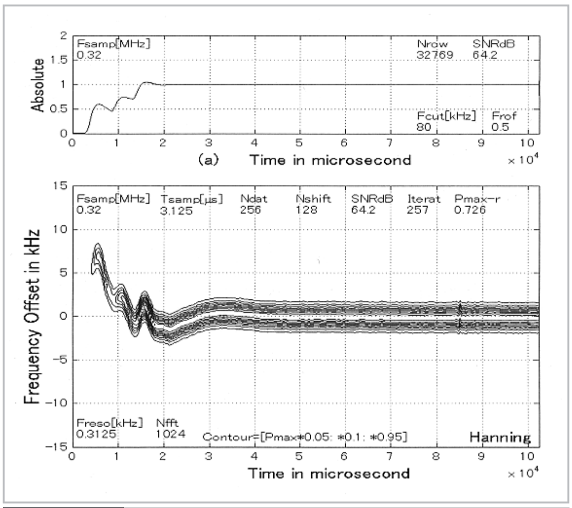
付図37 $A\alpha_1$(High): k30oh0min



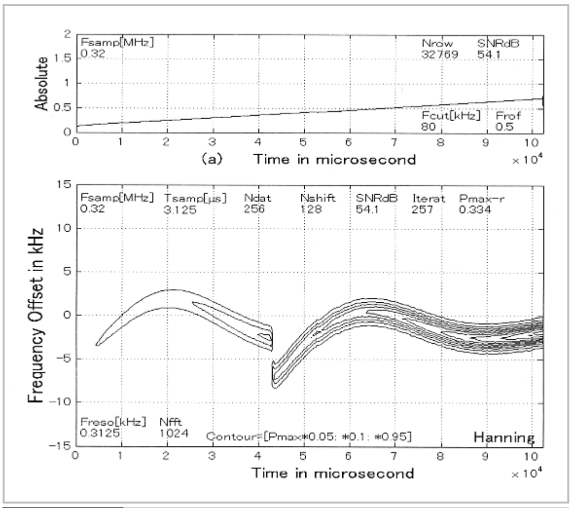
付図38 $A\alpha_1$(High): k30oh3min



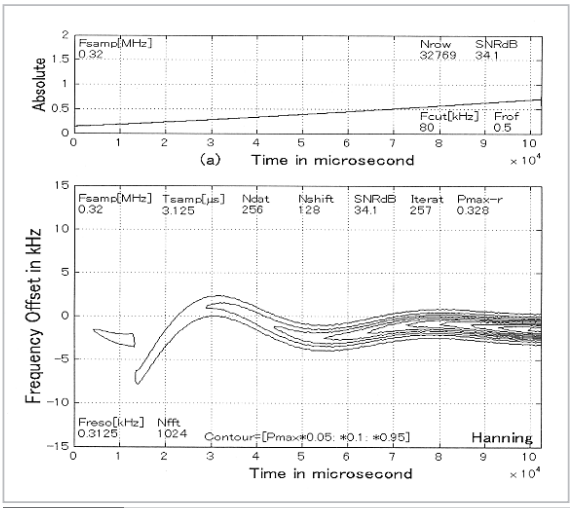
付図39 $B\alpha_1$(High): y38oh0min-433



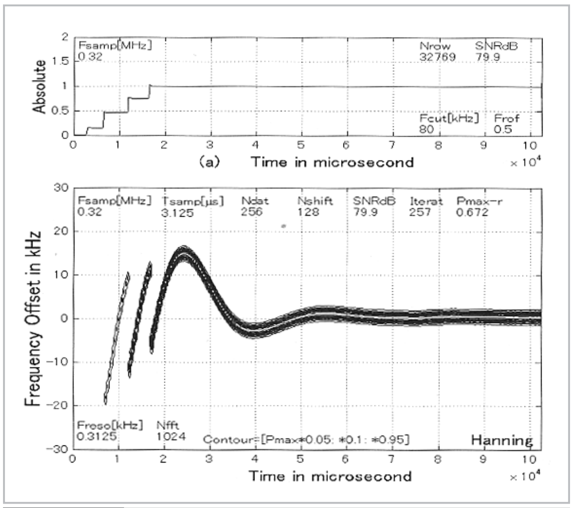
付図40 $B\alpha_1$(High): y38oh3min-433



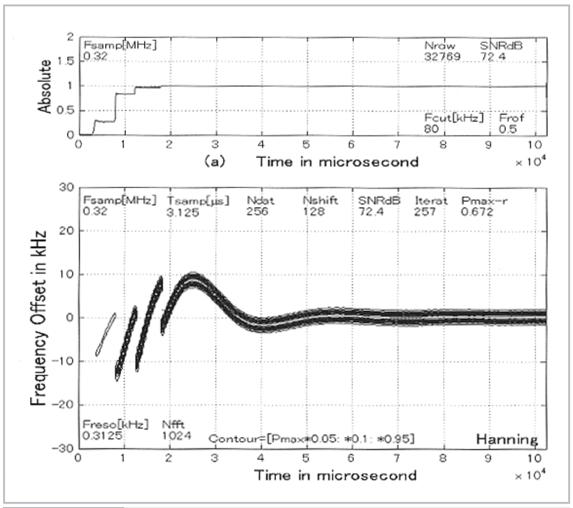
付図41 $C\alpha_1$(High): i46oh0min01



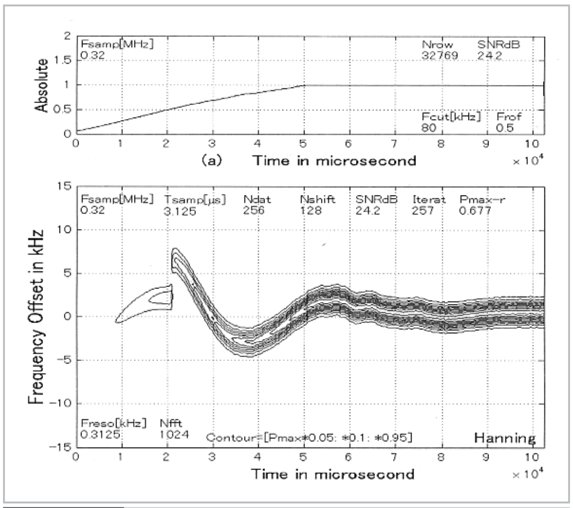
付図42 $C\alpha_1$(High): i46oh3min01



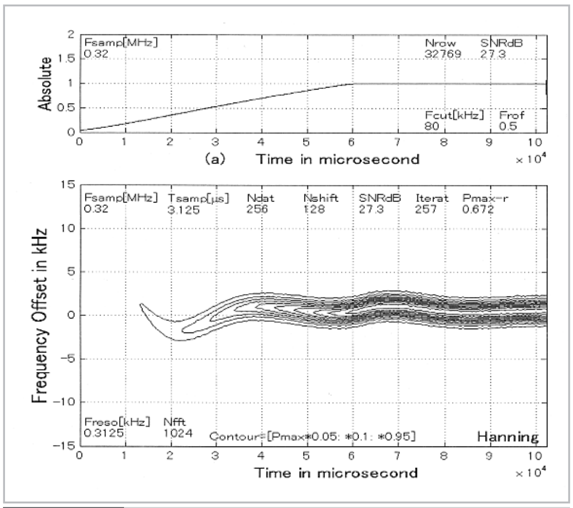
付図43 $B\beta_1$(High): y42oh0min



付図44 $B\beta_1$(High): y42oh3min



付図45 $C\beta_1$(High): i50oh0min01



付図46 $C\beta_1$(High): i50oh3min02